D. D.

DISSERTATIO MATHEMATICA

DE

USU SYMBOLORUM

CIRCA

GEOMETRICA THEOREMATA

ac

PROBLEMATA

Demonſtranda,

Quam

Conſenſu Ampliſſ. Facult. Philoſ.

In inclita ad AURAM ACADEMIA,

PRÆSIDE

VIRO CLARISSIMO

D. Mag. ALEXANDRO KEPPLERO,

Academiæ SECRETARIO,

Publico examini, qua par eſt modeſtia,

Submittit

ACADEMIÆ V. BIBLIOTHECARIUS

CAROLUS O. AROSIUS

Stockholmienſ.

In Auditorio Majori, Die 2. Novembr. horis ante merid. ſolitis, Anno MDCCXXIII.

ABOÆ, Excud. E. FLODSTRÖM, Reg. Acad. Typog.

Abra ham Anaile

S:Æ. R:Æ. M:TIS.
MAXIMÆ FIDEI VIRO,
REGII Collegii, quod Holmiæ REI præest
METALLICÆ,
PRÆSIDI,
Illustrissimo, Eccellentissimoq; COMITI ac DOMINO,
DOMINO
GUSTAVO BONDE,
Comiti in Biörnöö, LIB. BAR. in Hessleby.
&c. &c.
MÆCENATI SUMMO.

S:Æ. R:Æ. M:TIS.
MAGNÆ FIDEI VIRO,
Perillustri Generosissimoq; DOMINO,
DN. ANDREÆ MUNSTER,
Supremi REGII, Magno in Ducatu FINLANDIÆ,
DICASTERII
V. PRÆSIDI Excellentissimo,
PATRONO MAXIMO.

S:Æ. R:Æ. M:TIS.
MAGNÆ FIDEI VIRO,
Reverendissimo PATRI ac DOMINO,

Dn. HERMANNO WITTE,

S. S. Theol. DOCTORI Excellentissimo, Inclitæ Diœceseos ABOENSIS EPISCOPO Eminentissimo, REGIÆq; ibidem ACADEMIÆ PRO-CANCELLARIO Magnificentissimo, nec non Vener. Consistorii Ecclesiast. PRÆSIDI gravissimo,

MÆCENATI MAXIMO.

S:Æ. R:Æ, M:TIS.
MAGNÆ FIDEI VIRO,
Nobilissimo Generosissimoq; DOMINO,

Dn. LAURENTIO CARPLAN,

JUDICI Provinciali Æqvissimo,
Summiq; REGII, quod ABOÆ floret, DICASTERII ADSESSORI longe Meritissimo,

PATRONO MAGNO.

DIu animo fluctuavi, atque cogitationibus haud parum dubiis hæſitavi incertus, MAXIMI MÆCENATES, PATRONIQUE MAGNI, an temeritatis notam evitare ulla ratione poſſem, ſi, hoc in graviori ſtatu & rerum articulo Patriæ, quam ſaluberrimis curis VESTRIS, in ſpem civium certiſſimam, ſublevare quotidie adnitimini; VOS, tantarum moliminibus rerum diſtrictos, leviſſimo hocce ſcripto meo turbare quodammodo interpellareque ſuſtinerem. At gratioſiſſima beneficia VESTRA, in me uberrime collata, cum longe ſint plura, quam ut enarrare minimam eorum partem poſſim; animum meum, cæteroquin metum inter & ſpem ſuſpenſum, feliciter crexere: maxime cum ſcirem, VOS, MAXIMI MÆCENATES & PATRONI MAGNI, inſigne hoc Mathematices ſtudium, cum utilitate, tum amœnitate ejus ductos, nunquam non maxima in laude poſuiſſe. Itaque, non ſpem modo, ſed ſpei quoq; aliquam concipere auſus ſum fiduciam, fore, ut VOS, MAXIMI MÆCENATES et PATRONI MAGNI, Ipſimet nobilis hujus ſcientiæ amatores & fautores propenſiſſimi, meliorem in partem accipiatis præcocem huncce ingenii Fœtum, quem unice tantis NOMINIBUS VESTRIS expeto dicoque ſacrum. De cætero, intimis votis, ac

pre-

precibus calidiſſimis, commendans ſuppremo Numini Salutem VESTRAM, incolumitatem, proſperitatemque; conſilia denique VESTRA, O tanti momenti conſilia devota VOS precor ſubmiſſaque mente, patiamini benigniſſime tenues ſpes meas, ſtudia, conatus, PATROCINIO tutelaque VESTRA certiſſima, nunc, & in poſterum, feliciſſime ſoveri. Permanſurus ad cineres,

ILLUSTRISSIME
Atque
EXCELLENTISSIME COMES,

REVERENDISSIME PATER EPISCOPE,

GENEROSISSIMIQUE DOMINI,
NOMINUM VESTRORUM
MAXIMORUM, VENERABILIUMQVE,

Humillimus Cliens
ac ſervus,
CAROLUS AROSIUS.

