

143A

D. D.

DISSERTATIO PHYSICA
DE

**DUPLICI IRIDE
OBSERVATA
A CL. SCHISLERO**

DIE XV. FEBR. ANNI CURRENTIS

QUAM,
CONSENSU AMPLISS. FACULTATIS PHILOS.
IN REG. ACAD. ABÖENSI,
PRÆSIDE,

VIRO MAXIME REVERENDO atque CELEBERRIMO

**D^N. DOCT. JACOBO
GADOLIN,**

PHIL. NAT. PROFESS. REG. & ORD.
ACAD. SCIENT. HOLM. MEMB.
ET FACULT. PHIL. h. t. DECANO.

PUBLICO EXAMINI SUBJICIT,

HENRICUS LEMSTRÖM,

NYLANDUS

DIE XIX. MAJI MDCCLIX.

L. H. Q. A. M. C.

ABOÆ, Impressit DIRECT. & TYPOGR. Reg. Magn. Duc.
Finland. JACOB MERCKELL.

S:Æ R:Æ M:TIS
SUMMÆ FIDEI VIRO
ILLUSTRISSIMO & GENEROSISSIMO
LIBERO BARONI
**D^N. CHRISTIANO
ESBIOERN
REUTERHOLM,**

AULÆ MARESCHALLO

Eminentissimo,

MÆCENATI MAXIMO.

*U*ti variora & elegantiora queris cœli pha.
nomina animos spectatorum in se fixos de-
tinent. Ita & TU Mæcenas Gratosissime,
maximis distinctus ornamentis, profundissimaque
rerum

*rerum scientia, animos eorum qui TUAS virtutes
perspiciunt, suspensos tenes. Cense HEROS, sera
posteritas TUA facta in grata habebit memoria.
Secutura enim secula uberrimos percipient fructus
laboris, quo in juvanda œconomia, scientisque
locupletandis occuparis. Felix Ego, si hisce lineis
devotionem animi exprimere potuissem, sed cum
verba mihi desint, unicum erit solatium, calidis-
simas preces effundere, pro TUA & ILLU-
STRIS familiæ TUÆ salute perenni. Viva
Gratiosissime Domine, vivas diu & felicissime,
vivas atque floreas. Sic vovet, qui summa a-
nimi veneratione ad mortem usque permanebit*

ILLUSTRISSIMI NOMINIS TUI

devotissimus cliens,

HENRICUS LEMSTRÖM.

HENRIC LEMSTRÖM

Comministern Årewördige och Högwällärde
Herr H E N R I C
L E M S T R Ö M,
Capellan wid Siundo församling /

Min Sögtårade Guldaste Fader.

Mitt hjärta brinner af wördnad, då jag betraktar den synnerliga ömhet, Min Guldaste Fader om mig haft. Håpnads- och wördnadsfulla rörelser, rubba mitt sinnes lugn. Mina krafter afinna då jag är i begrep, at beskrifwa Min Käraste Faders Högt beprisliga ömhet och förnärng om min upfostran i Dygd och anständiga wettenskaper. Min tunga staplar wid ett ämne som fordrar den största wältalighet. Jag kan ej wärdigt uttrycka de lifswa kärleks band, som fångsla mitt sinne, wid min Kjära Faders rena uppsåt och kostsamma bemödande, at på det aldrakraftigaste gripa mig under armarna. Guldaste Fader, försynen som behagat til dela Eder, ett så stort mått af sinnets häfswor, förlänge Edra dagar, och låte Eder röna sötman af sin nåd och wälsignelse; Han upfyllle den innerliga önskan hwaruti jag med en brinnande outsläckelig kärlek in i döden framhårdar

Min Sögtårade Guldaste Faders

HENRIC LEMSTRÖM

Edmjukt, lydige Son,
HENRIC LEMSTRÖM.



Ris certe, inter ea coeli spectacula numerari debet, quæ forma speciosa oculos spectatoris, sæpe attoniti, in se fixos, quam diutissime retinere, atque gratissima colorum varietate, delectare solent.

