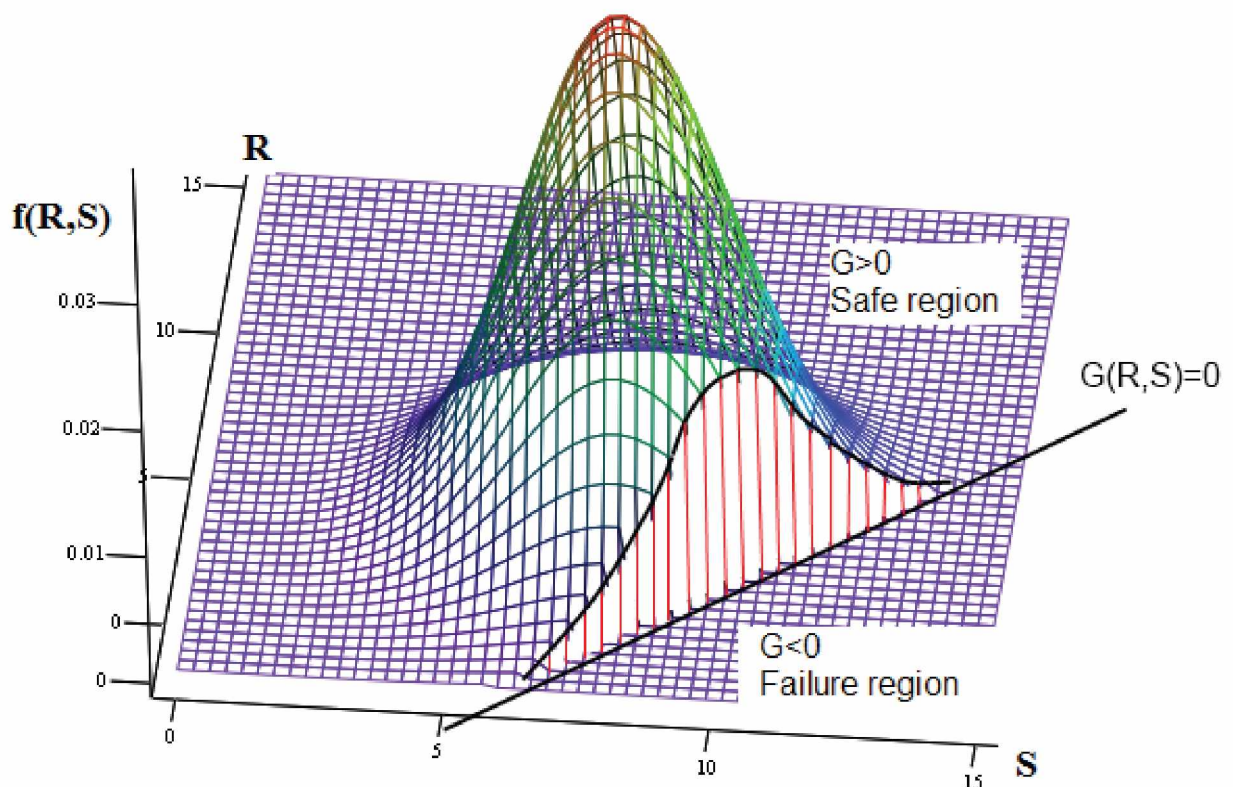


OLLI ASP

Luotettavuusanalyysin perusteita siltojen kantavuuden arvioinnissa



Olli Asp

Luotettavuusanalyysin perusteita siltojen kantavuuden arvioinnissa

Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 20/2014

Liikennevirasto

Helsinki 2014

Kannen kuva: Olli Asp

Verkojulkaisu pdf (www.liikennevirasto.fi)

ISSN-L 1798-6656

ISSN 1798-6664

ISBN 978-952-255-448-2

Liikennevirasto

PL 33

00521 HELSINKI

Puhelin 029 534 3000

Olli Asp: Luotettavuusanalyysin perusteita siltojen kantavuuden arvioinnissa. Liikennevirasto, infra- ja ympäristöosasto. Helsinki 2014. Liikenneviraston tutkimuksia ja selvityksiä 20/2014. 114 sivua ja 3 liitettä. ISSN-L 1798-6656, ISSN 1798-6664, ISBN 978-952-255-448-2.

Avainsanat: sillat, kantavuus, luotettavuus

Tiivistelmä

Tässä tutkimusraportissa käsitellään näkökohtia luotettavuusanalyysin ja tilastollisten menetelmien soveltamiseksi olemassa olevien siltojen kantavuuden arvioinnissa. Tilastollisia menetelmiä on maailmalla käytetty rakennetekniikan alalla lähinnä normien luotettavuustason kalibroimiseen. Joissain tapauksissa myös yksittäisten merkittävien rakennusten turvallisuutta on pyritty arvioimaan tilastollisin menetelmin.

Nykyisin käytössä olevat rakenteiden mitoitusmenetelmät perustuvat osavarmuuslukuihin, joita sovelletaan kuormien ja kapasiteettien edustaviin arvoihin siten, että mitoituksessa saadaan riittävä varmuus rakenteen rajatilaan joutumista vastaan. Koska osavarmuusluvut on määritelty yleisesti päteviksi, voivat ne tietyissä tapauksissa johtaa konservatismiin. Uudisrakentamisen rakennesuunnittelussa tällä ei ole suurta taloudellista merkitystä. Sitä vastoin kantavuuden arvioinnissa liiallinen konservatismi voi johtaa ylimitotettuihin ja kalliisiin vahventamistoimiin.

Luotettavuusanalyysin avulla on mahdollista tutkia rakenteen tai systeemin rajatilaan joutumisen todennäköisyyttä. Menetelmät perustuvat rajatilayhtälöiden tilastomatemlaattiseen analyysiin, jonka perusteella on mahdollista tutkia yksittäisten satunnaismuuttujien vaikutusta rakenteen vaurioitumisessa. Käytännössä rajatilayhtälö on rakenteen vaurioitumisen matemaattinen malli, jonka avulla pyritään selvittämään approksimaatiota rakenteen todelliselle vaurioitumistodennäköisyydelle. Edellä esitetyn mahdollistamiseksi on määritettävä rakenteiden luotettavuuden tavoitetaso. Tämä tarkoittaa suurinta sallittua todennäköisyyttä rakenteen vaurioitumiselle. Tavoiteluotettavuustason määrittäminen olemassa oleville rakenteille täytyy tehdä, jotta päätelmiä käsitteenä varsin subjektiivisesta ”rakenteen turvallisuudesta” on mahdollista tehdä. Käytännössä rakenteen vaurioituminen johtuu usein jostain yllättävästä tapahtumasta. Näiden mallin ulkopuolelta tulevien tapahtumien varalta on syytä luotettavuusanalyysin yhteydessä kiinnittää huomiota myös rakenteiden vaurionsietokykyyn.

Jotta olemassa olevien rakenteiden turvallisuutta on mahdollista arvioida luotettavuusanalyysin keinoin, täytyy tutkittavasta kohteesta saada mahdollisimman paljon todellisuutta ja nykytilannetta vastaavaa tietoa. Jos tämän lisäksi halutaan päästä selvyteen rakenteen turvallisuudesta rakenteen ikääntyessä, täytyy luoda jonkinlainen malli rakenteen kunnon, materiaaliominaisuuksien sekä rasitusten kehittymiselle sen elinkaaren aikana. Tämä asettaa haasteita luotettavuusanalyysin soveltamiselle yksittäisten rakenteiden arvioinnissa sillä vaadittavien lähtötietojen selvittäminen on verrattain työlästä eivätkä rakenteiden vauriomallit nykyisellään ole kovin kehittyneitä.

Olli Asp: Tillförlitlighetsanalysens grunder vid bedömning av broars bärighet. Trafikverket, infra och miljö avdelningen. Helsingfors 2014. Trafikverkets undersökningar och utredningar 20/2014. 114 sidor och 3 bilagor. ISSN-L 1798-6656, ISSN 1798-6664, ISBN 978-952-255-448-2.

Sammandrag

I den här undersökningsrapporten behandlas synpunkter på tillförlitlighetsanalys och tillämpningen av statistiska metoder för att bedöma bärigheten i existerande broar. Runt om i världen har statistiska metoder använts inom den konstruktionstekniska branschen främst för att kalibrera tillförlitlighetsnivån i normer. I vissa fall har man också försökt bedöma säkerheten i enskilda betydande byggnader med statistiska metoder.

Metoder för dimensioneringen av konstruktioner som nu är i användning baserar sig på partialkoefficienter, som tillämpas på värden som representerar laster och kapacitet på så sätt att man vid dimensioneringen får en tillräcklig säkerhet om att konstruktionen inte hamnar i ett gränstillstånd. Eftersom partialkoefficienterna har fastställts som allmänt gällande, kan de i vissa fall leda till konservatism. Vid konstruktionsplanering av nybyggnation har detta inte någon stor ekonomisk betydelse. Däremot kan en överdriven konservatism vid bedömning av bärighet leda till överdimensionerade och dyra förstärkningsåtgärder.