VIRO

SPECTATISSIMO, HONORATISSIMOQ;

Dn: OLAO AROSIO,

SECRETARIO Sollertiſſimo,

Parenti Optimo atque Cariſſimo.

OB Tuum in me, cariſſime PATER, amorem ſingularem, curamq; mei jam inde â teneris aſſiduam atq; perennem, ſpecimen hoc qualecunq; Academicum in pignus Filialis obſervantiæ TIBI, ſane quam, pro eo ac debeo, lubens offero atq; conſecro. Illud itaq; læta ſerenaq; fronte accipias debita nunc reverentia etiam atq; etiam oro quæſoq;. DEUM pro valetudine Tua & omnigena proſperitate ſuspiriis precabor indefeſſis, atq; ad ultimum uſque ſpiritus halitum omni filiali pietate permanebo

TIBI,

PATER cariſſime, deſideratiſſimeq;,

Obſequentiſſimus Filius
Carolus Aroſius.

Literis moribusq; ornatissime

DN. CAROLE AROSI,

Academiæ Aboënsis V. BIBLIOTHECARIE

Dexterrime.

INdefesso literarum studio, morum elegantia rerumq; expediendarum dexteritate, cum me Tibi magnopere devinctum reddideris, neglecti officii notam evitare non possem, nisi, dum Sopitis Bellonæ furoribus, restaurataq; feliciter Musarum hac sede, primus omnium tam eruditum & singulari mentis acumine elaboratum edis specimen, applausus qui pectus meum perfundit, aliquod exhiberem documentum. Verum quo modo, hunc meum in TE, hac occasione testari queam affectum, haud facile suppetit. In Laudes enim tuas, quibus ob exantlatam egregiè operam in hoc enucleando argumento, tot eruditorum ingenia, totq; virorum judicii acumine præstantissimorum diligentiam & Herculeum laborem fatigante, TE dignissimum censent cuncti, qui usum Symbolorum circa Geometrica problemata & Theoremata persentiunt, me exire vetat modestia Tuaâ præcone laudis Tuæ abhorrens. Fateri tamen & mihi, & illis, apud quos nullus fuco est locus, necesse est, TE in re vires experiri difficilima, cui explanandæ acutissima Wolderi, Gregorii, Milier, Pitcarnii, Bellini, Borelli, Neutoni, Wallis & Osannæ ingenia, in Matheseos Summam utilitatem & Artis Machaoniæ prægrande subsidium, omnem navarunt operam. Ingenium itaq; vividum, conatus egregios, & studium minimè tritum, quod olim TE, tot, tantorumq; Virorum vestigia secuturum spondet, animo Tibi magis, quam verbis gratulor. Macte, qua pergis, industria, ut, patriæ prodesse, rempublicam literariam exornare, parentibus honestissimis incredibile gaudium adferre, & votorum, quæ pro felici rerum tuarum successu fundunt amici, compos fieri, ulterius queas. Vale & fave

Tibi ad officia paratiss.
PET. Elfwing.
Doct. & Prof. Med. Ord.

Dab. Aboæ
manu langvida
die 27. Sept. 1723.

GRATULATION
à
Monſ. CHARLE AROSIUS,
Au ſujet d'une theſe, qu'il ſoutiendra le 2. Nov. 1723.

LE Retabliſſement de notre celebre Academie de Finlande ayant eté par la grace de Dieu introduite par les ſoins, & le Zele de ceux, qui en ſont les membres: le ſieur CHARLE AROSIUS, *Vice Bibliothecaire, eſt le premier, qui prenne la hardieſſe de monter en chaire pour ſoutenir theſe ſur la Geometrie & les Mathematiques. c'eſt avec joie qu'il donne une preuve de ſon ſcavoir tout le corps de l'Academie, & qu'il voit avec chagrin ne leurs en etre pas Redevable. Ainſi, Meſſieurs, je ne puis que vous feliciter de ce que non ſeulement Vous avez en luy un homme Rempli de ſcience, mais encore qui joint a céla un vie exemplaire excitant ſes confreres a la vertu, & au progrez des arts; je n oublieray pas les parents d'un ſi louable fils, & je les remercie avec juſte raiſon, de nous avoir donné un ſi digne ſujet, qui ne dementira jamais leurs eſperances. Je viens preſentement a vous, Mon cher Amy. mais ma plume eſt trop foible. & je ſuis trop ſterile pour vous donner les louanges, qui ſont dignes aux progrez, que vous avez faits dans les Mathematiques. Ainſi je me contente de vous ſouhaiter du profond de mon coeur, que vous peuſſiez recevoir la Recompence d'un ſi grand travail, & reſte avec reſpect,*

Monſieur & Cher Ami,

Votre tres humble, tres obeiſſant
& tres fidel amy & ſerviteur,
J. LEIJONMARCK.

Clarissimo

VIRO - JUVENI,

Dn. CAROLO AROSIO,

Acad. Aboënf. Vice BIBLIOTHECARIO

Studiorum Directori meorum Perindustrio.

