33

D. F. G.

# APHORISMI MATHEMATICO-PHYSICI,

Quos

*Consensu Ampl. Facult. Philos. in Regia Academia Aboënsi,*

PRÆSIDE,

*MAXIME REVERENDO atque CELEBERRIMO*

D:NO DOCT. JACOBO GADOLIN,

Scient. Nat. PROFESS. Reg. & Ord.
nec non Acad. Scient. Holmiens. MEMBRO.

PRO GRADU MAGISTERII,

*Publico examini subjicit*

ANDREAS JOH. LEXELL,

*ABOA-FENNO.*

Die IV. Junii, Anni MDCCLX.

Loco Horisque A. M. Solitis.

ABOÆ, Impressit DIRECT. & TYPOGR. Reg. Magn. Duc. Finland. JACOB MERCKELL.

D. A.

## APHORISMUS I.

OMnes quidem ſcientiæ eatenus certæ ſunt, quatenus tradunt veritates, quæ cum indubiis principiis conveniunt; ipſum tamen certitudinis fundamentum, pro varia ſcientiarum indole, diverſum eſt. Generaliter vero omnis certitudo in mathematicam & moralem diſtingvi poteſt. Certitudo, quæ a mathematicis ſcientiis nomen ſortita eſt, in neceſſaria ipſarum idearum inter ſe convenientia, vel pugna fundatur. Certitudo autem moralis, poſtulat omnia removeri dubia, quæ contra rerum exiſtentias adduci poſſunt, eſtque hujus origo quærenda in ipſo Summo Numine. Siquidem enim DEus

neque

neque falli, neque fallere poteſt, admittere omnino nequit, ut quæ hominibus conceſſit veritatem cognoſcendi media, iis in errores inducantur; immo quoniam ſumma ſimul gaudet ſapientia, non potuit non, certum quendam ordinem & harmoniam inter eventus in mundo corporeo obvenientes inſtituere, ut omnia, quæ exiſtunt ex cauſſis eveniant. Hinc quemadmodum ſimiles cauſſæ ſimilibus effectibus producendis inſerviunt; ſic viciſſim ex effectuum ſimilitudine, ad ſimilitudinem cauſſarum concludere omnino licet. Talis vero concludendi ratio in ſcientia Naturali quum uſu veniat, patet omnem convictionem, quæ in Phyſicis habetur, ad certitudinem moralem pertinere. Tum demum igitur Phyſica recte traditur, cum pro primis principiis conſtantes naturæ conſvetudines adſumuntur, & ex illis deinde, in ſubſidium vocatis principiis mathematicis, ad ſpecialiora proceditur.

## APHOR. II.

QUarum ſcita ſororio quaſi nexu invicem cohærent atque in idem ſyſtema coagmentari ſolent, Matheſis mixta & Phyſica, certis limitibus, a ſe mutuo diſtingvendæ ſunt, etiamſi plerumque quam maxime interſit, easdem ſimul tradi atque addiſci. Habet matheſis mixta id cum phyſica commune, quod proprietatem quandam corporum datam, vel quamvis eorundem qualitatem, fundamenti loco ponat, atque exinde ope principiorum matheſeos puræ,

