

DE
TONIS COMBINATIONIS,
DISSERTATIO PHYSICA;

QUAM,

CONSENSU AMPLISS. AD UNIVERS. ABOËNSEM
FACULT. PHILOS.,

PRÆSIDE

M. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM,

*Ordin. Imper. de St. Wladimiro in quarta classe Equite,
Physices Prof. Publ. Ordin.,
Reg. Acad. Scient. Stockholm, Membro,*

PRO GRADU PHILOSOPHICO

P. P.

JACOBUS ALG. GADOLIN,
Aboënsis,

in Audit. Philos. die XXVI Junii 1819,
horis p. m. solit.

PARS V.

ABOË, Typis FRENCKELLIANIS.

50.

quam vero sequenti ratione, utpote universalem, theoretice quoque eruemus. Sit ratio tonorum duorum simul sonantium $p:q$ (numeris hisce ad minimos valores reductis, quo nullum habeant factorem communem), ita ut, sumto valore unius toni = 1, alterius sit valor = $\frac{q}{p}$; erit, e vulgari

theoria, toni combinationis valor = $\frac{1}{p}$. Faccio

vero numero oscillationum, quæ tonum progignunt unum sonantem, intervallo temporis r absolutarum = r , habetur numerus toni alterius = $\frac{q}{p} \cdot r$,

atque e nostra regula toni combinationis numerus = $\left(\frac{q}{p} - 1\right) r$. Esse vero debet relatio toni unius

homologi producentis, ad tonum combinationis productum, ex utraque theoria eadem, si idem secundum ambas audietur productus; unde habetur

$1 : \frac{1}{p} :: r : \left(\frac{q}{p} - 1\right) r$, seu quod idem est, $\frac{q}{p} : \frac{1}{p}$

$:: \frac{q}{p} \cdot r : \left(\frac{q}{p} - 1\right) r$, quæ relatio determinat esse

$\frac{1}{p} = \frac{q}{p} - 1$, seu $q - p = 1$. Hinc igitur recte con-

cluditur, eundem toties secundum ambas theorias determinari tonum combinationis, experientia quo-

E. que

que consentaneum, quoties numeri p & q , qui relationem exprimunt tonorum duorum sonantium, unitate differunt, quod etiam in omnibus supra propositis exemplis accidisse animadvertimus.

Quo toni combinationis facilius ex utraque theoria & determinari & examinari possint, commodum iudicamus ad manus habere proportionem tonorum, quam sequimur, Kirnbergerianam, eique convenientem intervallo temporis 1^u peractarum oscillationum numerum. Cumque certum quoddam datum instrumentum musicum necesse jam non sit ut respiciamus, talem lubet eligere numerorum seriem, qua fractiones, quantum fieri potest, evitentur, quo quidem respectu, loco valoris supra adhibiti $C = 67,02$ cum Chladni sumsisse conveniet $C = 64$. Habetur igitur

tonorum	ratio,	numerus oscillationum
\bar{c} . . .	1 . . .	512.
\bar{cis} . . .	256 : 243 . . .	539,4
\bar{d} . . .	9 : 8 . . .	576.
\bar{dis} . . .	32 : 27 . . .	606,8
\bar{e} . . .	5 : 4 . . .	640.

\bar{f}

\bar{f}	: :	4:3	682,7
\overline{fis}	: .	45:32	720.
\bar{g}	: .	3:2	768.
\overline{gis}	: .	128:81	809,1
\bar{a}	: .	270:161	858,6
\bar{b}	: .	16:9	910,2
\bar{h}	: .	15:8	960.

Inter multiplices vero quæ effici possunt tonorum combinationes, illas tantum jam afferemus præcipuas, quas illustrandæ doctrinæ supra propositæ maxime judicavimus fore inservituras, sequentes:

Ordo obser- vatio- num.	Toni combinati sonantes:		Tonus Combinationis		
			e nostra theoria.	e vulgari theoria	obser- vatus:
I.	g	384			
	\overline{gis}	40,4,5	20,5	1,6	puls.
II.	\bar{c}	512			
	\overline{cis}	539,4	27,4	2,2	puls.

E 2

III.