QUando Camenarum jam pulpita, non nisi doctis adeunda Viris, multo cum honore scandere cogitas, Doctissime Vir; quo docta non minus voce, quam scripto, insignes Tuos commonstres in studiis Mathematicis progressus: non possum equidem, quin effusam, qua inde afficior, animi lætitiam, rudi licet calamo, publice nunc faciam testatam. Loquantur alii, qui loqui melius possunt, de summa disciplinarum Mathematicarum dignitate & excellentia; de multiplici earundem varietate; desumma difficultate, cum utilitate tamen pulcre conjuncta; de veneranda deniq;, qua alias fere antecedunt omnes, senecta. Mihi, hac occasione satis erit, TIBI, Doctissime Domine, quod tanto easdem studio, tanto animi ardore, tanto quoq; cum honore & fructu perspectas Tibi reddidisti ac familiares, prolixo officiosoque, animo congratulari. Pro Tua vero, in me literis imbuendo, cura, labore ac industria indefessa, certam Tibi facio fidem; fore, ut commodis Tuis, quoad vixero, quacunq; potero ratione, lubens diligenterq; inserviam.

CHRIST. CARPLAN.

Aboënſium

BIBLIOTHECÆ SUB PRÆFECTUS,

PRÆCLARUS DOMINUS

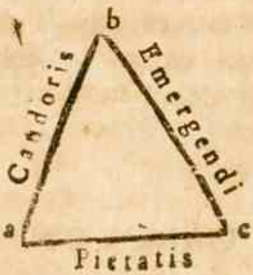
CAROLUS AROSIUS ἀναγρ.

Ars luſca? Os Viro!

ARS Geometrarum quam multis LUSCA videtur?
Cum tamen in multis hac nihil utilius.
Id calamo clarum dat Svethus filius: huicce
Clarius Os, credas Lector, ineſſe VIRO.
Is tria per latera aſcendit, tot ſymbola ponit;
Verbum, homo, Trin-unus! ſint in amicitia.
Artificem Patria & Patroni nonne foverent?
Is, mihi ſic juncto *, quantus amicus erit?

M. CHR: MARTIN SEELMAN.
Coll. Primar. Scholæ Cathedr.

* Studio



J. N. J.

QUemadmodum ſatis elucet verborum vocabulorumque miram efficaciam in eo conſiſtere, ut eorum memoria tacta mens, rerum illis nominatarum excitatam inde imaginem ſentiat, ita Recentiores Geometræ inæſtimabilis hujus prærogativæ conſideratione ducti ſymbola introduxerunt, quorum ope non ſolum Geometricas demonſtrationes longe majori facilitate rationi exhibuêrunt, ſed etiam univerſali quadam Methodo tantam abſtruſiſſimarum veritatum ſeriem detexeruut, quantam præſens jam ætas haud immerito miretur. Hi inter Arithmeticam & Geometriam affinitate perſpecta, humanam ſagacitatem ad altiſſimum gradum evexere, conſiderando vires humani intellectus maximas

 eſſe

eſſe circa ea, quæ vel imaginationi præſentia ſunt, vel ita repræſentata, tanquam præſentia eſſent. Quo factum eſt, ut jam beneficio ſymbolorum facile ſit, non ſolum quasvis veritates Mathematicas, ſed etiam linearum, tum quantitates, tum poſitus univerſaliter rationi tanquam præſentes reddere, atque ita efficere, ut absque defatigatione ad ea optime attendere poſſit. Horum veſtigiis inſiſtens uſum Symbolorum circa Geometrica Theoremata ac Problemata demonſtranda pro modulo tenuitatis meæ paucis perſequi conſtitui.

Theſ. I.

DE Anguli, Trianguli atque Trapezii vel cujuscunque Figuræ commoda expreſſione.

§. 1.

Vi eorum, quæ jam dicta ſunt, liberum eſt quamcumque magnitudinem quocunque Symbolo notare. ex: gr: cujuscunque longitudinis ſit linea quædam recta, eam licet appellare a, vel b, vel c &c.

§. 2.

Si igitur ſint duæ rectæ Lineæ & una earum vocetur a, altera b, licebit eadem ratione exprimere angulum ab ipſis comprehenſum hac forma $\overline{|AB|}$ Quam anguli notationem, ut præſenti negotio accommodam hic eligemus.

§. 3. Com-

§. 3.

Commodum etiam erit, ſi trianguli cujuscunque unum latus dicatur L, alterum M, tertium N, totum hoc triangulum deſignare hoc modo $|\overline{L\ M\ N}|$.

§. 4.

Hinc ſequitur, ſi quædam vel omnes Lineæ deſignandæ circa demonſtrationem alicujus Theorematis ſigillatim complexu plurium literarum indigeant; facile eſſe exprimere angulos ab illis comprehenſos, & triangula ab illis incluſa Ex: gr: ſi una harum linearum ſit a — b & altera d + f — r, ac angulus ab illis comprehenſus ſit exprimendus; commode id fieri poteſt per hanc formam $|\overline{A-B\,)(\,D+F-R}|$ nimirum includendo cujusque lateris expreſſionem parentheſi & jungendo parentheſes proximas ducta lineola.