 quas-

quasdam habitudines corporum effectusque investigare nitatur. In eo autem a physica differt, quod non nisi ad unam alteramve attendat corporum qualitatem & ne eam quidem semper, quemadmodum reapse est, determinatam, atque adeo transeat complexum reliquarum qualitatum, quæ isti justo generalius assumtæ vel limites ponunt, vel cum eadem forte contrarie agunt, hæc vero res quales existunt considerare debeat, adeoque quibusvis circumstantiis perpensis, cum principiis ex mathesi pura petitis, omnes ac singulas conferre rei affectiones, quæ ullo modo ad determinandum id, de quo quæstio instituitur, influere possunt. Hinc fiet, ut effectus, qui sic detegentur in Physica, in natura locum semper habeant; verum e contra effectus in Mathesi mixta determinati tales esse possunt, ut in rerum natura nusquam reperiantur. Qui ex: gr. nimis abstracte licet mathematice, corporum in hisce regionibus sublunaribus projectorum motum considerant, iisdemque parabolicas trajectorias assignant, immane quantum a rei veritate aberrant. Omittunt nimirum hi, ne quid de reliquis qualitatibus jam dicam considerationem resistentiæ aëris, quæ nihilominus tantum efficit, ut trajectoriæ istæ neque sint accurrate, neque quam proxime, quales volunt, lineæ parabolicæ. In mathesi mixta itaque ex hypothesi ratiocinia ducuntur; cum scilicet casus quicunque possibiles ponuntur, quique, iis positis, sequuntur effectus determinantur. Quodsi vero contingat, hypothesin assumtam in natura rerum obtinere, neque aliis naturæ conditionibus interturbari; quisque videt meram ſic prodire ſcientiam phyſicam. Præterea Phyſices eſt, non ſolum generales corporum qualitates evolvere, quo reſpectu matheſi mixta prior eſt, ſed etiam ipſos fines a Summo Numine intentos explicare. De cætero in Matheſi mixta, haud aliter ac in pura, certitudo aſſertorum dependet ab ideis aſſumtis; in Phyſica vero ab experientia.

## APHOR. III.

SI corpus grave, data velocitate deorſum verticaliter projiciatur, in medio non reſiſtente, hæc corporis velocitas continua manebit, in quovis tamen momento nova incrementa capiet ob gravitatem, corpus verſus terram pellentem. Quæritur proinde, quæ ſit velocitatis, qua corpus in quovis momento temporis agitur menſura, quæve ſpatiorum a corpore datis temporibus percurſorum? Primo apparret corpus hocce, quatenus gravitate agitur, juxta leges corporum gravitate ſua labentium moveri; adeoque velocitatem ipſi per vim gravitatis communicatam ſemper eſſe, ut tempus cadendo præterlapſum, ac proinde tam velocitatem vi gravitatis acquiſitam, quam tempus iſthoc, communi numero $t$ exprimi poſſe. Deinde evidens eſt, huic velocitati, in quovis temporis momento addendam conſtantem, qua projiciebatur, quæ ſi dicatur $a$, erit tota corporis in fine temporis $t$ velocitas $= a + t$. Spatium autem a corpore percurſum quod adtinet, erit illud ſumma ſpatiorum, quæ corpus ſingulis viribus ſeorſim actum percurriſſet. Spatium autem, quod corpus conſtanti velocitate $a$ percurrit, eſt productum hujus velocitatis per tempus, id eſt $= at$; & ſpatium a corpore urgente gravitate percurſum eſt dimidium illius ſpatii, quod eodem tempore abſolviſſet, ſi inde ab initio lapſus uniformiter latum fuiſſet cum velocitate, quam in fine lapſus a gravitate obtinuit, ideoque $= \frac{1}{2} tt$; atque adeo totum ſpatium percurſum eſt ut $\frac{1}{2} tt + ta$. Hinc ſi dentur lineæ repræſentantes $a$ & $t$, & illæ in unam rectam jungantur, erit ſpatium a corpore percurſum, ut triangulum rectangulum iſoſceles, cujus cathetus eſt $t + a$, ſi ex hoc triangulo ſimile dematur cathetum habens $a$. Patet denique velocitatem compoſitam $t + a$ non eſſe proportionalem alicui temporis potentiæ, vel ut $\sqrt[n]{t^m}$; nam ſic evaneſcente $t$, evaneſceret etiam $t + a$, quod impoſſibile, ſiquidem corpus data velocitate $a$ projicitur.