Med tillförlitlighetsanalysen kan man undersöka sannolikheten för att en konstruktion eller ett system hamnar i gränstillstånd. Metoderna baserar sig på en statistisk matematisk analys av gränstillståndsekvationer och utgående från analysen är det möjligt att undersöka hur enskilda slumpvariabler inverkar vid skador på en konstruktion. I praktiken är gränstillståndsekvationen en matematisk modell för när en konstruktion skadas och med hjälp av den försöker man fastställa approximationen för sannolikheten för en verklig skada på konstruktionen. För att möjliggöra det ovan presenterade ska för konstruktionerna fastställas en tillförlitlig målnivå. Detta innebär största tillåtna sannolikhet för att en konstruktion skadas. För existerande konstruktioner ska man fastställa en målnivå för tillförlitligheten, så att det är möjligt att dra slutsatser om det relativt subjektiva begreppet "konstruktionens säkerhet". I praktiken beror skador på en konstruktion ofta på en överraskande händelse. Vid tillförlitlighetsanalysen borde också fästas uppmärksamhet på konstruktionernas förmåga att tåla skador om det skulle inträffa händelser som inträffar utanför dessa modeller.

För att säkerheten i existerande konstruktioner ska kunna bedömas med tillförlitlighetsanalyser, ska så mycket information som möjligt som motsvarar verkligheten och nuläget inhämtas om det objekt som ska undersökas. Om man därutöver vill få klarhet om konstruktionens säkerhet då den åldras, ska en form av modell skapas om konstruktionens skick, materialegenskaperna samt belastningsutvecklingen under dess livscykel. Detta innebär utmaningar vid tillämpningen av tillförlitlighetsanalyser vid bedömningar av enskilda konstruktioner, eftersom det är relativt arbetsdrygt att klarlägga de ursprungliga värdena och för närvarande är skadmodellerna för konstruktionerna inte särskilt utvecklade.

Olli Asp: Fundamentals and applications of reliability analysis on safety assessments of existing bridges. Finnish Transport Agency, Infrastructure and Environment Department. Helsinki 2014. Research reports of the Finnish Transport Agency 20/2014. 114 pages and 3 appendices. ISSN-L 1798-6656, ISSN 1798-6664, ISBN 978-952-255-448-2.

Summary

This research report is focused on applying reliability analysis and statistical methods on bearing capacity assessments of existing bridges and structures. Currently statistical methods are used for code calibration procedures in field of civil engineering. In some cases the safety of a significant building is estimated by using statistical methods.

The current codes for bearing capacity assessment are based on load and resistance factors. These factors are applied on representative values of loads and resistances so that the adequate safety level is achieved. Because of the procedure of code calibration these factors could lead to overconservative design. The overconservativeness of design has no significant economical matter when new built structures are under consideration. In bearing capacity assessments the overconservativeness can lead to uneconomical reinforcement solutions.

With reliability analysis it is possible to estimate the probability of the failure for structure or for system of structures. The methods are based on statistical analysis of limit state functions. With the analysis it is possible to estimate the effect of single random variable on probability of failure. The limit state function is mathematical model of structural failure. If the limit state function is accurately equivalent to the physical phenomenon of failure it is possible to perform cost-benefit analysis and estimate the allowed probability of failure. Although an accurate model for particular failure mode or structure could be developed it is important to consider that there are lots of sources of unknown hazards which are affecting on the structure from outside of that model. Because of surprising actions, accidents and collisions in addition of reliability assessment it is important to consider the robustness of structure.

To assess the safety of the structure it is important to gain adequate information about its structural behavior and the current condition of structures and materials. If another goal of assessment is to estimate the development of structural safety as structure is aging, there is a need to develop a mathematical model for development of material properties, loads and other stresses during the life-cycle of structure. At present the application of reliability analysis on life-cycle assessment for a single structure is rather complicated. That is because the collection of information of structural health is rather onerous task and the mathematical models for deterioration of structures are relatively poorly developed.

Esipuhe

Tämä tutkimuksen on tehnyt Olli Asp Tampereen teknillisen yliopiston Maa- ja pohjarakenteiden yksikössä. Tutkimus on osa Liikenneviraston rahoittamaa TERA – Elin-kaaritehokas rata – tutkimusohjelmaa ja kuuluu sen osaan ”5. Sillat”.

Tutkimuksen pääasiallisena tarkoituksena on perehtyä ja selvittää luotettavuus-tekniisiä menetelmiä ja kerätä tausta-aineistoa mahdollisia myöhempiä siltoihin liittyviä luotettavuusanalyysin käytännön sovellutuksia ja kantavuuslaskennan kehittämistä varten.

Työtä ovat ohjanneet Tera 5-hankkeen ohjausryhmä, dipl.ins. Minna Torkkeli ja dipl.ins. Heikki Lilja Liikennevirastosta sekä tekn. tohtori Anssi Laaksonen Tampereen Teknisestä Yliopistosta.

Helsingissä toukokuussa 2014

Liikennevirasto

Sisällysluettelo

| | |
|--|----|
| TERMIT JA NIIDEN MÄÄRITELMÄT | 9 |
| KÄYTETTYJÄ MERKINTÖJÄ..... | 9 |
| 1 JOHDANTO | 10 |
| 1.1. Tutkimuksen tausta | 10 |
| 1.2. Tutkimusmenetelmät..... | 11 |
| 1.3. Tutkimuksen tavoite | 11 |
| 1.4. Rajaukset | 11 |
| 2 YLEISET KÄSITTEET | 13 |
| 2.1. Satunnaismuuttujat ja epävarmuus..... | 13 |
| 2.1.1. Satunnaismuuttujien olemus..... | 14 |
| 2.1.2. Epävarmuudet riskien analysoinnissa..... | 14 |
| 2.2. Yleistä todennäköisyyslaskennasta | 15 |
| 2.2.1. Otokseen liittyvät tunnusuurat..... | 15 |
| 2.2.2. Jakaumat..... | 16 |
| 2.2.3. Joukko-oppi ja todennäköisyyslaskenta | 18 |
| 2.3. Tulokset ja jakaumat..... | 20 |
| 2.3.1. Muuttujien kuvautuminen | 20 |
| 2.3.2. Jakaumatyypeistä | 23 |
| 2.3.3. Kuormiin liittyvä satunnaisuus..... | 27 |
| 2.3.4. Materiaalien ja rakenteiden ominaisuudet ja hajonta..... | 31 |
| 3 LUOTETTAVUUSANALYYSIN SOVELTAMINEN RAKENTEISIIN | 38 |
| 3.1. Luotettavuus ja käytettävyys yleensä..... | 38 |
| 3.2. Rakenteiden luotettavuus | 39 |
| 3.2.1. Luotettavuuden varmistaminen nykyisissä sovellutuksissa | 40 |
| 3.2.2. Luotettavuusanalyysin perusteet / yleistä | 41 |
| 3.3. Tavoiteluotettavuudesta | 45 |
| 3.3.1. Yleistä..... | 45 |
| 3.3.2. Tavoiteluotettavuuden määrittämisen perusteita | 47 |
| 3.3.3. Olemassa olevat rakenteet | 49 |
| 3.3.4. Lujuusreservi ja luotettavuus..... | 51 |
| 3.3.5. Rakenteiden ikääntyminen ja käyttöikä..... | 53 |
| 3.4. Luotettavuuden laskennallinen määrittäminen..... | 54 |
| 3.4.1. Cornellin menetelmä | 55 |
| 3.4.2. Hasoferin-Lindtin menetelmä (FORM)..... | 59 |
| 3.4.3. SORM..... | 63 |
| 3.4.4. Monte Carlo-simulaatio..... | 66 |
| 3.4.5. Laskennan epätarkkuuksien huomioinnista..... | 71 |
| 3.4.6. Laskentaesimerkki: rautatiesillan luotettavuus | 73 |
| 3.5. Osavarmuuslukujen määrittämisestä..... | 79 |
| 4 OLEMASSA OLEVIEN RAKENTEIDEN LUOTETTAVUUDESTA..... | 84 |
| 4.1. Rakennesysteemien luotettavuus ja vaurionsietokyky | 84 |
| 4.1.1. Rakennejärjestelmän vaurionsietokyvyn perusteita..... | 85 |
| 4.1.2. Rakenteen murtumistavoista | 86 |
| 4.1.3. Rakenteen toiminnan muuttuminen | 89 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 4.1.4. | Etenevät vauriot..... | 91 |
| 4.2. | Rakenteiden kantavuuteen liittyvän epävarmuuden vähentäminen..... | 95 |
| 4.2.1. | Koekuormittaminen | 95 |
| 4.2.2. | Monitoroinnin soveltaminen | 97 |
| 4.3. | Kuntotutkimuksilla saatavan lisätiedon hyödyntäminen..... | 100 |
| 4.3.1. | Luotettavuuden päivittäminen..... | 101 |
| 4.4. | Luotettavuusanalyysin sovellutuksia eri rajatiloissa | 104 |
| 4.4.1. | Murtorajatila..... | 104 |
| 4.4.2. | Käyttö- ja huollettavuusrajatila | 105 |
| 5 | TUTKIMUKSEN TULOKSET | 108 |
| 5.1. | Keskeiset tulokset..... | 108 |
| 6 | JOHTOPÄÄTÖKSET JA SUOSITUKSET JATKOTUTKIMUKSISTA..... | 109 |
| 6.1. | Johtopäätökset | 109 |
| 6.2. | Jatkotutkimustarve | 110 |
| | LÄHTEET | 111 |