§. 5.

Si præter haſce duas ſic expreſſas lineas proponeretur tertia p — q + s, atque peteretur exprimere triangulum hiſce tribus lineis incluſum præſenti ſcopo utile erit illud hac forma denotare $|\overline{A-B\,)(\,D+F-R\,)(\,P-Q+S}|$.

§. 6.

Si exigatur trapezii expressio quatvor Lateribus inclusi, sitque ejus unum Latus, ex: gr: a — b, alterum D + F — R, tertium p — q + s & quartum q, præsenti negotio conducet uti tali ejus forma $|\overline{A - B})(\overline{D + F - R})(\overline{P - Q + S})(\overline{Q}|$ ac sic ponere laterum expressiones juxta se invicem, secundum illorum ordinem.

§. 7.

Similis huic sit parallelogrammi cujuscunque expressio, quæ â priori ex oppositorum laterum æqualitate facile dignoscitur.

Thes. II.

PArallelogramma ejusdem Baseos & altitudinis inter se sunt æqualia.

§. 1.

Si unius Trianguli latus unum sit = L, & alterum = M, ac unum Latus alterius Trianguli sit = L & alterum = M, manifestum est, si angulus comprehensus prioris trianguli duobus lateribus L & M æqualis sit angulo comprehenso posterioris trianguli duobus lateribus L & M, non solum bases horum triangulorum, sed etiam tota hæc triangula inter se

æqua-

æqualia esse vid: Euclid: Lib. I. prop. 4. Ideo si in uno horum triangulorum basis sit = N etiam alterius trianguli basis erit = N, singulaque triangula erunt $|\overline{L\ M\ N}|$

§. 2.

Ducatur in uno triangulo ex lateris M aliquo puncto distantia quacunque P dissito, ab angulari puncto, quo latera L & M sibi invicem occurrunt, linea parallela lateri L donec occurrat ejusdem trianguli tertio lateri N.

§. 3.

Si differentia inter latus L & hanc lineam parallelam sit = R, manifestum est parallelam recte dici L — R,

§. 4.

Punctum quo hæc linea L — R secet dicti trianguli tertium latus N ponatur distare ab angulari puncto, quo latera L & N sibi invicem occurrant, distantia Q. Ergo differentia inter hoc latus tertium N & distantiam Q est = N — Q.

§. 5.

Si triangulum $|\overline{L - R\ )(\ M - P\ )(\ N - Q}|$ auferatur

tur â triangulo | L M N | evidens & manifestum est, restare trapezium parallelarum basium easque esse L & L — R per §. 2 & 3. duo vero ejus reliqua latera inæqualia & sibi invicem opposita esse P & Q per §. 2. & 4.

§. 6.

Ex Constructione patet Triangulum | L — R)(M — P)(N — Q | simile esse triangulo | L M N | lateraque L & L — R, M & M — P, N & N — Q homologa esse per §. 2. 3. & 4 vi propr. 4. Lib. 6. apud Euclid.

§. 7.

Si triangulum | L — R)(M — P)(N — Q | mente ita ponatur super altero triangulo | L M N |, ut angulus comprehensus lateribus L — R & M — P coincidat cum æquali angulo comprehenso lateribus L & M, ac latus L — R lateri homologo L, & M — P lateri homologo M directe interea incumbant; manifestum est ex similitudine horum triangulorum tertium latus trianguli | L — R)(M — P)(N — Q | nempe N — Q paralellam esse tertio lateri N trianguli | L M N | vi eorum quæ dicta sunt.

§. 8.

Si idem Triangulum $|\overline{L-R)(M-P)(N-Q}|$ in hoc situ deinde auferatur ab altero triangulo $|\overline{L\ M\ N}|$; manifestum est iterum restare trapezium parallelarum basium easque esse N — Q & N per §. 1. & 4. duo vero reliqua ejus latera sibi invicem opposita esse R & P per §. 2 & 3.

§. 9.

Quemadmodum cum æqualia æqualibus demantur residua sint æqualia; ita ex §. 6. & 8. patet trapezium parallelarum basium $|\overline{L\ P\ (L-R)\ Q}|$ æquale esse trapezio parallelarū basium $|\overline{N-Q)\ P\ N\ R}|$

§. 10.

Si trapezio parallelarum basium $|\overline{L\ P\ (L-R)\ Q}|$ addatur triangulum $|\overline{P\ Q\ R}|$ eo modo ut hujus trianguli latus Q cum dicti trapezii latere Q coincidat, atque ut ejusdem trianguli latus R additum ejusdem trapezii lateri L — R cum eo faciat unam lineam rectam; manifestum est per §. 6. aggregatum ex tali additione ortum esse, parallelogrammum, ac illius opposita latera parallela esse L & L, P & P, ideoque hoc parallelogrammum designari posse per $|\overline{L\ P\ L\ P}|$.

§. 11.