## APHOR. IV.

VElocitatum, quibus corpora in planis inclinatis deſcendunt, variæ ſunt menſuræ prout ſcilicet, vel ſuper unico plano moveantur, vel pluribus. Si unicum ſit planum deſcenſus, ſunt celeritates acquiſitæ ſemper in ratione altitudinum ſubduplicata, idque ob gravitatem per tale planum uniformiter diminutam. Idem quoque verum erit, ſi ponatur corpus ſuper pluribus planis, ſeu ex uno in aliud

liud devolvi, vimque per impactum in planorum juncturis amissam esse nullius momenti. Quum vero is impactus, pro diversa planorum ad invicem inclinatione, utcunque augeri queat, ideoque non semper negligi debeat; neque velocitas corporis in pluribus planis devoluti, semper atque indiscriminatim erit in ratione altitudinum subduplicata. Est autem velocitas per impactum amissa, ut sinus versus anguli inclinationis planorum, si tota corporis celeritas ante impactum ponatur esse ut sinus totus; in determinanda igitur velocitate per impactum amissa, facile adparet unice adtendendum esse, ad angulum inclinationis planorum. Si hic angulus datæ sit magnitudinis, sinum etiam habebit quantitate determinatum, & proinde sinum quoque versum; adeoque corpus dum ex uno plano impingit in alterum sub angulo datæ magnitudinis, sensibilem omnino patitur velocitatis jacturam, velocitasque remanens non erit simpliciter in ratione subduplicata altitudinis, a qua corpus cecidit, sed erit diminuta in ratione sinus totius ad cosinum anguli inclinationis planorum. Sit $a$ altitudo plani, per quod corpus grave cadendo a quiete descenderet, hoc facto impingat in aliud planum, quod ad illud prius inclinetur sub angulo, cujus Sinus sit $m$, tanta erit velocitas post impactum residua, cum qua corpus in plano sequenti motum continuare incipiet, quanta acquiritur cadendo per altitudinem $= a - \frac{am^2}{ST^2}$ Ulterius ponatur corpus super altero hoc plano devolvi, vi, donec iterum percurrat altitudinem perpendicularem $a$, tum vero impingere in tertium planum, quod inclinetur ad alterum istud planum sub angulo, cujus Sinus itidem sit $m$; eritque post impactum tanta velocitas residua, cum qua super tertio hoc plano motus continuatur, quanta acquiritur cadendo a quiete per altitudinem $= 2a - \frac{am^2 . \overline{3\delta T^2 - m^2}}{ST^4}$ atque sic porro. Si jam angulus inclinationis planorum sit infinite parvus; erit ejusdem sinus versus pars infinitesima sinus totius, ideoque & celeritas amissa, integræ celeritatis pars infinitesima & quidem secundi ordinis, adeoque celeritas tota manebit; id quod & ex formula supra adhibita facile cernitur; nam si angulus inclinationis evanescens sit, sinum habebit infinite parvum, quantitas igitur $m^2$ in eo casu perit, & celeritas remanens est, quæ acquiritur cadendo per totam altitudinem percursam. In lineis igitur curvis, quia angulus inclinationis contiguarum minimarum curvæ portionum est infinite exiguus; erit celeritas a corpore cadente amissa infinite parva, si vel maxime corpus per totam curvam datæ magnitudinis ceciderit.

## APHOR. V.

SI duo dentur corpora, quorum unum circuli diametrum percurrit, dum alterum ejusdem semi-peripheriam absolvit, & quidem sic, ut in rectis ad diametrum normalibus priori isti corpori jugiter immi-