LIITTEET

| | |
|---------|--|
| LIITE 1 | FORM-prosessin kulku tapauksessa, jossa n-kappaletta riippumattomia satunnaismuuttujia |
| LIITE 2 | Luotettavuusanalyysin sijoittuminen sillan elinkaaren hallinta ja kantavuuslaskenta-prosessiin |
| LIITE 3 | Teräsbetonisen laattasillan tarkastelu luotettavuusanalyysin keinoin |

Termit ja niiden määritelmät

| | |
|---------------------|--|
| Luotettavuusindeksi | Vakiintunut tapa kuvata rakenteen vauriotodennäköisyyttä. Tilastollinen vauriotodennäköisyys saadaan sijoittamalla tämän vastaluku standardinormaalijakauman kertymäfunktion Z-arvoksi |
| Mitoituspiste | Muunnetussa koordinaatistossa oleva piste, jolla saavutetaan suurin vaurioitumistodennäköisyys. |
| MPP | Most Probable Point, mitoituspiste |
| Suunnitteluarvo | Normeissa varmuuskertoimella käsitelty arvo jollekin satunnaismuuttujalle. Riippuvainen rajatilayhtälön herkkyydestä muuttujalle sekä asetetusta tavoiteluotettavuuden arvosta. |
| Rajatilayhtälö | Jonkin rajatilan matemaattinen malli. Esimerkiksi rakenteen sortumiselle tai muulle rakenteessa tapahtuvalle ilmiölle. |

Käytettyjä merkintöjä

Tässä esitetään globaalisti käytetyt merkinnät, joissain yksittäisissä kohdissa käytettyjä merkintöjä on selitetty asianomaisessa yhteydessä. Näin on menetelty varsinkin kohdissa, joissa merkkien päällekkäisyyttä ilmenee. Tällöin kaavan yhteydessä esitetty merkintä menee muiden edelle.

Latinalaiset kirjaimet isot:

| | |
|-----------------|--------------------------------------|
| A | Pinta-ala, poikkipinta-ala |
| $E[X]$ | Odotusarvo satunnaismuuttujalle X |
| $G(\bullet)$ | Rajatilayhtälö |
| $P(\bullet)$ | Todennäköisyys jollekin tapahtumalle |
| P_F | Vaurioitumistodennäköisyys |
| P_S | Selviytymistodennäköisyys |
| R | Satunnaismuuttuja kapasiteetti |
| S | Satunnaismuuttuja rasitus |
| V | Variaatiokerroin |
| $\text{Var}[X]$ | Varianssi satunnaismuuttujalle X |

Latinalaiset kirjaimet pienet:

| | |
|-----------|------------------------------|
| p | Realisoitunut todennäköisyys |
| p_f | Vaurioitumistodennäköisyys |
| s | Otoskeskihajonta |
| s^2 | Otosvarianssi |
| \bar{x} | Keskiarvo |

Kreikkalaiset kirjaimet:

| | |
|-----------|---------------------|
| α | Herkkyyskerroin |
| β | Luotettavuusindeksi |
| β_T | Tavoiteluotettavuus |
| μ | Odotusarvo |
| σ | Keskihajonta |

1 Johdanto

Tämä tutkimus on osa laajempaa, Tampereen teknillisen yliopiston ja Liikenneviraston yhteistyössä käynnistämää, ”Elinkaaritehokas rata”-tutkimusohjelmaa (TERA). Tutkimusohjelman keskeisenä tavoitteena on luoda tutkimuksen kautta taustatietoa elinkaaritehokkuuden parantamiseksi rautatieteellisen suunnittelun ja rakentamisen alalla.

Elinkaaritehokas rata tutkimusohjelma jakautuu useampaan tutkimusalueeseen, jotka liittyvät: kisko- ja kalusto vuorovaikutuksen, raide-ratapenger yhteistoiminnan, roudan vaikutusten, stabiliteetin, siltojen ja rumpujen, kokonaistaloudellisuuden tutkimukseen. Mittaustekniikan ja monitoroinnin tutkimus tukee näitä kaikkia alueita.

Tämä tutkimus kuuluu TERA:n tutkimusalueeseen 5) Sillat ja rummut: kantavuuslaskenta ja kunnon arviointi. Tutkimusalueen keskeisenä tavoitteena on lisätä tietoa turvallisen sillan elinkaaren hallintaan. Tavoitteena on kehittää eteenpäin menetelmiä kantavuuden määrittämiseen sekä hankkia tietämystä sillan kantavuudesta sekä rakenteiden toiminnasta täysimittakaavaisilla kuormituskokeilla.

1.1. Tutkimuksen tausta

Nykyiset semi-propabilistiset mitoitusmenetelmät perustuvat osavarmuuslukuuihin. Mitoitusmenetelmissä kuormituksen ja kestävyuden ominaisarvot kerrotaan tai jaetaan osavarmuusluvulla. Vertaamalla näin saatuja tuloksia voidaan todeta kestäkö rakenne vai ei. Olemassa olevien rakenteiden kantavuutta tarkasteltaessa osavarmuusluvut sekä kuormakaaviot ja niiden ominaisarvot on määritetty tilastomaattisin perustein pienemmiksi verrattuna uusien rakenteiden suunnittelussa käytettäviin.

Mitoitettaessa uusia rakenteita, konservatiivisesti tehdyillä lähtöolettamuksilla ei ole suurta taloudellista merkitystä rakentamiseen. Sen sijaan, jos olemassa olevien rakenteiden kantavuutta joudutaan parantamaan, ovat ratkaisut usein merkittävästi kalliimpia. Tämän vuoksi liiallista konservatismia tulisi kantavuuslaskennassa välttää.

Luotettavuusanalyysi perustuu tilasto- ja todennäköisyysmatematiikkaan, jossa kuormien ja materiaaliominaisuuksien tunnettujen jakaumien perusteella kyetään matemaattisesti määrittämään rakenteen vaurioitumisen todennäköisyys tai tarkemmin todennäköisyys sille, että jokin ennalta määritetty rajatila saavutetaan. Luotettavuusanalyysiä on onnistuneesti sovellettu monilla teollisuuden aloilla erilaisten suunnitteluratkaisujen sekä tuotteiden optimoimiseksi. Euroopassa luotettavuusanalyysiä on sovellettu myös rakennetekniikan alalla sekä sen tutkimuksessa. Tämän vuoksi luotettavuusanalyysin voisi olettaa soveltuvan myös olemassa olevien siltojen analysointiin, koska ylittävistä kuormista sekä rakenteen materiaaleista ja toteutuneista mitoista on saatavilla todellista tietoa.

1.2. Tutkimusmenetelmät

Tutkimus on tyypiltään taustaselvitys luotettavuusteknisistä menetelmistä sovellettuuna rakennetekniikkaan. Tähän liittyy vahvasti kirjallisuustutkimus, jonka avulla arvioidaan menetelmiä ja niiden soveltuvuutta ja käytön laajuutta rakenteiden luotettavuuden määrittämisessä. Tutkimukseen liittyy myös laskennallisia tarkasteluja.

1.3. Tutkimuksen tavoite

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää perusteita todennäköisyysteorioiden ja tilastomatematiikan hyödyntämisestä olemassa olevien siltojen kantavuuden laskennassa sekä kantavuuslaskentamenetelmien kehittämisessä. Tämän tutkimuksen tavoitteena ei siten ole aikaansaada suunnitteluohjetta, joka koskisi siltojen kantavuuden arviointia tilastollisin perustein. Enemminkin tarkoituksena on Tera-hankkeen sillat-osion puitteissa perehtyä rakenteiden luotettavuuden olemukseen sekä tilastollisten menetelmien käyttämiseen rakenteiden turvallisuuden varmistamisessa. Toisaalta tavoitteena on tuottaa tausta-aineistoa sekä tutkia alan kirjallisuutta siten, että myöhemmässä vaiheessa aiheen tiimoilta olisi mahdollista tämänkaltainen tilastollinen rakenneanalyysi saada laajempaankin tietoisuuteen, jopa varteenotettavaksi menetelmäksi rakenteiden kelpoisuuden määrittämisessä.

Tutkimuksessa pyritään painottumaan rakenteiden luotettavuuteen sekä materiaaliominaisuuksien hajonnan vaikutuksiin sillan kantavuuden määrittämisessä. Aihetta pyritään käsittelemään olemassa olevien rakenteiden näkökulmasta, joihin sovelletuna menetelmillä lienee suurin hyödyntämispotentiaali. Kuormien vaikutusta, hajontaa, jakaumia ja esiintymistiheyttä käsitellään tarvittavissa määrin.

Tutkimus on luonteeltaan taustaselvitys Suomessa melko vähän käsitellystä aiheesta. Tarkoituksena on siten myös luoda pohjaa uudenslaisille luotettavuusteknisille sovelutuksille sekä aiheen laajemmalle ymmärrykselle ja erityisesti luotettavuusanalyysin soveltuuteen työkaluksi rakenteiden turvallisuuden arvioinnissa.