III.	\bar{c}	512					
	\overline{dis}	606,8	94,8	\underline{G} —	19	\underline{Dis} ,	\underline{G}
IV.	\bar{c}	512					
	\overline{gis}	809,1	297,1	dis —	6,3	puls.	dis
V.	\bar{c}	512					
	\bar{a}	858,6	346,6	$f +$	3,2	puls.	f
VI.	\bar{c}	512					
	\bar{b}	910,2	398,2	gis —	57	\underline{B}_2	g
VII.	\bar{d}	1152					
	\bar{h}	1920	768	\bar{g}	383	g	\bar{g},g
VIII.	\overline{gis}	1618					
	\bar{h}	1920	302	dis	1,6	puls.	dis
IX.	\overline{fis}	1440					
	\bar{a}	1717	277	d —	9		d
X.	\bar{f}	1365,3					
	\bar{h}	1920	554,7	$\overline{cis} +$	42,7	\underline{F}	$\overline{cis} +$
XI.	\bar{e}	1280					
	\bar{c}	2048	768	\bar{g}	256	$c.$	\bar{g},c

XII.	\overline{fis}	1440					
	\overline{d}	2304.	864	$\overline{a} +$	288	d	\overline{a}, d
XIII	\overline{h}	960					
	\overline{d}	2304	1344	$\overline{e} +$	192	G	g, G
XIV.	\overline{c}	1024					
	\overline{e}	2560	1536	\overline{g}	512	\overline{c}	\overline{c}
XV.	\overline{h}	960					
	\overline{e}	2560	1600	$\overline{gis} +$	320	e	\overline{e}, e

Circa has observationes sequentia nobis visa sunt afferenda momenta, ordinem ipsarum servantia:

I & II. Chordæ ita fuere speciatim tensæ, ut primum g & gis , deinde \overline{c} & \overline{cis} simul sonarent, quo factò tremulationem, cujus tamen pulsationes celeriores multo fuere, quam ut seorsim numerari possent, audivimus, qualis forte numeris 20,5 vel 27,4 respondit, nullos vero pulsus distinctos, numeris 1,6 & 2,2 secundum antiquam theoriam respondententes, observare valuimus.

III. Cum

III. Cum tono combinationis \underline{G} audito sentiebantur tremulationes numeris 19 forte respondentes.

IV. Nullos observavimus pulsus.

V. Tonum f distincte audivimus, de pulsibus vero dubii sumus. Si parvulam illam auri-
busque nullo modo percipiendam mutationem facimus, qua loco valoris $a = \frac{270}{161}$ fit $a = \frac{270}{162} = \frac{5}{3}$, qualis vulgo assumitur a multis hic valor, habemus ex nostra theoria tonum combinationis = $341 = f$, proxime eundem ac antea, sed secundum vulgarem computandi rationem = $170,2 = F$, quem ab audito tono non valuimus distinguere.

VI. Tonum \underline{B} non audivimus.

VII. Difficillimum nobis fuit distinguere; utrum \bar{g} an g auditus fuerit; ambo forte simul sonarunt. Hoc tamen certum putamus, tonum \underline{G} non fuisse perceptum. (Confer *Vieth in Annal. phys. Gilberti, Vol. 21, p. 277.*)

VIII. Nullos animadvertimus pulsus. Ponit *Vieth* (l. c. pag. 280) pro hac combinatione tonum pro-

productum E; nostræ vero aures non permittunt \bar{g} sumi adeo graviolem vel \bar{h} acutiorem ut audiretur e.

IX. Putares in hac combinatione tonum fere audiri \bar{d} , minime vero D, ut statuit *Vieth* (l. c. pag. 280). Hinc forte, & ex iis quæ supra (VII) attulimus, facile poterit *Vieth* illud explicare singulare, quod (l. c. pag. 271, not.) cum *Kindscher* se præter opinionem observasse commemorat, fuisse nempe tonum combinationis una octo tonorum serie (octav) acutiorem auditum, quam ex suo calculo provenire debuisset. Nisi scilicet nos omnia fallant, judicaverimus illum tonos combinationis calculo determinasse justo graviores, unde factum est, ut in exactioribus experimentis eosdem acutiores, quam expectasset, audiret. Nonne igitur in illum ipsum inverti poterit animadversio in *Tartinum* facta? Pro $a = \frac{5}{3}$ esset ex antiqua theoria tonus combinationis $53,3 = \underline{\underline{\Lambda}}$.

X. Tonum $\underline{\underline{F}}$ non potuimus audire.

XI & XII. Duos simul hisce in casibus tonos combinationis, ex utraque theoria suum, audit

dit attentus observator, præsertim ex combinatione $\overline{\overline{f}}s$ & $\overline{\overline{d}}$ satis distincte tonos \overline{a} & d .