Si idem Triangulum $|\overline{P\ Q\ R}|$ addatur alteri trapezio parallelarum basium $|\overline{N - Q\ )\ P\ N\ R}|$ eo modo, & ejusdem trianguli unum latus R concidat cum ejusdem trapezii latere R, atque ut hujus trianguli latus Q. additum hujus trapezii lateri N — Q cum eo faciat unam lineam rectam manifestum est per §. 8. aggregatum ex tali additione ortum esse, parallelogrammum, ac illius opposita latera parallela esse P & P, N & N, ideo hoc parallelogrammum designari posse per $|\overline{N\ P\ N\ P}|$.

§. 12.

Quemadmodum si æqualia æqualibus addantur summæ inde ortæ sint æquales; ita ex §. 9, 10 & 11. patet parallelogrammum $|\overline{L\ P\ L\ P}|$ æquale esse parallelogrammo $|\overline{N\ P\ N\ P}|$.

§. 13.

Et cum singula horum parallelogrammorum singulis æqualium triangulorum $|\overline{L\ M\ N}|$ sint æquialta; patet parallelogramma hæc eandem altitudinem habere, ac proinde universaliter verum esse parallelogramma æqualium basium & æqualium altitudinum prorsus inter se æqualia esse.

Theſ, III.

QUadratum hypothenuſæ æquale eſt quadratis Laterum.

§. 1.

Sit triangulum rectangulum $= |\overline{LMN}|$, atque illius hypothenuſa $= N$. Ergo latera L & M rectum angulum comprehendunt, ſi ex hoc angulo recto in hypothenuſam demittatur perpendiculum $= P$, manifeſtum eſt hypothenuſam exinde dividi in duo ſegmenta inæqualia.

§. 2.

Si unum horum ſegmentorum lateri L adjacens vocetur Q, evidens eſt reliquum ſegmentum lateri M adjacens recte dici $N - Q$ per §. 1.

§. 3.

Ex demiſſione perpendiculi P dividitur triangulum rectangulum $|\overline{LMN}|$ in duo triangula rectangula, quorum unum eſt $|\overline{LPQ}|$ alterum $|\overline{PM(N-Q)}|$

§. 4.

Triangulum partiale $|\overline{LPQ}|$ ſimile eſt triangulo $|\overline{LMN}|$, nam angulus comprehenſus trianguli $|\overline{LPQ}|$

duobus lateribus L & Q æqualis eſt angulo comprehenſo trianguli $|\overline{LMN}|$ duobus lateribus L & N. Ergo cum triangulum $|\overline{LPQ}|$ habeat unum rectum angulum $|\overline{QP}|$ ſicut triangulum $|\overline{LMN}|$ habet rectum angulum $|\overline{LM}|$, evidens eſt per 32 prop. Lib. I. Euclid. trianguli $|\overline{LPQ}|$ tertium angulum $|\overline{LP}|$ æqualem eſſe trianguli $|\overline{LMN}|$ tertio angulo $|\overline{MN}|$. Nimirum trianguli $|\overline{LMN}|$ latus L ſubtenditur ejus angulo $|\overline{MN}|$ latus M angulo $|\overline{LN}|$ hypothenuſa N angulo recto $|\overline{LM}|$. Trianguli partialis $|\overline{LPQ}|$ latus Q ſubtenditur ejus angulo $|\overline{LP}| =$ angulo $|\overline{MN}|$ latus P angulo $|\overline{LQ}| =$ Angulo $|\overline{LN}|$ hypothenuſa L angulo recto $|\overline{QP}| =$ angulo $|\overline{LM}|$.

§. 5.

Triangulum partiale alterum $|\overline{PM(N-Q}|$ eſt etiam ſimile toti triangulo $|\overline{LMN}|$, nam trianguli $|\overline{PM(N-Q}|$ angulus $|\overline{M(N-Q}|$ eſt & communis triangulo $|\overline{LMN}|$ & æqualis illius angulo $|\overline{MN}|$, ergo cum Triangulum $|\overline{PM(N-Q}|$ habeat unum rectum angulum $|\overline{P(N-Q}|$, ſicut triangulum $|\overline{LMN}|$ habeat unum rectum $|\overline{LM}|$; evidens eſt per dictam

Euclid.

Euclid. propositionem trianguli $|\overline{PM(N-Q}|$ tertium angulum $|\overline{P\ M}|$ æqualem esse trianguli $|\overline{LMN}|$ tertio angulo $|\overline{LN}|$. Nimirum trianguli partialis $|\overline{PM(N-Q}|$ latus P. subtenditur ejus angulo $|\overline{M(N-Q}|$ = angulo $|\overline{MN}|$; latus N − Q ejusdem angulo $|\overline{PM}|$ = angulo $|\overline{LN}|$ hypothenusa M illius angulo recto $|\overline{P(N-Q}|$ = angulo $|\overline{LM}|$.

§. 6.

Ex §. 4. & 5 patet singula duorum triangulorum partialium similia esse triangulo $|\overline{LMN}|$ tanquam toto, ac proinde inter se similia seu æquiangula esse vi prop. 4. lib. 6. Euclid.