1.4. Rajaukset

Aiheen käsittelyssä rajaudutaan käsittelemään luotettavuusteoriaa rakenteiden luotettavuuden määrittämisen kannalta oleellisessa määrin. Tilastomatematiikkaa ristiiritoineen ja säännönmukaisuuksineen ei tämän raportin puitteissa kyseenalaisteta vaan todetaan alan kirjallisuudessa käytettyjen tilastomatematiikkaisten menetelmien olevan perustapauksissa riittävän vakiintuneita ja soveltuvan oikein käytettynä sopiviksi työkaluiksi tilastoperusteiseen rakenteiden luotettavuuden määrittämiseen.

Luotettavuusanalyysin käsittelyssä siltarakenteiden turvallisuuden määrittämisessä rajaudutaan yleisellä tasolla rakennetekniikkaan sekä erityistasolla teräsbetonirakenteisiin. Väsymisilmiön ja käyttörajatilan tutkiminen jäävät tämän raportin puitteissa vähemmälle huomiolle johtuen näiden ilmiöiden liiallisesta monimutkaisuudesta matemaattiselta kannalta ja siksi, että näiden käsittely veisi aiheita liiaksi sivuun varsinaiselta aiheelta. Lisäksi lienee niin, että kattavaa teoriaa sekä matemaattista mallinnusta ei ole saatu luotua rakenteiden ympäristörasituksille sekä väsymisilmiölle. Ny-

kyisiin menetelmiin sisältyy itsessään jo niin suuri epävarmuus, että tämän tutkimuksen puitteissa ne on syytä jättää vähemmälle senkin vuoksi. Toisaalta teräsbetoni-rakenteiden luotettavuutta tutkittaessa väsymisilmiön merkitys on selvästi vähäisempi esimerkiksi verrattuna teräsrakenteisiin. Näin ollen luotettavuusanalyysin soveltamista olemassa olevien teräsrakenteiden kantavuuden ja jäljelläolevan käyttöiän arvioinnissa väsymisen kannalta tulee pohtia. Muilta osin tässä raportissa esiteltävä rakenteiden luotettavuuteen liittyvä tilastollinen käsittely on sovellettavissa materiaalista riippumatta kaikenlaisiin rakenteisiin.

Yksinkertaistetusti voidaan sanoa, että tässä raportissa pääfokus on keskittyä matemaattisesti sekä käsitteellisesti selkeään murtotapahtumaan. Pääpaino pyritään pitämään enemmän materiaalien ja muiden rakenteiden ja rakenneosien kestävyysvaikututtavien tekijöiden sekä näiden satunnaisen luonteen tutkimisessa. Toisaalta pyritään pitämään tutkittavat ilmiöt riittävän yksinkertaisina, jotta tutkimuksen pääpaino pysyy rakenneteknisten ongelmien sijaan tilastomatemaattisissa ja luotettavuuteen liittyvissä tarkasteluissa.

Tutkimuksessa painotutaan yleisen luotettavuusteorian sovellutuksien lisäksi suuremmissa määrin rakenneosien ja systeemien luotettavuuden määrittämiseen sekä materiaali- ym. parametrien sekä niiden ajallisen kehityksen vaikutukseen rakenteiden luotettavuuden kannalta. Kuormia hajontoineen ja yhdistelyineen käsitellään tarvittavissa määrin.

2 Yleiset käsitteet

2.1. Satunnaismuuttujat ja epävarmuus

Satunnaisuus ja epädeterministisyys ovat tyypillisiä piirteitä kaikessa ympärillämme tapahtuvassa. Vain erittäin harva asia on yksikäsitteinen ja aidosti deterministinen. Asiat ja suureet joita pidämme vakioina, ovat saaneet eksaktin arvonsa mittausten perusteella. Mittaaminen puolestaan ei voi olla äärettömän tarkkaa Tästä seuraa että tuloksiin liittyy hajontaa, ja vakiot ovatkin itse asiassa suuren tilastollisen otoksen tuloksia, joilla on jokin tarkkuus.

Epävarmuus itsessään on käsitteenä kovin moniulotteinen, riippuen mihin se liittyy. Epävarmuutta voi esiintyä ainakin kahdessa muodossa tunnettua/havaittua epävarmuutta sekä tuntematonta epävarmuutta. Näin ollen satunnaismuuttujat voidaan jakaa kolmeen erityyppiseen joukkoon: - 1) tunnettuihin-tunnettuihin, 2) tunnettuihin-tuntemattomiin ja 3) tuntemattomiin-tuntemattomiin. Ensimmäiseen kategoriaan sopivat esimerkiksi riittävällä tarkkuudella luonnonvakiot, toiseen satunnaiset ilmiöt jotka tunnetaan ja kolmanteen satunnaiset ilmiöt, joita ei tunneta. Eroa toisen ja kolmannen kategorian välillä voidaan selittää esimerkiksi napanheittoesimerkin avulla. Ideaalinopan tapauksessa ei ole mahdollista varmasti sanoa, mikä tulee olemaan seuraavan heiton silmäluku. Tiedetään kuitenkin millä todennäköisyydellä jokin yksittäinen silmäluku voi heitossa realisoitua. Näin olemme jo muodostaneet asiasta tilastollisen mallin, jossa jokaisen yksittäisalkion todennäköisyys on $1/6$. Kolmannen kategorian tapausta edustaa tilanne, jossa noppaa heitetään ja se halkeaa keskeltä antaen joko kaksi tulosta tai ei tulosta ollenkaan. Näin onkin realisoitunut aiemmin tuntematon tilanne juuri olettamamme mallin ulkopuolelta. Perusopetuksessa todennäköisyyslaskentaa opetetaan juuri erilaisten uhkapeliesimerkkien kautta, joissa tilastollinen malli (pelin säännöt) tunnetaan täysin, eikä mallin ulkopuolelta tulevia ilmiöitä huomioida.

Rakenteiden luotettavuutta tutkittaessa on kuitenkin tärkeätä kiinnittää huomiota siihen, että ympäröivä maailma ei toimi luomamme tilastollisen mallin mukaisesti vaan tilastollinen mallimme yrittää mallintaa todellisuutta. Tämä tarkoittaa sitä, että yllättäviä tapahtumia voi esiintyä mallin ulkopuolelta ja käytännössä näin käykin. Käytännössä ei tunneta yhtään tapausta, jossa jokin rakenne olisi sortunut vain sen takia, että lujuus osui sattumalta alimpaan fraktiiliin ja kuormat samanaikaisesti ylimpään fraktiiliin eli että tilastollinen todennäköisyys rakenteen sortumalle olisi täytynyt tekemämme mallin mukaisesti. Sitä vastoin syynä on ollut sitäkin useammin: Ihmislähtöinen erehdys, koneen tai järjestelmän vikaantuminen, täysin poikkeuksellinen kuorma, onnettomuus, törmäys jne.

Tärkeää on myös havaita, että konservatiivisesti tehdyillä oletuksilla ja rakennemallilla osa inhimillisen virheiden ja odottamattomien tilanteiden aiheuttamista vaikutuksista ei johda rakenteen kannalta epäedullisiin vasteisiin, toisin sanoen ”suodattuu pois”, rakenne sietää siis poikkeustilanteita. Sitä vastoin, jos malli ja oletukset ovat kovin epäkonservatiivisia eli rakenne on suunniteltu rajoillensa, tuloksena on suuri herkkyys vähäisillekin poikkeamille tehdyistä oletuksista.

2.1.1. Satunnaismuuttujien olemus

Satunnaismuuttujat ovat suureita, jotka voivat saada jonkin mitattavan arvon, jota ei voida olemassa olevan teorian perusteella ennalta määrätä yksikäsitteisesti. Tällaista satunnaismuuttujaa kutsutaan epädeterministiseksi. Deterministinen muuttuja puolestaan on sellainen, jonka arvo tunnetaan ennalta.

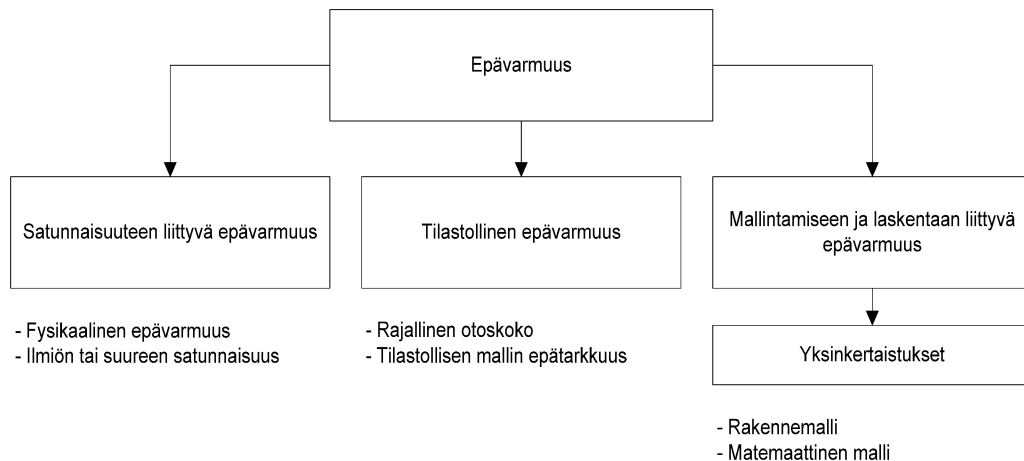
Koska satunnaismuuttujan arvo ei ole vakio eikä deterministinen, täytyy näitä käsitellä todennäköisyyslaskennan keinoin. Satunnaismuuttujien yhteydessä tärkeä käsite ovat jakaumat, jotka kertovat miltä tulokset näyttävät, kun niitä on kerätty paljon. Esimerkiksi, kun noppaa heitetään riittävän monta kertaa, saadaan yksittäisen tapahtuman (silmäluku) todennäköisyydeksi $1/6$. Satunnaismuuttujien arvot seuraavat tilastollisia jakaumia. Näin ollen, vaikka satunnaismuuttujan arvoa ei tiedetä tai voida ennustaa tarkasti, voidaan tilastollisten menetelmien avulla muuttujalle saada todennäköinen arvo tai vaihteluväli. Muuttujan saama arvo voi olla riippuvainen muista tekijöistä, kuten esimerkiksi tarkasteltavasta ajanjaksosta. Esimerkkinä tällaisesta satunnaismuuttujasta voidaan esittää luonnonkuormat, vaikkapa suurimman lumikuorman toistuvuus eri tarkasteluajanjaksoina.