Admirabilis nexus in causis eam constituentibus, ejusdemque elegantia singularis, certissimi sunt indices Auctoris Supremi, qui universam rerum compagem tam artificiose & magnifice adornaverit. Quod si itaque tanti sit phænomenon iridis ordinarium; equis mirabitur extraordinariam ejus faciem, aspectusque prodigiosos præcipua quâdam ratione percellere, atque in admirationem rapere omnes illos, quibus præter mentem & expectationem obvenerint.

Observatum est rarissimum quoddam hujus generis phænomenon, haud ita pridem, quod quidem relatum legitur, in novellis Eruditis, d. 62. Martii, proxime præterlapsi, *domini Salvii*, ab *Oeconomiae Directore Clariss. Dn. Petro SCHISLERO*, Viro ob rerum naturalium peritiam Celeberrimo, quæ quidem relatio cum mihi Specimen Academicum e-dendum meditati, materiam, neque lectori B. uti

spero, ingratam suppeditaverit, verbotim hic apponenda videtur: "Wid min resa ifrån Gefle, Nork ut/ den 15. Februarii, om aftenen = = = sedan jag kom på de så kallade Tröje = murar, kläckan 8. en half timma förr än månan upgick / syntes tvenne Regnbågar i Öst. Alt detta har jag sedermera hört at det för flera syntis i Gestrikeland / Helsinge = och Jemtland - - -. Deras förespå de åldersiegne ic.

Ris certe, nisi ea cœli spectabitur
 la numerus, aut forma spectabitur
 §. II.

Quamquam relatio hæc, fide dignissima sit censenda, e re tamen esse judico, ut nonnulla, quæ ex vulgari opinione de arcu cœlesti contra eandem moveri posse videntur, dubia in antecessum diligentius expendantur. Cum itaque in vulgus fere notum sit, solem ut plurimum, lunam vero rarissime, arcum cœlestem in pluvia, aut roscida nube caussari: neutri causæ hoc phænomenon tribui posse, facile quis existimaverit; non soli, quia ante tempus observationis, tribus circiter horis cum dimidia infra horizontem descenderit; neque lunæ, quia non antequam dimidia fere hora præterlapsa, supra horizontem hæc comparuerit. Proinde cum neutrum horum siderum, arcui cœlesti huic efficiendo præsens fuisset, haud levi de causa veritas relationis in dubium forte revocabitur. Deinde & illud obverti poterit, quod arcus conspectus fuerit in parte cœli orientali, adeoque in eadem plaga ubi sita erat luna, non vero in plaga opposita. Scilicet ex nimia profun-

profunditate solis infra horizontem, id citra dubitationem mox patet, quod sol nulla ratione heic in sensum veniat. Verum enim vero, neque antiqui neque moderni rerum naturalium inquisitores, aliter causam arcuum cœlestium tradere videntur, quam si ad plagam sideri causanti oppositam necessario apparere debeat. "Sic Seneca Nat. quæst. L. I. c. 4. "Illud esse dubium nulli potest quin arcus imago solis sit - - - Quod ex hoc tibi apparet. Nunquam non adversa soli est, sublimis aut humilis, prout ille se submitit atque sustulit, contrario motu. Illo enim descendente altior est, alto depressior. Sæpe talis nubes a latere solis est, nec arcum efficit, quia non ex recto imaginem trahit." Similiter quoque Celeberr. MUSSCHENBROCK, Phys. Cap. 39. §. 1262. In ipsa arcus cœlestis descriptione, situm, quem dixi, postulat his verbis: "Under stundom synes på Himmelen en brokrog båga/ som kallas Regnboga då Selen lyser bak om Ryggen på åskådaren. Nec non § 1282. "at den tredje Regnbågan skal synes/ deril fodras at Solen skal skina ganske klart/ bakom åskådaren. Itemque Celeb. GORDON in Phys. experim. Elem. Tom. 2. §. 1393. "Fris nunquam apparet nisi quando ita constituitur spectator, ut solem a tergo, nubem ante oculos habeat. Nec non Celeb. GUIL. JAC. GRAVESANDE in Phys. Elem. Mathemat. L. V. cap. XXIV. §. 3591. edit. tert. "ad quod phænomenon, puta iridem, guttæ aqueæ in aëre suspensæ requiruntur; ut spectator ad verso sole, inter hunc & guttas collocetur: & ut post guttas