immineat; commune eorum centrum gravitatis movebitur in ellipsi, cujus axis major est data diameter. Dicantur hæc corpora $a$ & $b$, diameter circuli $d$, & duæ quælibet ad diametrum normales ejusdem semiordinatæ $y$ & $x$, nec non illis, in curva a centro gravitatis descripta respondentes $z$ & $u$. Tum quidem evidens est, corporum systema motu parallelo progredi, adeoque cum corpus in peripheria motum, sit in vertice ordinatæ y; erit centrum gravitatis in vertice ordinatæ z, unde per conditionem problematis deducitur, esse $y:z = a+b:a = x:u$, quare alternando $y:x = z:u$, id est ordinatæ in curva a centro gravitatis descripta, sunt in eadem inter se ratione, ac ordinatæ circuli respondentes. Si igitur axi majore $d$, describatur ellipsis, quæ per $z$ transit, transibit ea quoque per $u$, secundum principia sublim: geomet: unde patet, quod sit hæc curva a centro gravitatis descripta ellipsis, cujus axis major est d, axis autem minor $= \frac{ad}{a+b}$. Vicissim, si unum corporum in semiellipsi movetur, dum alterum diametrum ejus quamcunque percurrit; erit via centri gravitatis vel alia ellipsis vel circulus, id quod facile apparet ex simili demonstratione repetita. Circulum nimirum a centro gravitatis describi constat, si alterum istud corpus movetur in axi ellipseos minori, atque si summa corporum $a+b$ sit ad corpus in peripheria ellipseos motum a, ut axis major ad minorem. Hæc & similia exempla, ostendunt, quomodo varias fingendo hypotheses, secun-

 dum

dum quas ſyſtema aliquod corporum in lineis curvis moveatur, conſiderando vias communis centri gravitatis, deducamur in cognitionem aliarum atque aliarum curvarum.

## APHOR. VI.

DAta virium proportione in machinis ſimplicibus, dabitur earundem proportio in machina ex iſtis ſimplicibus compoſita talis, ut potentia ſit ad pondus in ratione compoſita potentiarum & ponderum; quæ in ſingulis machinis ſimplicibus locum habent. Nec eſt quod Celeb. D. Graveſand in Element. Phyſ. Mathem. Lib. I. p. 72. adfirmet, hanc regulam non valere, ſi de ſyſtemate rotarum quæſtio ſit. In tali ſcilicet caſu, potentia ſemper eſt ad pondus ut diametri axium ad diametros rotarum juxta regulam allatam. Hæc autem proportio coincidit omnino cum ea, quam pro ſyſtemate rotarum ipſe tradit Graveſand. Secundum Eum ſcilicet potentia eſt ad pondus, ut diameter axis cui pondus alligatum, ad diametrum rotæ, per quam agit potentia, & ut numerus revolutionum ultimæ rotæ, ad revolutiones primæ eodem tempore.

## APHOR. VII.

TEmpus periodicum, quo corpus ea ſub conditione, in ellipſi movetur, ut vires centrales verſus alterutrum focum directæ ſint inverſe, ut quadrata

drata diſtantiarum ab eodem foco, idem eſt, ac illud, quo percurrit circulum, cujus radius eſt æqualis ſemiaxi majori ellipſeos, eadem vi centrali, qua corpus in vertice axis minoris agitur. Quum igitur, infinitæ numero dentur ellipſes, quæ eundem axin majorem habentes, minori axi differunt; patet & numero infinitos eſſe ellipſes diſſimiles, in quibus idem obtinet tempus periodicum, etiamſi agantur corpora vi centrali eadem. Si vero axi majori differant ellipſes, erunt tempora periodica in ratione ſubtriplicata axium majorum.