2.1.2. Epävarmuudet riskien analysoinnissa

Epävarmuustekijöitä riskien analysoimisessa voi esiintyä useissa eri paikoissa ja vaiheissa. Epävarmuudet, jotka johtuvat fysikaalisten ominaisuuksien vaihtelusta kutsutaan fysikaalisiksi epävarmuustekijöiksi. Fysikaalisia ominaisuuksia ovat muun muassa mitat, materiaaliominaisuudet ja kuormitukset.

Tilastollinen epävarmuus syntyy puolestaan otoskoon rajallisuudesta. Yksittäisen havainnon todennäköisyys on teoreettinen raja-arvo, jota lähestytään otoskoon lähestyessä ääretöntä. Esimerkiksi nopanheitossa yksittäisen havainnon todennäköisyys lähestyy arvoa $1/6$.

Kokeiden perusteella saatujen tulosten määrä on kuitenkin rajallinen ja näin ollen tuloksia täytyy sovittaa johonkin olemassa olevaan jakaumatyyppiin. Usein on olemassa jokin teoria tai oletus jakaumasta, johon koetuloksia sovitetaan tai oikeammin jakaumaa sovitetaan tehtyjen havaintojen mukaan, jotta ilmiöstä saadaan luotua tilastollinen malli, esimerkiksi tiheysfunktio. Tämän mallin pohjalta voidaan tehdä pidemmälle meneviä päätelmiä eri tapahtumien esiintymistodennäköisyyksistä. Jakauman sopivuutta koetuloksiin voidaan testata erilaisilla jakaumantestausmenetelmillä.



Kuva 2.1 Epävarmuuden lähteitä tilastomatematisissa tarkasteluissa

Mallinnuksen epävarmuus syntyy käytettävän rakennemallin yksinkertaistamisesta johtuvista seikoista. Tällaisia voivat olla vaikkapa rakenteen vaurioitumismekanismit sekä mallinnuksen reunaehdot. Myös ilmiön matemaattinen mallintaminen on useimmiten yksinkertaistus todellisuudesta (varsinkin empiiristen laskentakaavojen osalta) ja voidaan sisällyttää mallinnuksen epävarmuuteen. Liian yksinkertainen rakenne- ja laskentamalli voi aiheuttaa lopputulokseen suuremman virheen kuin hajonta laskennan lähtötiedoissa. Tämän epävarmuuden lajin tunnistaminen sekä sen vaikutusten arviointi lopputulokseen on varmasti luotettavuusanalyysin hankalimmin hallittavissa oleva osa-alue. [1] [2]

2.2. Yleistä todennäköisyyslaskennasta

2.2.1. Otokseen liittyvät tunnusuurat

Tilastomatematiikan ja tilastomatemattisten menetelmien soveltamisen kannalta tärkeimpiä satunnaisotantaan ja reaali maailmasta kerättyyn aineistoon liittyviä tunnuslukuja ovat:

Otoskeskiarvo

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1)$$

Otosvarianssi

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.2)$$

Otoskeskihajonta

$$s = \sqrt{s^2} \quad (2.3)$$

Otoskovarianssi

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) \quad (2.4)$$

Korrelaatiokerroin

$$\rho = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} \quad (2.5)$$

Variaatiokerroin:

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot [100\%] \quad (2.6)$$

joissa n = otosten lukumäärä
 i = alkion järjestysluku
 x_i = kokeessa realisoitunut yksittäisen alkion arvo

Keskihajonnalla kuvataan satunnaismuuttujan havaintoarvojen kasaantumista keskiarvon ympärille. Variaatiokerroin on keskihajonnan ja keskiarvon osamäärä, jolloin suurella keskihajonnan arvolla (variaatiokertoimen arvolla) havaintoarvot ovat enemmän hajallaan. Kovarianssilla voidaan puolestaan kuvata kahden satunnaismuuttujan välistä riippuvuutta eli sitä kuinka muuttujat vaihtelevat yhdessä. Korrelaatiokerroin voi saada arvon -1...1, joista ensin mainittu on negatiivisen, jälkimmäinen positiivisen korrelaation tapauksessa. Korrelaatiota voidaan havaita esimerkiksi betoninäytteen huokoisuuden ja pakkasenkestävyyden välillä. Usein satunnaismuuttujien välisten riippuvuuksien hahmottaminen on hankalaa sekä epävarmaa.

Alan kirjallisuudessa on yleisesti tapana, että pienten latinalaisten kirjainten lisäksi käytetään isoja kirjaimia; esimerkiksi keskiarvo \bar{x} ja \bar{X} . Isolla kirjaimella tarkoitetaan satunnaismuuttujaa yleensä, pienellä taas yksittäistä mittaustulosta tai otoksesta saatua realisoitunutta tunnuslukua.

2.2.2. Jakaumat

Yleistä satunnaismuuttujien jakaumista

Satunnaismuuttujan tarkastelussa olennaisessa osassa on yksittäisten realisoituneiden alkioiden sijaan näiden jakauma. Satunnaismuuttujan X jakaumaa otosavaruudessaan kuvataan usein tiheysfunktioilla $f(x)$ ja tämän kertymäfunktioilla $F(x)$, joka on tiheysfunktion integraali.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaava tiheysfunktio voi teoriassa olla mikä tahansa funktio kuitenkin seuraavin matemaattisin reunaehdoin:

$$f(x) \geq 0, \forall x \in \Omega \quad (2.7)$$

$$\int_{\Omega} f(x) dx = 1 \quad (2.8)$$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx, \text{ missä } a \leq b \quad (2.9)$$

Kaavan 2.7 mukaan tiheysfunktion arvon tulee olla koko otosavaruudessa positiivinen eli yksinkertaistettuna todennäköisyys yksittäiselle tapahtumalle on positiivinen. Kaavan 2.8 mukaan tiheysfunktion integraali yli otosavaruuden tulee olla 1. Määritelmän mukaan kaikki vaihtoehdot sisältävän tapahtuman todennäköisyys ei voi olla suurempi kuin 100 %. Kaavan 2.9 mukaan puolestaan on oltava niin, että tiheysfunktion integraalin välillä a ja b täytyy vastata tapahtuman todennäköisyyttä tällä välillä.

Jakaumiin liittyvät tunnusluvut

Kappaleessa 2.21 esitetyt tunnusluvut liittyvät äärelliseen otokseen. Tällainen otos voi olla esimerkiksi koesarja, jossa betonilieriötä kuormitetaan puristusmurtoon, jolloin realisoitunut alkio on yksittäisen puristuskokeen tulos (betonilieriön i puristuslujuus). Kun sarja on riittävän suuri ja otos laaja voidaan otoksen ja kaavojen 2.10–2.14 avulla määrittää satunnaismuuttujan tiheysfunktion $f(x)$ tunnuslukuja. Kuitenkin on huomioitava, että tiheysfunktion todellinen muoto täytyy päätellä muilla keinoin. Yksinkertaisimmillaan diskreetin satunnaismuuttujan tapauksessa tiheysfunktio kertoo todennäköisyyden, jolla muuttuja saa tietyn arvon.

Kaavojen 2.10–2.14 merkinnöistä huolimatta jakauman odotusarvo ja varianssi eivät riipu satunnaismuuttujasta X , vaan tämän jakaumasta. Tärkeätä on myös huomata, että satunnaismuuttujalle X määritetty jakauma on eräänlainen idealisaatio todellisuudesta, jota esimerkiksi tehty koesarja tukee. Diskreetissä tapauksessa saadaan satunnaismuuttujalle laskettua tunnetun tiheysfunktion avulla odotusarvo, varianssi sekä keskihajonta kaavojen 2.10–2.12 avulla.

Odotusarvo:

$$E(X) = \mu = \sum_{x \in \Omega} x \times f(x) \quad (2.10)$$

Varianssi:

$$Var(X) = \sigma^2 = \sum_{x \in \Omega} (x - \mu)^2 \times f(x) \quad (2.11)$$

Keskihajonta:

$$D(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma \quad (2.12)$$

Käytännön sovellutukset diskreetille muuttujalle ovat harvinaisia, koska fyysikaalisessa maailmassa diskreetin tilanteen käyttäminen rajoittuu lähinnä lukumäärien osalle. Rakennetekniikassa kyseeseen tulevat lähinnä esimerkiksi sillan ylittävät liikenne- tai akselimäärät, jossa kuitenkin suuruusluokka on yleensä niin suuri, että tällaista satunnaismuuttujaa voidaan yhtä hyvin käsitellä jatkuvana.