guttas, nubes, detur obscura, quæ magis sensibiles faci-
 ciat colores, hi enim vix percipiuntur, si lumen vi-
 vidum eodem tempore oculos intret. Quæ hic de so-
 le dicuntur, de luna perinde intelligenda esse, vel
 me non monente quisque videt. Accedit & illud
 dubium, quod arcum radiante luna, ob luminis de-
 biliratem vix apparere existiment, nisi plena facie si-
 dus hoc fulgeat, sic enim Cel. MUSSCHENBROCK l.
 cit. §. 1283. "Icke annorledes bör Månans Regns
 "boge förklarar / hvilken fast än han händes mycket
 "sällan litväl blifwit sedd nattetid uti Regn / då
 "Månan varit full. Jam vero a tempore plenilunii
 quatuor fere dies præterlapsi erant, atque facies lu-
 næ lucida, prouti e calculo posito facile demonstrari
 posset, sexta circiter sui parte diminuta erat; unde
 periculum esse videbitur, ne lumen lunare insuffi-
 ciens plane fuerit ad arcus in cœlo repræsentandos;

§. III.

QUicquid sit de hisce aliisque similibus contra
 historiam facti confingendis argumentis, illa cum-
 cta evanescenti necesse est, si mathematica ratione
 demonstrari queat, ipsum factum per naturam rei
 possibile tamen esse. Verum mihi hocce opus jam
 aggressuro, longe major exinde enascitur difficultas,
 quod ipsa historia facti admodum sit manca, atque cir-
 cumstantiis, quæ ad rem certius cognoscendam apprime
 necessariae sunt, variis destituta. Fateor ecquidem, accu-
 ratam observationem arcus cœlestis admodum difficilem
 esse,

esse, imprimis ob inopinatas occasiones, quibus comparere solet, observatoribus omni instrumentorum apparatu orbatis; attamen quod attinet hanc materiam quæstionis, jure desideraverim mentionem colorum, saltem qualemcunque, utrum nimirum aliquibus coloribus distincti fuerint arcus isti, atque quinam præcise colores partes exteriores vel interiores arcuum illustraverint; quæ quidem res, uti non potest non sua quasi sponte in oculos spectatoris incurere, ita etiam absque ullis instrumentis observari atque describi potuisset. Præterea & id facile adnotari potuisset, utrum lunæ ortu immergente elevationes facti, aut quocunque modo lunæ motum secuti fuerint arcus isti, atque sic porro.

§. IV.

Indigitavi in §. 2. lunæ potius quam soli deberi illuminationem arcuum a *Dn. SCHISLERO* visorum. Erat quidem luna tempore observationis nondum supra horizontem orta, & proinde neque radii luminis lunaris directe ad locum observationis pertingere potuere. Verum cum mox post dimidiam horam oriunda esset eadem, hinc quidem sequitur ejus profunditatem infra horizontem haud fuisse majorem quam ut radios luminis, quemadmodum in crepusculis fieri solet, ad locum dictum spargere potuerit; notum enim est, sole ad 18 gradum profunditatem licet demersa, crepuscula tamen apparere, quod ipsum per lumen lunare æque fiat necesse est. Erat