Consectaria.

1. QUadratum hypothenusæ N æquale esse quadratis laterum *L* & M.

§. 7.

Ex §. 4, 5 & 6. constat trianguli rectanguli $|\overline{LMN}|$ hypothenusam N eandem rationem habere ad suum latus L, quam partialis trianguli $|\overline{LPQ}|$ hypothenusa *L* habet ad ejusdem trianguli latus Q, vi prop. ejusdem hoc est N, *L* : *L* ; Q, Quia vero latus Q est

 quar-

quartum proportionale, ex doctrina proportionum, probatur illius valorem haberi multiplicando secundum proportionis terminum L per tertium, qui etiam est *L* & productum inde ortum dividendo per primum terminum N, unde certum est valorem lateris Q recte exprimi per $\frac{L\,L.}{N}$

§. 8.

Ex §. 4, 5 & 6 etiam constat trianguli rectanguli $|\overline{L\,M\,N}|$ hypothenusam N eandem rationem habere ad ejusdem trianguli latus M, quam trianguli partialis hypothenusa M habet ad ejusdem trianguli latus N — Q vi dictæ propositionis, hoc est N, M : M : N — Q, ergo ex jam dictis patet N — Q recte exprimi per $\frac{M\,M.}{N}$

§. 9.

Ex §. 2, 7 & 8 evidens est trianguli rectanguli $|\overline{L\,M\,N}|$ hypothenusam $N = \frac{L\,L + M\,M.}{N}$

§. 10.

Si hypothenusa N ducatur in $\frac{L\,L + M\,M}{N}$ produ-

ctum

ctum inde ortum *L L* + M M est ipsius hypothenusæ N quadratum per §. 9. ut ex natura quadrati patet.

§. 11.

Et cum in triangulo rectangulo $|\overline{L\,M\,N}|$ laterum *L* & M quadrata sint *L L* & M M, facile ex § 10. intelligitur hypothenusæ N quadratum *L L* + M M æquari dictorum laterum quadratis *L L* & M M.

2. Perpendiculum P ex angulo recto trianguli $|\overline{L\,M\,N}|$ demissum in hypothenusam N, medium esse proportionale inter hypothenusæ N dicta segmenta Q & N — Q. Nam ex similitudine triangulorum $|\overline{L\,P\,Q}|$ & $|\overline{P\,M\,(N - Q}|$ patet trianguli $|\overline{L\,P\,Q}|$ latus Q eandem rationem habere ad ejusdem trianguli latus P quam trianguli $|\overline{P\,M\,(N - Q}|$ latus P habet ad ejusdem trianguli latus N — Q per §. 4, 5 & 6 vi prop. 4 lib. 6. apud Euclid.

Thes. IV.

Similes figuræ planæ habent inter se rationem duplicatam laterum homologorum.

§. 1.

Si unius trianguli latera sint *L*, M, & N, similis trianguli latera apte dici possunt EL, EM & EN per prop. 4 lib. 6. apud Euclid.

§. 2.

Si perdendiculum demissum ex trianguli $|\overline{LMN}|$ quocunque angulo in latus oppositum sit $=$ P, facile est demonstratu perpendiculum demissum ex æquali angulo trianguli $|\overline{EL})(\overline{EM})(\overline{EN}|$ esse $=$ E P.

§. 3.

Ex §. 1 & 2 patet aream trianguli $|\overline{LMN}|$ demisso ex angulo $|\overline{LM}|$ perpendiculo P in latus oppositum N esse $= \frac{1}{2}$ P N.

§. 4.

Ex eodem fundamento constat aream trianguli $|\overline{EL})(\overline{EM})(\overline{EN}|$, demisso ex angulo $|\overline{EL})(\overline{EM}|$ $=$ angulo $|\overline{LM}|$ perpendiculo E P esse $= \frac{1}{2}$ E E P N.

§. 5.

Ex §. 3 & 4 constat trianguli $|\overline{EL})(\overline{EM})(\overline{EN}|$ aream $\frac{1}{2}$ E E P N ad trianguli $|\overline{LMN}|$ aream $\frac{1}{2}$ P N rationem E E habere duplicatam rationis e, quam trianguli $|\overline{EL})(\overline{EM})(\overline{EN}|$ latus ex: gr: E L habet ad latus homologum L in triangulo $|\overline{LMN}|$, vel latus E M habet ad trianguli $|\overline{LMN}|$ latus homologum M &c.

§. 6.

Sit triangulum quodvis |OPQ| & aliud triangulum ipsi simile |EO)(EP)(EQ| ita comparatum, ut quodvis ejus latus ad trianguli |OPQ| latus homologum eandem habeat rationem, quam quodvis Trianguli |EL)(EM)(EN| latus habet ad trianguli |LMN| latus homologum.

§. 7.

Si triangulum |LMN| ita addatur triangulo |OPQ| ut hæc duo triangula eundem prorsus inter se situm habeant, quam duo triangula hisce similia ac sibi invicem similiter addita |EL)(EM)(EN| &, |EO)(EP)(EQ|; evidens est ex tali additione duas alias figuras similes oriri.