## APHOR. VIII.

SI duo aut plura corpora data, linea recta inflexili inter ſe juncta, motu parallelo progrediantur & in obicem impingant, erit centrum ictus eorundem idem ac centrum gravitatis, id eſt vires percutientes ab utraque hujus puncti parte, erunt in æquilibrio. Scilicet ponatur centrum ictus jam dari, & corpora in illo puncto in obicem firmum impingere, poteſt is obex conſiderari, ut fulcrum vectis, quod duo hæc corpora e loco ſuo movere nitantur. Dicantur corpora $A$ & $B$, eorum ab invicem diſtantia $d$, ſit diſtantia corporis A a centro ictus $x$, erit diſtantia corporis $B = d - x$, ſit eadem celeritas corporis utriusque $= c$. Si corpora ſeorſim impingerent, eſſet uniuscujusque ictus, ut maſſa corporis moti in celeritatem id eſt ut Ac & Bc, quoniam vero corpora juncta operantur per vectem, qualis operatio proportionalis eſt longitudini vectis; erunt ictus ut productum ex corporum maſſa, celeritatem & diſtantiam a centro percussionis, seu ut $Acx : Bcd - Bcx$, adeoque ob eandem utriusque corporis celeritatem, seu c communem ut $Ax : Bd - Bx$. Si igitur hi ictus sint æquales; erit $Ax = Bd - Bx$ seu $x = \frac{BD}{A + B} =$ distantiæ centri percussionis a corpore A, quæ eadem distantia cum sit centri gravitatis, coincidet necesse est centrum percussionis cum centro gravitatis. Hinc patet, quod si corpus libere cadat & in aliud impingat, centrum percussionis corporis cum centro gravitatis idem esse, & effectum ictus corporis alicujus maximum esse, quando juxta directionem sui centri gravitatis impingit. Si porro corpora A & B sint æqualia, celeritas vero, qua movetur unumquodque differat, erit centrum ictus tale, ut corporum A & B distantiæ ab eo, sint in ratione inversa celeritatum, quibus corpora moventur. Denique, si corpora sint in ratione inversa celeritatum, erit centrum ictus æqualiter distans inter corpora seu eorundem centra gravitatis.

## APHOR. IX.

SI detur systema corporum, linea recta inflexili junctorum, quod circa punctum aliquod fixum rotatur; erit centrum ictus, idem ac centrum oscillationis. Sit illud centrum quasi datum, & dicatur ejus distantia a puncto suspensionis x, corporum A & B distantiæ ab hoc puncto a & b, erit corporis A distantia a centro percussionis $= x - a$, & corpo-

corporis $B = b - x$. Quia vero, ut in Aphorismo præcedenti monuimus, ictus corporum æstimetur ex producto massæ in celeritatem & distantiam a centro percussionis; velocitas autem puncti in pendulo (posita eadem velocitate angulari) sit, ut distantia ejus a centro suspensionis; erunt ictus corporum, ut productum ex eorundem massa, in distantiam a centro suspensionis & distantiam a centro percussionis, id est corporum A & B ictus erunt ut $Aax - Aa^2$ & $Ab^2 - Bbx$, & si hi ictus sint, æquales, $Aa^2 + Bb^2 = Aax + Bbx$, quare $x =$ distantiæ centri percussionis a puncto suspensionis $= \frac{Aa^2 + Bb^2}{Aa + Ab}$. Sed eadem distantia est centri oscillationis ab hoc puncto; ergo idem erit centrum percussionis & oscillationis. Similis est demonstratio, si plura essent corpora; quam proinde repetere opus non est. Intelligitur ex hac consideratione, in machinis percussoriis circa punctum rotantibus, ictum fore omnium maximum in centro oscillationis, hasque igitur machinas, ita construi debere, ut ictus in hoc puncto fiat.

## APHOR. X.

Lumen dum ex medio minus refringenti, in magis refringens incidit, prope superficiem hujus medii incurvari, quemadmodum sua omnino verisimilitudine non destituitur; negari tamen non potest, quin illi Physici, nimis suum præcipitaverint judicium, qui urgent hanc curvam fore portionem parabolæ, cujus diameter esset normalis dimissa in superficiem refringentem, in initio curvaturæ, & cujus tangens esset directio radii luminis tam ante, quam post incurvationem. Scilicet ut facile evincitur, curvam parabolicam, tum a corpore describi, cum duabus agitur viribus una projectionis, altera constanter & uniformiter agente; ita vicissim evidens est, corpus vi projectionis motum, non descripturum fore parabolam, nisi a via sua detorqueatur, vi uniformiter & continue agente. Lumen proinde, quod in eodem medio versatur, & motu fertur æquabili considerari potest, tanquam corpus vi projectionis motum; quare cum in medium magis refringens incidit, & in suo ingressu describit curvam, non erit hæc curva parabola, nisi actio medii magis refringentis sit uniformis, quod quidem locum heic non habere facile intelligitur. Cum enim incurvatio ista sit referenda ad illud genus phænomenorum, quæ attractionis nomine veniunt, quales attractiones decrescere in majoribus crescere autem constat in minoribus distantiis a corpore attrahente; nulla adest ratio, cur hæc vis statuatur uniformis, id quod eo evidentius est, quo certius sit, non unicum punctum physicum medii refringentis, agere ad viam luminis inflectendam, sed totum aliquod solidum contentum, intra spatium attractionis medii refringentis.