vero luna non nisi ad tres circiter gradus infra horizontem, adeo ut nullatenus negari queat, ejus lumen crepusculare, sufficienti ad hoc phænomenon copia, atmosphæram loci penetrare potuisse. Præterea tenendum est, duplici potissimum de causa circa iridem requiri, ut sol aut luna sit a tergo spectatoris, prouti §. cit. commemoravimus. 1:o quia in iride adspicienda angulus, qui continetur radiis a sole aut luna atque a quovis puncto iridis in oculum cadentibus, multo major est quam ut oculus eundem capere queat, quod quidem in iride primaria & secundaria imprimis contingit. 2:o Quia si vel maxime fieri posset, ut oculus radios solis aut lunæ simul cum radiis ex iride procedentibus capiat, iridem tamen neutiquam visu tunc distingueret; quoniam hujus debile lumen altero isto vividiori penitus obscurabitur. Quod si jam ponatur, lumine lunari collustratos fuisse arcus a D. SCHISLERO visos, utraque causa hinc excipienda est. Quod itaque hanc posteriori loco allatam attinet, mox quidem patet, eandem heic feliciter evanescere, quia nimirum infra horizontem latuit luna, adeoque lumine directo vivido iridem obfuscare haud potuit; & prior quoque causa, ob quam sidus a tergo spectatoris collocatur, heic deficiet, si demonstravero irides, quæ post factas tres quatuorve radiorum luminis reflexiones in particulis roscidæ nubis formantur, non in plaga soli aut lunæ opposita, sed ad eandem cæli partem, in qua hæc sidera ponuntur, spectandas esse. Sed favorem causæ specialissimum conciliat atra nox, in qua vel debilissimum quod

quodvis lumen feliciter discerni nemo inficiabitur. Et id quoque mihi, explicationem phænomeni modeste tentanti favebit, quod sic ad ominationes superstitionem redolentes, quas vulgus e phænomenis quibusdam rarioribus ducere solet, tollendas optime procedatur.

§. V.

LEMMA I.

SI radius luminis in superficiem sphericam incidat corporis pellucidi, in qua refringatur, atque ex eadem rursus emergat, una sive pluribus intra sphaeram factis reflexionibus; angulus quem facit radius incidens cum radio primum refracto, æqualis erit angulo, quem facit radius emergens cum radio ultimum reflexo; itemque angulus, quem facit radius luminis incidens cum radio circuli ad punctum incidentiæ ducto, æqualis erit angulo, quem facit radius emergens cum radio circuli ad punctum emergentiæ ducto. Subtensæ autem singulæ in quibus intra sphaeram movebatur radius, inter se æquales quoque sunt.

LEMMA II.

Si duo radii luminis quorum ratio refractionis sit eadem, sub diversis quibusdam angulis incidentiæ, transeant ex uno eodemque medio in aliud atque refringantur, erit differentia sinuum angulorum incidentiæ, ad differentiam sinuum angulorum refractionis,

nis, ut utriuslibet radii sinus anguli incidentiæ ad suum sinum anguli refractionis.

LEMMA III.

Invenire duos angulos. Quorum sinus habeant rationem datam $a : b$, & quorum cosinus simul habeant rationem datam $a : nb$, dum nimirum n designet numerum quemvis datum. Fig. 1.

In recta quavis data AB. sume $AB : AC = a : b$; atque $AB : AD = n : 1$. Super DB construe Semicirculum DEB. Centro A. radio AC ducatur arcus circuli CE secans semicirculi peripheriam in E. Ducantur quoque rectæ AE & DE, itemque BE, quæ producatur ultra E ad H. Præterea centro E, radio EA, ducatur arcus circuli AH secans rectam BE in H. Per E ducatur recta, datæ AB parallela, secans arcum AH in I. Dico angulos AEH & IEH esse quæsitos. Littera f , præfixa angulo designato, exprimat ejusdem sinum. Cum itaque per principia Trigonom. latera trianguli sint ut sinus angulorum oppositorum; patet esse jam in $\triangle ABE$, $AB : AE (= AC) = f$, $\triangle AEH$ f . $\triangle ABE (= IEH) = a : b$. Ducantur normales AF & IG ad radium EH arcus AH; si EH habeatur pro sinu toto, erit AF sinus anguli AEH, & IG sinus anguli IEH. Ergo $AF : IG = a : b$, consequenter $AF = \frac{a \cdot IG}{b}$. Intersectio rectarum IE,