Jatkuvalle satunnaismuuttujalle saadaan edellä esitetyt diskreetin tapauksen kaavat yleistettyä muotoon, jossa summamerkinnot ovat korvautuneet vastaavilla integraalimerkinnöillä. Tämä voidaan ajatella esimerkiksi siten, että jatkuva tiheysfunktio diskretoidaan äärettömän kapeisiin palasiin joiden leveys on dx . Tällöin kaavat 2.10 ja 2.11 saadaan muotoon.

Odotusarvo:

$$E(X) = \mu = \int_{\Omega} x \times f(x) dx \quad (2.13)$$

Varianssi:

$$Var(X) = \sigma^2 = \int_{\Omega} (x - \mu)^2 \times f(x) dx \quad (2.14)$$

joissa Ω = Otosavaruus
 X = satunnaismuuttuja
 x = muuttujan arvo
 $f(x)$ = satunnaismuuttujan tiheysfunktio

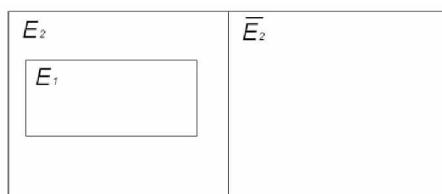
2.2.3. Joukko-oppi ja todennäköyslaskenta

Ehdollinen todennäköisyys

Tekniikan alan käytännön sovellutuksissa on usein esillä tilanne, että jonkin tapahtuman todennäköisyyttä arvioidaan toisen tapahtuman perusteella. Eli voidaan esimerkiksi tutkia tapahtuman E_1 todennäköisyyttä, kun E_2 on jo tapahtunut [1]. Tämä merkitään:

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} \quad (2.15)$$

Näinollen tässä suhteutetaan sellaisten tapausten osuutta, joissa toteutuu E_1 ja E_2 yhtäaikaan sellaisten tapausten kokonaismäärään, joissa tapahtuma E_2 tapahtuu. Peli-korttiesimerkillä havainnollistettuna E_1 = "kortti on hertta", E_2 = "kortti on punainen". Näin ollen voidaan todeta, että: $P(E_1) = 1/4$, $P(E_2) = 1/2$, $P(E_1 \cap E_2) = 1/4$, $P(E_1|E_2) = 1/2$ ja $P(E_2|E_1) = 1$. Venn-diagrammilla osoitettuna:



Kuva 2.2 Esimerkin Venn-diagrammi, jossa tapahtuma E_1 ja E_2 sekä \bar{E}_2

Kaavojen 2.16 ja 2.17 avulla voidaan todeta, että tapahtumat E_1 ja E_2 ovat tässä yhteydessä (kuvan 2.2) tapauksessa tilastollisesti riippuvia.

Tilastollinen riippumattomuus

Kaksi tapahtumaa on tilastollisesti riippumattomia, jos toisen tapahtuminen ei vaikuta seuraavan tapahtuman esiintymisen todennäköisyyteen. Jos kaksi tapahtumaa on tilastollisesti riippumattomia, on tällöin voimassa:

$$P(E_1|E_2) = P(E_1) \quad (2.16)$$

ja

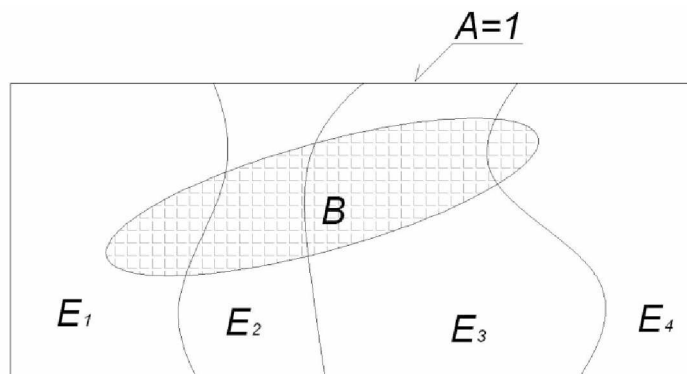
$$P(E_2|E_1) = P(E_2) \quad (2.17)$$

Näin ollen saadaan tilastollisesti riippumattomille tapahtumille että niiden leikkauksen todennäköisyys on yksittäisten tapahtumien tulo [1].

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) = \prod_{i=1}^n P(E_i) \quad (2.18)$$

Bayesin teoreema

Bayesin teoreeman soveltaminen on tärkeässä roolissa tekniikan sovellutuksissa. Bayesin teoreeman avulla on mahdollista määrittellä yksittäisten tapahtumien E_i todennäköisyyksiä, jos tiedetään, että jokin tapahtuma B on jo tapahtunut [1].



$$P(E_i|B) = \frac{P(B|E_i) \cdot P(E_i)}{P(B)} = \frac{P(B|E_i) \cdot P(E_i)}{\sum_{j=1}^n P(B|E_j) \cdot P(E_j)} \quad (2.19)$$

Laskentamenetelmässä on näin ollen lähtötietoina oltava yksittäisten tapahtumien E_i todennäköisyydet sekä tapahtuman B todennäköisyys ehdolla, että yksittäinen E_i on tapahtunut. Bayesin teoreeman tärkeä sovellutus käytäntöön on, että sen avulla voidaan tehdä päivityksiä ennako-oletuksiin uuden, jälkikäteen saadun, tiedon perusteella.

Esimerkki: Ehdollinen todennäköisyys materiaalin testauksessa

Jos vetosauva suunniteltu kestäämään 2kN kuorma ja ongelmana on estimoida todennäköisyys, että sauva kestää 2,5 kN:n kuorman. Ennakolta tiedetään (aikaisempi kokemus), että 80 % näistä sauvoista kestää 2,5 kN*. Lisäksi tiedetään, että 50 % niistä sauvoista, jotka eivät kestä 2,5 kN, hajoavat jo alle 2,3 kN kuormalla.**

Voidaan järjestää koekuormitus, jossa sauvaa kuormitetaan 2,3 kN voimalla ja tämän avulla päivittää tietoa siitä, että 80 % sauvoista kestää 2,5 kN kuorman.*

Tapahtumat:

- E = Sauva kestää 2,5 kN
- A = Koekuormitus onnistuu, sauva kestää 2,3 kN

Edellä esitetystä voidaan päätellä, että siten todennäköisyydet ehdollisille tapahtumille:

$$\begin{aligned} P(\bar{A}|\bar{E}) &= 0,50 \\ P(E) &= 0,80 \\ P(A|E) &= 1,0 \text{ (loogisesti)} \end{aligned}$$

$$P(E|A) = \frac{P(A|E) \cdot P(E)}{P(A|E) \cdot P(E) + P(\bar{A}|\bar{E}) \cdot P(\bar{E})} = \frac{1,0 \cdot 0,80}{1,0 \cdot 0,80 + 0,5 \cdot 0,20} = 0,89$$

Ennakkotietona* oli, että sauva kestää 80 % todennäköisyydellä 2,5 kN kuorman. Lisätietoa** hyväksikäyttämällä saatiin tämä todennäköisyys kasvamaan 89 %:n. Tässä tapauksessa suunnittelukuormalla 2kN ei sinänsä esimerkin kannalta ollut merkitystä. Asiaa käsiteltiin vain kapasiteetin kannalta. [1]

2.3. Tulokset ja jakaumat

2.3.1. Muuttujien kuvautuminen

Kuten aiemmin kappaleissa 2.1 ja 2.2 on esitetty, rakennusmateriaalien lujuudet sekä rakenteita kuormittavien rasitusten suuruudet harvoin ovat deterministisiä saati eksakteja arvoja. Esimerkiksi teräksen tai betonin lujuutta täytyy käsitellä satunnaismuuttujana, koska lujuuteen vaikuttavista tuntemattomista tekijöistä johtuen sille ei kyetä määrittämään eksaktia arvoa. Tämän vuoksi lujuuksia sekä näistä johdettuja muita tuloksia (esimerkiksi rakenteen kapasiteetti) tulee käsitellä todennäköisyyslaskennan sekä tilastollisten jakaumien kautta. Sääntönä on hyvä muistaa, että mikäli funktioon tai kaavaan syötettävät arvot tai arvo ovat satunnaismuuttujia, ovat myös kaavan antamat tulokset satunnaismuuttujia. Seuraavassa tarkastellaan lähtöjoukon satunnaismuuttujien kuvautumista maalijoukkoon.