§. 8.

Cum quodvis triangulorum componentium unam figuram ad unum Triangulorum componentium alteram figuram rationem habeat EE dupplicatam laterum homologorum per §. 5, evidens est ex §. 6 & 7. unam harum similium figurarum ad alteram earundem rationem habere EE duplicatam laterum homologorum.

§. 9. Quem-

§. 9.

Quemadmodum omnes aliæ figuræ ſimiles quantumcunque ſive multangulares ſive irregulares ſint ſimiliter compoſitæ ex triangulis, quorum quodvis in una figura reſpondeat ſimili triangulo, & ſimiliter poſito in altera figura; ita palpabile eſt univerſaliter verum eſſe tales figuras ſimiles inter ſe rationem habere duplicatam laterum homologorum, modo quis perpendat quodvis triangulum unius figuræ ad ſimile & ſimiliter poſitum triangulum in altera figura eandem rationem habere, quam quodvis aliud Triangulum prioris figuræ habeat ad ſimile & ſimiliter poſitum triangulum in altera figura, vi eorum quæ §. 6. dicta ſunt.

Soli Deo Gloria.

Corollaria Præsidis.

1. ALgebra ſicut & Almanach Arabicæ eſt originis. ideoque

2. Hanc artem ab Arabum felicibus ingeniis repetendam ſtatuimus.

3. Algebra Græco nomine appellatur ἀνάλυσις ſeu ἀναλυτικὴ, latinis Regula Rei & Cenſus. Item, Regula Coſæ vel Coſſica. Hinc numeri Coſſici, ſumtâ denominatione a voce Italorum Coſa, quam illi pro Re ſeu radice ponunt.

4. Experimentum Algebraicum, circa Theorema de hypothenuſæ & laterum quadratis.

1. Datis duobus lateribus datur hypothenuſa, e. g. in triangulo L M N. erit latus L. 6. & latus M. 8. ideoque hypothenuſa N 10.

$$\begin{aligned} \text{Si } L &= 6 \text{ ergo } LL = 36. \\ M &= 8 \text{ ergo } MM = 64. \\ & \overline{LL + MM\ 100.} \\ LL + MM &= NN = 100 \\ N &= 10. \text{ hypothenuſa.} \end{aligned}$$

2. Data hypothenuſa N 10 & altero latere M 8, invenitur latus L 6.

$$\begin{aligned} \text{Si } N &= 10 \text{ ergo } NN = 100 \\ M &= 8 \text{ ergo } MM = 64 \\ & \overline{NN - MM\ 36.} \\ NN - MM &= LL = 36 \\ L &= 6. \text{ latus alterum.} \end{aligned}$$

3. Data hypothenuſa vel altero latere, cum quadam proportione ad hypothenuſam vel ad latus, totum triangulum invenitur. e. g. Hypothenuſa N erit 10. latus M ad latus L habet ſe in proportione $1\frac{1}{3}$

ex-ergo latus M erit 8 & L 6.

$N = 10$ ergo $NN = 100$.

latus $L = 1.x$ ergo $LL = 1.xx$

latus $M = 1\frac{1}{3}x$ ergo $MM = 1\frac{7}{9}xx$

$$LL + MM = 2\frac{7}{9}xx.$$

Si $NN = LL + MM$. ergo $2\frac{7}{9}xx = 100$

$$\begin{aligned} &\quad\; 9 \qquad\quad 9 \\ 25\,xx &= 900 \\ 1\,xx &= 36 \\ 1.\,x &= 6 \text{ latus L} \\ 1\tfrac{1}{3}\,x &= 8 \text{ latus M} \end{aligned}$$

4. Latus M erit 8 & hypothenusa habet se in proportione $1\frac{2}{3}$ ad latus L ergo hypothenusa N erit 10 & latus L 6.

$M = 8$ ergo $MM = 64$.

Latus $L = 1.x$ ergo $LL = 1.xx$.

Hypoth. $N = 1\frac{2}{3}x$ ergo $NN = 2\frac{7}{9}xx$.

$$NN - LL = 1\frac{7}{9}xx$$

$$NN - LL = MM = 1\frac{7}{9}xx = 64$$

$$\begin{aligned} &\qquad\qquad\quad 9 \\ 16\,xx &= 576 \\ 1.\,xx &= 36 \\ 1.\,x &= 6 \text{ latus L} \\ 1\tfrac{2}{3}x &= 10 \text{ hypoth. N.} \end{aligned}$$

CLARISSIMO

DN. CAROLO AROSIO

Publicante Problemata,

FAusta dies Salve! toto clarissima cœlo.
Este procul gemitus cessate profundi.
En! celerat Phoëbus facilis, comitesq́; corusci
æthera tranantes, cursum quot lampade monstrant?
Pallas, amor Juvenum, lætas modo fingere vultus
Aoniosq́; velox properat generosa per hortos;
Spargit & ecce novi turmis stipata sororum,
Flores purpureos veris, Violasq́; micantes,
CAROLUS hic scandit, lolio livente vireti,
Pulpita sacra Deûm. Vestris sociare maniplis
Non dubitate virum. Nostræ decus usq; juventæ
Pallas adest armis telis parit ipsa triumphum.
Buccinat hinc Claris Victorem Fama Coronis,
Inq́; novos titulos jam surgere, judice Phœbo.
Præda cadis, Victor, pingvis sed præda sororum.
Est aliquid: martem teneras vicisse Puellas.