& AF. dicatur L. Quia angulus in semicirculo BED est rectus, erunt rectæ DE & AF parallelæ. Proinde ex parallelismo linearum ductarum patet esse $AD : AB =$
FE :

$\sin x : \sin y = a : b$
 $\cos x : \cos y = a : nb$

$\sin x = \frac{1}{b} \sqrt{b^2 n^2 - a^2}$

$\cos x = \frac{1}{b} \sqrt{a^2 - b^2}$

$\sin y = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{b^2 n^2 - a^2}{n^2 - 1}}$

$\cos y = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{n^2 - 1}}$

$\sin x = \frac{1}{b} \sqrt{b^2 n^2 - a^2}$

$\sin y = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{b^2 n^2 - a^2}{n^2 - 1}}$

FE : FB = FL : FA = 1 : n . producantur porro EA:
& GI. donec sibi occurrant in K, eritque FL : FA
= GI : GK; ideoque 1 : n = IG : GK. = n .IG. Sed
KG : AF = GE : FE. Itaque si heic pro KG & AF
substituuntur earum valores inventi, erit n .IG : $\frac{a}{b}$ IG
= GE : FE = nb : a . Ex quo tandem patet, quod
cum GE sit cosinus anguli IEH, atque FE sit cosinus
anguli AEH, propositum jam sit demonstratum.

§. VI. Fig. 2.

Liberanda jam est fides §. IV. data, atque osten-
dendum, talem esse situm iridis quartæ, quoad
plagam illam unde lumen propagatur, qualem ibidem
indicavi.

Supponantur heic cognita principia ista, e qui-
bus magnitudinem atque situm iridis primariæ vel
secundariæ deducere solent Physici. Cum itaque no-
tum sit radios luminis parallelos ejusdem refrangibi-
litas in sphæram refringentem incidentes atque ex-
inde, post factas reflexiones plures vel pauciores,
emergentes varie dispergi; nec non illos solummodo
radios ad coloris sensum excitandum efficaces esse,
qui post emergentiam sibi invicem maxime vicini
paralleli manent; hinc id primo agendum erit ut
inveniatur quantus sit angulus incidentiæ in superfi-
ciem sphæricam ille, sub quo id ipsum obtineat, ut
radii sibi proximi incidentes, emergant sibi æque ac
ante proximi & paralleli. Sit SA radius incidens in

B

Sphæ.

Sphæram AC, ex qua post factas quatuor reflexiones in punctis B, C, D & E, nec non geminas refractiones in ingressu in A atque in egressu in F, tandem emergat in rectam FO. Sit alius radius incidens priori proximus *sa* qui itidem refractus in *a*, atque quater reflexus in *b*, *c*, *d* & *e* nec non denuo refractus in *f* emergat tandem in rectam *fo*, ita ut radii emergentes FO, *fo*, sint æquidistantes, quemadmodum erant ante incidentiam. Ob parallelismum & æqualem distantiam horum radiorum incidentium & emergentium erit arcus circuli *Aa*, interceptus inter radios incidentes, æqualis arcui *Ff*, intercepto inter radios emergentes, prouti facile intelligitur ex Lemmate I. §. 5. Sit radius *sa* respectu radii vicini SA, versus centrum sphæræ G situs; erit quoque idem emergens in *f*, respectu radii FO, situs itidem versus centrum G. Quod si neges, pone punctum *f* cadere ad partem oppositam puncti F, quasi in H; adeoque erit $Aa = FH$. Ex centro G, ad rectam AB, seu ad radium luminis SA refractum, demitte normalem GI; itemque ad alterum radium refractum *a b* normalem *Gi*. Si radius sphæræ GA, sumatur pro Sinu Toto, erit recta GI. sinus anguli refractionis radii luminis incidentis SA; atque recta *Gi*. sinus ang. refractionis radii incidentis *sa*. Sed cum per hypothesin radius incidens SA, sit remotior, radio *sa*, a centro G; erit quoque ejusdem remotioris sinus refractionis major; ideoque erit recta GI. major quam *Gi*; & consequenter subtensa AB, per naturam circuli, minor quam subtensa *ab*, atque arcus