XIII & XIV. Hisce volumus combinationibus experiri, annon acutior quoque, quam gravior ille tonorum combinatorum, audiri possit tonus combinationis; quod vero nobis non successisse est fatendum, cum graviorem tantum, qualem requirit theoria antiqua, in utroque casu distincte audiverimus, fortiore acutorum tonorum strepitu sonum debiliorem omnino insensibilem reddente. Illud tamen singulare circa observationes XIII & XV est commemorandum, quod in illa simul cum tono G audiverimus tonum g , atque in hac cum \overline{e} tonum e ; quæ quidem phænomena sic esse explicanda judicamus. In experimento XIII esset ex nostra theoria tonorum \overline{h} & $\overline{\overline{d}}$ tonus combinationis $1344 = \overline{\overline{e}}+$. Etiam si vero hic non possit inter illos separatim distingui, efficit tamen una cum tono \overline{h} , simul sonante, tonum novum combinationis; e concentu scilicet $\overline{h} = 960$ & $\overline{\overline{e}}+ = 1344$ oritur novus $384 = g$, qui jam, ob gravitatem, a reliquis facile distinguendus animadvertitur. Similiter, in experimento XV, e est tonus combinationis
ex

ex antiqua theoria determinatus, qui quoque re vera auditur; alter vero ex nova theoria tonus combinationis $\overline{gis} + = 1600$, intra acutos \overline{h} & \overline{e} situs, non facile percipitur, sed nihilominus cum tono $\overline{h} = 960$ gignit tertium tonum combinationis $\overline{e} = 640$, jam satis gravem, qui ab iis separatim audiatur; adeo ut trium jam hic habeamus tonorum combinationis simul effectuum exempla.

Ob cognationem cum hac ultimo commemorata materie, satis quidem attentione digna, non possumus quin specimen quoque, coronidis loco, afferamus pulsuum a tono combinationis, etsi non audito, effectuum. Gravem aliquem observaturi, antequam hæc nuperrime allata nobis erant perspecta, tonum combinationis, simul sonare fecimus in organo musico tonos \underline{C} & \underline{H} , e quorum, satis magno a se intervallo distantium, concentu nullos audiendos expectavimus pulsus; nihilo tamen minus loco toni combinationis non percepti, distinctissime numerandi sese stiterunt pulsus sequenti ratione observati:

F

Toni

Toni sonantes	Horologium ostendebat	Tempus præterlapsum
<u>C & H</u> (pulsus duplices numerati.)	35'.17".15''' 19. 40 22. 9 24. 35 26. 58 29. 24 31. 44 34. 12 36. 43 39. 4 41. 33 43. 55 46. 19	2.''25''' 29 26 23 26 20 28 31 21 29 22 24
Medium	10 puls. dupl. 1 puls. simpl.	2.''25''' ³ 0. 7,27

Huic

Hinc intelligitur, fuisse in hac combinatione pulsus adeo frequentes, ut intervallo temporis I'' numero $= \frac{60}{7,27} = 8,25$ audirentur. Loco eorum, sonantibus simul $\underline{C} = 67,02$ & $\underline{H} = 125,66$, expectavimus initio tonum $= 125,66 - 67,02 = 58,64$; quem vero cum non audiverimus, illud saltem eum jam intelligimus effecisse, ut per novam illius cum C factam combinationem novus oriretur tonus combinationis, qui ob nimiam gravitatem in pulsus abiit separatim numerandos $= 67,02 - 58,64 = 8,38$, & numerum observatum $8,25$ non nisi $\frac{1}{63}$ parte totius superantes, differentia hac ne intervallo quidem temporis I''' in observando respondente. Hique pulsus eam quoque ob causam audiebantur distinctiores, quod cum iis in hoc casu omnino conveniunt, qui ex antiqua pulsuum theoria determinantur. Exprimantur scilicet, ut antea, toni sonantes numeris r & $\frac{q}{p} r$, existentibus q & p inter se primis; erit tonus ex iis combinationis, secundum nostram theoriam, primarius $= \left(\frac{q}{p} - 1\right) r$, qui cum tono r novam constituens combinationem gignit tonum secundarium $=$

$r - \left(\frac{q}{p} - 1\right) r = \left(2 - \frac{q}{p}\right) r$. Ex antiqua vero the-
 oria est tonus combinationis primarius $= \frac{r}{q}$, qui,
 si cum tono nuper determinato secundario conve-
 niet, dabit $2 - \frac{q}{p} = \frac{1}{p}$, seu $2p - q = 1$. Illud
 vero ipsum convenientiæ criterum in casum qua-
 drat mox allatum combinationis C & H, ubi scili-
 cet est $\frac{q}{p} = \frac{15}{8}$, atque $2p - q = 16 - 15 = 1$.

Jam igitur ostendimus, ex antiqua tonorum
 combinationis atque pulsum theoria sola non
 posse deduci omnia huc pertinentia hpanomena,
 neque etiam regulam a nobis propositam solam
 omnibus sufficere explicandis, quæ hujus generis
 audiuntur, sonis vel pulsibus, sed esse utramque
 methodum computandi in hac re consulendam; quo
 quidem facto satis plenam, ut putamus, habemus
 observatorum cognitionem. Finem vero huicce
 imponentes disquisitioni significandum esse judica-
 mus, varias in hac opella recensitas observationes
 editis jam illius initiis fuisse factas.