Hæc pauca in Tesseram singularis amicitiæ celeri plectro festinavit.

JOH. NYLANDER.

Auctori

Hujus Dissertationis

Pereximio atque Literatissimo,

Dn. CAROLO AROSIO,

Acad. Aboëns. Vice - BIBLIOTHECARIO,

Amico perquam Honorando,

S. P. D.

Non vilissimam sane, amice perquam honorande, inter artes ingenuas Tibi artem colendam sumsisti. Omnibus enim fateri necessum est, quod & uno ore fatentur omnes: Mathesin illam esse artem, unde maxima in societatem humanam redundet utilitas. Ut taceam quantillum nonnullæ aliæ, sine hujus, tanquam clavis, ope in variis arcanis reserandis proficiant disciplinæ. Gratulor itaque Tibi, amice perquam honorande, felix in studio seligendo judicium, gratulor insignes in eodem studio progressus, gratulor tandem occasionem peropportunam hosce omnibus in apricum ponendi. Quod & hocce dissertationis conamine strenue facturus es. Vale.

Reinholdus Liebmann.
T. F.
Scanus.

SONNET.

AH! que le Ciel ſe rend bien adorable,
Puis qu'il commence donc d' etre favorable,
Ayons courage, prenons a gré:
L' hyvër qui fut rude, eſt paſſée.

L' hyver paſſèe, printems ſe fait paroitre,
Et comme riant, de ſon ſein nous fait naitre,
(Quand LA ROSée l' arroſe) des fleurs,
Et tout ce que deſire le coeur.

Des belles fleurs, voyez cette ROSE aimable,
Qui eſt ſur toutes la plus admirable.
Que le Soleil veuille touts les ans
Luy conſerver un verd printems!

Ce 12:me de May
l' annèe 1723.

Jacques Wijkman.
Nylandois.

Fratri Clarissimo,

DN. CAROLO AROSIO,

Præsentis dissertationis Auctori Doctissimo.

Mathematicarum scientiarum, apud omnes fere gentes, tanta olim fuit dignitas, ut his, vel solis, vel præ reliquis maxime studuerint: Matheseos cultores Indefessos fuisse Ebræos, refert Celeberrimus rerum Judaicarum scriptor Josephus. Ægyptios, Chaldæos, Arabes, gentesq; Asiæ & Africæ non paucas alias, hujus exstitisse peritissimas, verum produnt annales. De Græcis quid dicam? apud quos certe tanta hujus fuit auctoritas, ut Mathematicarum artium rudis, vix sapientis dignus nomine habitus fit. Hinc omnes fere, quotquot in Græcis exstiterunt Philosophi, in Mathesi non solum versatissimi fuerunt, verum hanc discipulis suis a teneris inde ungviculis inculcarunt. Magni itaque hæc olim ars habita fuit; idque non sine ratione. Præterquam enim, quod publicis privatisque rebus commodum afferat haud aspernandum, ingenium quoq; polit acuitq;, & per omnes fere scientias atq; disciplinas tanta se prodit utilitate; ut illas, absq; hac si essent, ceu mancas, munus rite suum obire credam vix posse: id quod tam clarum evidensq; esse arbitror, ut nulla egere probatione videatur. Tanta itaq; qvum Matheseos dignitas sit & utilitas, optime sane, & sibi, & suis consulunt studiis, qui hanc impensius colant atq; observent. In quorum te numero, Frater, collocandum esse, præter id, quod nunquam non antea Mathematicis scientiis Tua consecrasti studia, præsens quoq; egregia Tua dissertatio, quam propediem publicæ luci, de usu Symbolorum circa Geometrica Theoremata ac Problemata demonstranda *exhibebis, abunde docet. In qua ornate, copioseq; ostendis, qua ratione* Symbola *ducant facillima via ad cognitionem omnium æternarum veritatum, longa serie inter se connexarum. Impense itaque tibi gratulor exantlatos prospere in literarum studiis labores & progressus: gratulor Tibi hunc, quem multo labore & industria tenes, in vastissimo Matheseos Oceano portum. In laudes tuas effusis quasi excurrerem habenis, si harum me admitteret præconem, aut summa illa Tua modestia, aut illa, quæ mihi tecum intercedit, necessitudo. Tantum igitur nunc DEum supplici prece rogo, velit ita tibi adesse, ut honestissimi tui conatus Tibi semper è voto succedant.*

Holmiæ ips. Non. Octob. Anno MDCCXXIII.

Ita ex animo gratulatur & vovet.

PET. AROSIUS.