Yksinkertaisimmissa tapauksissa satunnaismuuttujien kuvautumiselle lähtöjoukosta maalijoukkoon löytyy analyttisiä ratkaisuja. Tällainen on esimerkiksi tapaus, jossa muuttuja Y on riippumattomien normaalijakautuneiden satunnaismuuttujien X_i lineaarikombinaatio. Jokainen satunnaismuuttuja X on siis normaalijakautunut tässä tapauksessa ja niillä on odotusarvo ja keskihajonta.

$$X_i \sim N(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}), i=1,2,\dots,n.$$

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (2.20)$$

jossa a_i :t ovat vakioita (deterministisiä suureita). Näin ollen myös Y on normaalijakautunut satunnaismuuttuja ja sille voidaan johtaa odotusarvo sekä varianssi. [3]

$$\mu_Y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} \quad (2.21)$$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (2.22)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2} \quad (2.23)$$

Kaavoista 2.21 – 2.23 havaitaan helposti, että yhden muuttujan sekä vakio kertoimen tapauksessa saadun tuloksen variaatiokerroin V pysyy samana. Vastaavasti voidaan havaita, että useamman satunnaismuuttujan summassa, jossa kertoimet $a_i=1$, on tuloksen hajonta lähtöjoukon hajontojen muodostaman vektorin euklidinen normi.

Yksi satunnaismuuttuja yleinen tapaus

Usein käytännön sovellutuksissa tilanne ei ole yhtä yksinkertainen kuin edellä esitetyt vaan funktiot, jotka kuvaavat satunnaismuuttujat lähtöjoukosta maalijoukkoon, ovat monimutkaisempia. Tällöin tarkkaa ratkaisua ei välttämättä ole, vaan funktion odotusarvoa $E[Y(x)]$ voidaan approksimoida perustuen esimerkiksi viitteessä [a2, s. 198] esitettyyn Taylorin sarjan (katkaistu toisen derivaatan jälkeen) avulla johdettuun kaavaan.

$$E[Y(x)] = Y(\bar{x}) + \frac{Y''(\bar{x})}{2} \cdot Var(x) \quad (2.24)$$

Vastaavasti saadaan määritettyä varianssi

$$Var[Y(x)] = [Y'(\bar{x})]^2 \cdot \sigma_x^2 + \frac{1}{4} \cdot [Y''(\bar{x})]^2 \sigma_x^4 \cdot (\beta_2 - 1) + \beta_1 \cdot \sigma_x^3 \cdot Y'(\bar{x}) \cdot [Y''(\bar{x})] \quad (2.25)$$

jossa β_1 =jakauman vinoudesta riippuva kerroin
 β_2 =jakauman huipukkuudesta riippuva kerroin

Nämä ovat jakaumaparametrien korkeamman kertaluvun momentteja, kun varianssi puolestaan on jakaumaparametreissa 2. momentti.

Symmetrisen jakauman tapauksessa $\beta_1=0$ ja normaalijakauman tapauksessa $\beta_2=3$, jolloin kaava 2.25 supistuu muotoon [3]:

$$\text{Var}[Y(x)] = [Y'(\bar{x})]^2 \cdot \sigma_x^2 + \frac{1}{2} \cdot [Y''(\bar{x})]^2 \sigma_x^4 \quad (2.26)$$

Edellä esitetyistä kaavoista voidaan todeta, että muuttujien ja funktioiden kuvautumisen ratkaiseminen ”analyttisesti” Taylorin sarjojen avulla johtaa varsin hankaliin lausekkeisiin jo yksinkertaisissakin tapauksissa. Tämän vuoksi on kehitetty lukuisia numeerisia menetelmiä, joita esitellään tarkemmin kappaleessa 3.4

Useampia satunnaismuuttujia

Vastaavalla tavalla voidaan Taylorin sarjakehitelmien avulla [a2, s.201] ennalta määrätyn *suunnittelupisteen* suhteen johtaa odotusarvon approksimaatiokaavat myös useamman satunnaismuuttujan funktiolle (usean muuttujan Taylorin sarja). Useamman muuttujan funktiolle saadaan odotusarvo sekä varianssi rajoittuen yksinkertaistamisen vuoksi ainoastaan sarjan lineaarisiin termeihin ja valitsemalla Taylorin sarjakehitelmän *suunnittelupisteeksi* satunnaismuuttujien odotusarvot seuraavasti:

$$E[Y] = Y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N) \quad (2.27)$$

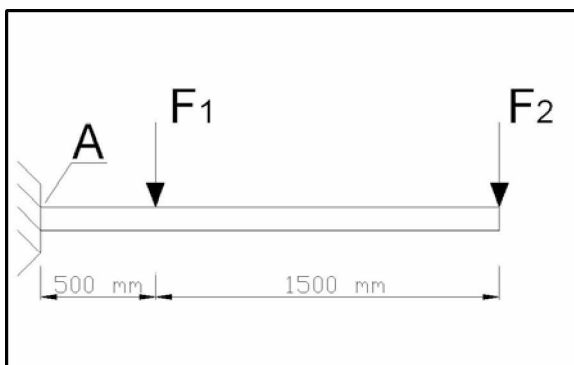
$$\text{Var}[Y] = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \text{Var}(x_i) + 2 \cdot \sum_{i < j} \text{cov}(x_i, x_j) \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \right) \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial x_j} \right) \quad (2.28)$$

Jälkimmäisessä kaavassa 2.28 derivointi suoritetaan *suunnittelupisteen* (eli tässä satunnaismuuttujan keskiarvon) kohdalla. Tällä on merkitystä ainoastaan silloin kun funktio Y sisältää toisen tai korkeamman asteen termejä.

Kaavasta 2.28 huomataan, että vakiokertoimisen lineaarikombinaation tapauksessa päästään samaan lopputulokseen, kuin aiemmin on kaavassa 2.22 esitetty. Lisäksi satunnaismuuttujat oletetaan usein toisistaan riippumattomiksi, jolloin jälkimmäinen termi menee nollassa (toisistaan riippumattomille satunnaismuuttujille $\text{cov}=0$).

Edellä esitetty luo perustan Cornellin menetelmän käyttämiselle systeemien luotettavuuden analysoinnissa. Voimakkaasti epälineaarisen yhtälön tapauksessa on syytä käyttää Taylorin sarjakehitelmästä useampia kuin ainoastaan ensimmäistä termiä.

Esimerkki



| | μ (kNm) | V (%) | σ (kNm) |
|-------|-------------|--------|----------------|
| F_1 | 100 | 10,0 % | 10 |
| F_2 | 80 | 18,8 % | 15 |

Tutkitaan yksinkertaista tapausta, jossa ulokepalkkiin vaikuttaa 2 pistekuormaa. Voimat F_1 ja F_2 oletetaan normaalijakautuneiksi $[N(\mu; \sigma)]$ ja toisistaan riippumattomiksi. Pisteessä A vaikuttavan taivutusmomentin tiedetään olevan näiden voimien lineaarikombinaatio.

Taivutusmomentin itseisarvo palkin juuressa (A) saadaan kaavalla:

$$M_A = 0,5 \cdot F_1 + 2,0 \cdot F_2$$

Palkin juuressa vaikuttavan taivutusmomentin odotusarvo:

$$\mu_{M_A} = 0,5 \cdot \mu_{F_1} + 2,0 \cdot \mu_{F_2} = 210 \text{ kNm}$$

Taivutusmomentin hajonta kaavalla 2.28 riippumattoman kuormien yhdistelyn tapauksessa:

$$\sigma_{M_A} = \sqrt{0,5^2 \cdot \sigma_{F_1}^2 + 2,0^2 \cdot \sigma_{F_2}^2} = 30,41 \text{ kNm}$$

Taivutusmomentin suuruus pisteessä A on siten normaalijakautunut: $M_A \sim N(210 \text{ kNm}; 30,41 \text{ kNm})$ Taivutusmomentin odotusarvo on siis 210 kNm ja variaatiokerroin V on 14,5 %.

2.3.2. Jakaumatyypeistä

Normaalijakauma

Normaalijakauma eli Gaussin jakauma on tilastollisissa tarkasteluissa yleisimmin käytetty todennäköisyysjakauma. Tärkeimpänä syynä tähän on keskeinen raja-arvolause, jonka mukaan toisistaan riippumattomien satunnaismuuttujien yhteisvaikutus lähenee normaalijakaumaa osatekijöiden määrän kasvaessa. Tärkeätä on huomata, että yksittäisten osatekijöiden jakauman tyypillä ei tällöin ole merkitystä kuten ei myöskään sillä, ovatko nämä jatkuvia vai diskreettejä.

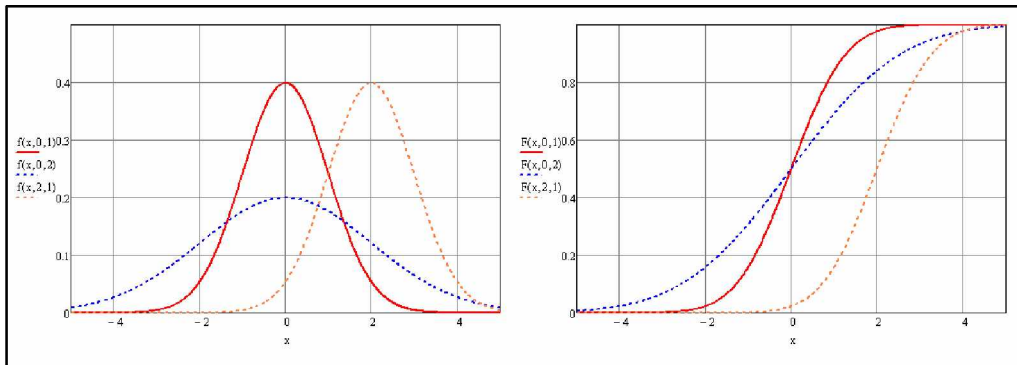
$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.29)$$

Luonnonilmiöiden voimakkuus tietyllä ajanhetkellä (ts. hetkittäinen vaikutus) sekä materiaalien fysikaaliset ominaisuudet, jotka riippuvat monista tekijöistä voidaan käsitellä normaalijakautuneina. Keskeinen raja-arvolause pätee, vaikka yhteisvaikutukseen vaikuttavia osatekijöitä ei kaikilta osin tunnettaisi. Siten normaalijakauma soveltuu melko hyvin rakenteiden kapasiteetin arvioimiseen, koska kapasiteettiin vaikuttavia epätarkkuuslähteitä on useita, niin tunnettuja kuin tuntemattomia.