eus AB minor quam arcus *ab*. Porro est arcus ABCDEF. æqualis arcui *aBCDEH*; est namque per demonstrata, $aA = HF$, & reliqua horum arcuum pars ABCDEF est utrique communis. Sunt quoque singulæ rectæ subtensæ, quas permeat intra spheram unus idemque radius luminis, arcusque istis correspondentes, inter se æquales, per Lemma I. §. 5. adeo ut sit arcus $AB = BC = CD = DE = EF$; nec non arcus $ab = bc = cd = de = EH$. Itaque cum totus arcus ABCDEF. sit æqualis, toti arcui *aBCDEH*; erit pars illius quinta AB. æqualis quintæ hujus parti *ab*. Sed supra jam demonstratum est, arcum AB esse illo *ab* majorem. Ergo punctum F non cadit in H, sed radius emergens *fo*. situs erit versus centrum spheræ respectu radii FO.

Quum arcus *a b c d e f*, æqualibus portionibus *Aa*. & *Ff*. utrinque superet arcum ABCDEF; hinc absque prolixa demonstratione ulterius patet, & integros hosce arcus, & eorundem quoque partes intermedias, nimirum arcus CD & *cd* bifecari in quodam puncto K. Ponatur arcus $AB = L$: & arcus $ab = M$; erit arcus $ABCK = \frac{5L}{2}$, & arcus $abcK = \frac{5M}{2}$ consequenter arcus $Aa = \frac{5}{2} M - L$. Erit sic quoque $CK = \frac{1}{2} L$; & $cK = \frac{1}{2} M$: ideoque arcus $cC = \frac{1}{2} M - L$; atque adeo $Aa : cC = 5 : 1$. seu $Aa = 5. cC$. Producantur rectæ SA & *sa*, ad easque ducatur per centrum G normalis *Gv*. secans rectam SA in *u*, atque rectam *sa* in *o*. Ex A demittatur ad rectam *sa* normalis *Av*;

B 2

eritque

eritque $Av = uo$. Quia vero sibi proximi sunt radii SA & sa : poterit arcus exiguus aA , pro recta haberi. Triangula rectangula aAu . & GAa . sunt inter se similia, quoniam anguli aAv & GAu , quorum complementum commune ad angulum rectum est angulus GAv , sunt æquales inter se. Ergo AG :

$$Au = Aa : Av : consequenter $Av = uo = \frac{Aa \cdot Au}{AG}$.$$

Pari ratione, si ex A . demittatur ad rectam ab . normalis Ar , patet similia esse triangula aAr . & GAI ; ideoque esse $AG : AI = Aa : Ar$, & per consequens

$$Ar = \frac{Aa \cdot AI}{AG}$$

Si ex puncto C demittatur CN normalis ad Chordam cd , similia erunt triangula cCN . & aAr ; etenim habent præter illos per constructionem rectos, etiam Aar & CcN . æquales, per naturam circuli, quatenus quidem chordæ cd . & ab . sunt æquales. Ergo cum supra demonstratum sit, esse $aA = 5cC$; erit quoque $Ar = 5CN$; ideoque $CN =$

$$\frac{Aa \cdot AI}{5AG}$$

Atque hinc tandem sequitur esse $uo : CN = 5Au : AI$. Sed recta Gu . est sinus anguli incid. radii SA , atque recta Go pariter sinus ang. incid. radii as ; unde lineola uo . est differentia horum sinuum. Eodem modo patet quoque lineolam CN esse differentiam sinuum angulorum refractionis eorundem radiorum luminis; cum enim uterque arcus CD , & cd . sit bisectus in K , erunt chordæ CD & cd parallelæ; atque ducta GR , normali ad chordam CD , secante chordam cd . in T , e-