## APHOR. XI.

QUamvis verum equidem sit, Astronomiam a veteri-

veteribus Chaldæis & Ægyptiis, primam repetere originem; eorum tamen operam, ad hanc ſcientiam amplificandam, non tantam fuiſſe, quantam plurimi exiſtiment, facile quivis intelligit, cui ignotum non eſt, horum populorum eruditos omnia myſteriis involviſſe, & non adeo ſollicitos fuiſſe, de ipſa doctrina motuum cœleſtium, quin potius quomodo aſtrologice ex vario ſiderum ſitu, futuros quoscunque eventus prædicerent. Laudem vero excultæ ſcientiæ, potiori jure mereri videntur Græci, hi ſcilicet veſtigiis Chaldæorum & Ægyptiorum inſiſtentes, ulterius progreſſi ſunt, tantamque huic ſcientiæ lucem attulerunt, ut eorum labores in hoc ſtudiorum genere magni etiamnum ſint pretii. Id autem maxime mirari convenit, quod ſyſtema Pythagoricum, pro ſitu planetarum explicando non plures poſtmodum habuerit aſſentientes, cum tamen ea omnino ejus ſit dignitas quæ, neminem in aſtronomia vel leviter verſatum hodie latere queat.

## APHOR. XII.

PLurimi veterum aſtronomorum, ut in ea fuere opinione, quod ſedes noſtræ telluris fixa ſit, ita exiſtimarunt quoque ſectiones *eclipticæ* & *æquatoris*, & proinde puncta *ſolſtitialia* & *æquinoctialia* fixa atque immobilia eſſe. Quum vero ſimul animadverterent, ſtellas fixas ſuum ſitum reſpectu horum punctorum continue mutare, idque adeo, ut quæ ſtella, jam in ſigno arietis ſe conſpiciendam præbet, poſt annos 72, ab illo uno diſtaret *eclipticæ* gradu, in eam facile incidebant concluſionem, ſtellas fixas lento to revolvi motu, & ad loca, quæ aliquando habuerunt, non nisi post 25920 annorum intervallum reversuras fore, quod temporis spatium *Annum Magnum* vocare solebant. Longe autem melius, & rei naturæ convenientius, istam stellarum fixarum a signis eccliptica remotionem explicant Recentiores, qui eam exinde deducunt, quod axis telluris non maneat sibi semper parallelus, observarunt scilicet Polum mundi continuo motu, quamvis lentissimo regredi, ut annis 72 unum absolvat gradum, unde & consequitur puncta solstitialia & æquinoctialia semper regredi, usque dum absoluto tempore 25920 annorum ad pristinas revertantur sedes, dicitur autem is punctorum dictorum regressus, præcessio æquinoctiorum. Ultimam hanc phænomeni, de quo quæritur, explicationem, priori longe faciliorem esse, vel inde constat, quod incongruum sit, concipere stellas fixas quæ totidem soles adeoque immobiles habendæ sunt, motui subesse, quod de tellure nostra facile intelligi potest. Cæterum quomodo ex legibus motus & gravitatis deduci possit ratio præcessionum æquinoctiorum, id a Celeb. Newtono demonstratum est.