rit

rit $GR = GI$, & $GT = Gi$, harumque differentia $TR = CN$. Si itaque ratio refractionis dicatur $I : R$; erit, per Lemma 2. §. 5, 110 : $CN = I$; $R = 5 Au$: AI . Patet vero rectam Au , esse cosinum anguli incidentiæ; atque rectam AI esse cosinum ang. refractionis. Eo itaque reducta est quæstio, ut inveniantur duo anguli, scilicet ang. incid. & refractionis, quorum sinus datam habeant rationem $I : R$, & cosinus rationem $I : 5 R$.

Resolutio Geometrica patet per Lemma 3. §. 5.

Resolutio arithmetica sic absolvi poterit: sinus anguli incidentiæ quæsitus dicatur x ; eritque ejusdem cosinus $\sqrt{ST^2 - x^2}$; atque sinus anguli refractionis $\frac{R \cdot x}{I}$, hujusque cosinus $\sqrt{ST^2 - \frac{R^2 \cdot x^2}{I^2}}$ atque sic per demonstrata habebitur proportio, $I : 5 R = \sqrt{ST^2 - x^2} : \sqrt{ST^2 - \frac{R^2 \cdot x^2}{I^2}}$; unde, facto calculo,

$$\text{habebitur } x = \frac{ST}{2R} \sqrt{\frac{25R^2 - I^2}{6}}$$

Sit $I : R = 4 : 3$, quod reapse obtinet in radiis minime refrangibilibus, dum ex aëre transeunt in aquam, atque tum reperietur $x = \sin.$ ang. $G Au = 79^\circ, 37', 44''$, cui respondet ang. refractionis $G AB = 47^\circ, 32', 23''$. Producantur rectæ SA . & OF . donec sese interfecent in P . atque recta OF . ulterius continetur ad Q ; patet, ex iis quæ jam inventa sunt, angulum SPQ facile inveniri. Etenim dupli anguli $G AB$. complementum ad semicirculum est ang. AGB ,

seu arcus AB; ideoq; cum arcus AF sit excessus quintupli arcus AB supra peripheriam circuli, inde invenietur idem arcus AF. Præterea cum sic in figura quadrilatera AGFP. detur summa trium angulorum, horum scilicet duo ad A. & F. sunt inter se æquales, per Lemma. I. §. 5, atque proinde æquantur duplo angulo incidentiæ invento, tertium vero angulum ad G. dat arcus inventus AF; hinc invenitur angulus quadrilateri quartus APO, & consequenter ejusdem complementum ad semicirculum, seu angulus SPQ, qui jam reperitur = 43°, 51', 38". Ponatur deinde esse I:R = 109:81, quemadmodum contingit in radiis maxime refrangibilibus; erit tum $X = \frac{ST}{2R}$

$$\sqrt{\frac{25R^2 - I^2}{6}} = \frac{ST}{102} \approx 159, 24. \text{ Ac proinde angulus}$$

incidentiæ GAH = 79°, 24', 30", cui respondet refractionis angulus GAI = 46°, 55', 30". Atque hinc, instituto calculo, uti in casu proxime præcedenti ostensum est, reperitur pro radiis maxime refrangibilibus SPQ = 49° 34'.

Sit jam oculus spectatoris in O, & recta OS parallela radiis lunæ per atmosphæram loci propagatis. Sint in roseida nube guttulæ aqueæ sphericæ, in quas radii hi lunares incidant; utique fieri poterit, ut spectator versus eam plagam, unde radii proveniunt, conversus, videat iridem quarti ordinis, cujus semidiameter maxima sit 49°, 34', & latitudo factæ caloratæ 5° 42' $\frac{1}{2}$ circiter, in qua iride color ruber