Normaalijakauman tiheysfunktiolla on seuraavia parametreista riippumattomia ominaisuuksia: 1) Käyrän maksimipiste on odotusarvon μ kohdalla, joka on myös keskiarvo, toisin sanoen tässä on suurin yksittäinen todennäköisyystiheys. 2) Käyrä on symmetrinen odotusarvon suhteen. 3) Käyrän taitepisteet sijaitsevat keskihajonnan σ etäisyydellä odotusarvosta. Käyrä on kupera välillä $\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$ ja kovera tämän

alueen ulkopuolella. 4) Käyrä lähestyy nollaa asymptoottisesti siirryttäessä kauemmas odotusarvosta.

Parametreillä μ ja σ on vaikutusta normaalijakauman muotoon ja asemaan X -suunnassa. Odotusarvon μ kasvaessa siirtyy kuvaaja koordinaatistossa oikealle muotonsa säilyttäen. Keskihajonnan σ kasvaessa käyrän lakipiste pysyy paikallaan sivusuunnassa, kuvaaja kuitenkin litistyy pystysuunnassa ja sen ”hännät” leviävät. Normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on 0 ja keskihajonta 1 kutsutaan standardinormaalijakaumaksi.



Kuva 2.3 Normaalijakauman a) tiheysfunktion b) kertymäfunktion kuvaajia eri parametrien μ ja σ arvoilla. Ehjä viiva kuvaa standardinormaalijakaumaa.

Koska normaalijakauman kertymäfunktioita ei voida ratkaista analyttisesti vaan ainoastaan numeerisesti integroimalla haluttu väli, on standardinormaalijakauman kertymäfunktion arvoja taulukoitu eri lähteissä. Näin minkä tahansa normaalijakauman kertymäfunktion arvo voidaan tarvittaessa ratkaista palauttamalla se standardinormaalijakaumaksi. Standardinormaalijakauman kertymäfunktioille kohdassa x käytetään jatkossa merkintää $\Phi(x)$.

Normaalijakauman heikkona puolena esimerkiksi rakenteen kapasiteetin jakauman esittämiseen voidaan pitää negatiivisten arvojen mahdollistumista. Normaalijakauman käyrä lähestyy asymptoottisesti nollaa siirryttäessä kauemmas odotusarvosta, jolloin ”vasemmassa hännässä” ilmenee negatiivisia arvoja, olipa odotusarvo missä hyvänsä. Negatiivisten arvojen esiintymisen todennäköisyys kasvaa satunnaismuuttujan variaatiokerroimen kasvaessa. Jos tarkasteltava satunnaismuuttuja on luonteeltaan sellainen, että se voi saada todellisuudessa ainoastaan positiivisia arvoja (esim. materiaalin lujuus) $[0, +\infty[$ ja mikäli otoksen variaatiokerroin ylittää 25 %, on oletus jakauman normaaliudesta syytä hylätä ja sovittaa jotakin muuta jakaumaa otokseen. [4]

Log-normaalijakauma

Negatiivisten lukuarvojen esiintymisen mahdollisuus saadaan eliminoitua käyttämällä muunneltua normaalijakaumaa. Täten log-normaalijakauma soveltuu hyvin sellaisten satunnaismuuttujien kuvaamiseen, joiden tiedetään saavan ainoastaan positiivisia arvoja. Log-normaalissa jakaumassa muuttujaa on muokattu siten, että muuttujan luonnollinen logaritmi on normaalijakautunut. Log-normaalien jakauman tiheysfunktio voidaan esittää seuraavasti:

$$f(x, \lambda, \zeta) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(x)-\lambda)^2}{2\zeta^2}} \quad (2.30)$$

jossa λ ja ζ ovat jakauman parametreja

Sekaannuksen välttämiseksi otetaan tässä yhteydessä käyttöön viitteen [5] merkintätapa log-normaalien jakauman parametreille. Log-normaalien jakauman parametrit λ ja ζ ovat nimeltään sijainti- ja muotoparametri (*Location and scale/shape parameters*). Ja ne voidaan laskea otoksesta, jossa yksittäiset alkioit tunnetaan. Tällöin parametri λ saadaan laskemalla alkioiden luonnollisen logaritmin keskiarvo ja vastaavasti parametri ζ näiden keskihajonta (joissain yhteyksissä näitä kutsutaan myös logaritmisiksi keskiarvoksi ja hajonnaksi).

Nämä parametrit voidaan esittää myös variaatiokerroimen sekä otoskeskiarvon avulla seuraavasti, jos otoksen yksittäisiä alkioita ei tunneta, mutta keskiarvo ja -hajonta tunnetaan.

Sijaintiparametri:

$$\lambda = \ln \frac{\bar{X}}{\sqrt{1+V^2}} \quad (2.31)$$

Muotoparametri:

$$\zeta = \sqrt{\ln(1+V^2)} \quad (2.32)$$

jossa \bar{X} = Otoksen keskiarvo
 V = Otoksen variaatiokerroin mukaisesti

Log-normaalijakautuneelle satunnaismuuttujalle on voimassa $P(X \leq 0) = 0$, eli tällainen satunnaismuuttuja ei voi saada arvoa 0 tai negatiivista arvoa. Log-normaalisti jakautuneessa otoksessa voivat keskiarvo, mediaani sekä moodi poiketa toisistaan.

Kertymäfunktio lognormaalille muuttujalle voidaan esittää standardinormaalijakautuneen muuttujan kertymäfunktion avulla.

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right) \quad (2.33)$$

jossa $F(x)$ = Standardinormaalijakauman kertymäfunktio
 λ ja ζ = Logaritminen keskiarvo sekä keskihajonta

Muita todennäköisyysjakaumia

Edellä esitettyjen lisäksi tilastomatematiikassa tunnetaan lukuisia muita jakaumatyyppisiä. Erilaisia jakaumia kuvaamaan muuttujien satunnaisuutta voidaan teoriassa olemassa olevien nimettyjen jakaumatyyppien lisäksi kehittää lähes rajattomasti, sillä kyseessä on matemaattinen malli satunnaismuuttujan käyttäytymisestä. Tässä yhteydessä täytyy tuki muistaa, että kappaleessa 2.2.2 esitettyjen vaatimusten tulee olla voimassa.

Tasajakauma on varsin yksinkertainen todennäköisyysjakauma, jossa satunnaismuuttuja voi saada minkä tahansa otosavaruuden ala- ja ylärajan välillä olevan arvon yhtä todennäköisesti. Luonnollisesti tässä tapauksessa todennäköisyys saada jokin arvo otosavaruuden ulkopuolelta on 0. Eli ylä- ja alaraja on selkeä mahdollisille realisoitu-neille alkioille. Toisin kuin asymptoottisten jakaumien tapauksessa kuten normaali- ja log-normaali-jakaumat, joista ensimmäintulla ei ole olemassa ylä- eikä alarajaa ja jäl-jemmällä ei ole ylärajaa alarajan ollessa 0.

Käytännön sovellutuksia tasajakaumalle rakenteiden luotettavuuden arvioinnissa tar-vittavien satunnaismuuttujien osalta juuri löydy. Eräs toki voisi olla vaikkapa jonkin rakenneosan, vaikkapa teräspalkin betonissa, sijainti poikkileikkauksessa. Jos betoni-peitteeksi annetaan vaikkapa $50 \text{ mm} \pm 10 \text{ mm}$. Voitaisiin tällöin ilman tarkempia tut-kimuksia olettaa, että on yhtä todennäköistä, että palkki on 45 mm tai 40 mm etäi-syydellä pinnasta. Toisaalta tämä ilmiö voitaisiin yhtä hyvin kuvata, jollain muulla symmetrisellä jakaumalla.

Ääriarvojakaumat

Ääriarvojakaumat puolestaan soveltuvat rakenteiden luotettavuuden arvioinnissa kuormitusten, etenkin luonnonkuormien tai liikennekuormien mallintamiseen. Ra-kenteiden luotettavuuden taso riippuu kuormien maksimiarvoista tietyllä aikavälillä. Havaittujen ääriarvojen perusteella voidaan ennustaa jonkin kuormitukseen yhtey-dessä olevan muuttujan suurin mahdollinen arvo tietyllä aikavälillä jos jäljempi aika-väli on ensimmäisen monikerta, esimerkiksi tuuli- tai lumikuorma, joista on olemassa paljon mitattuja ääriarvohavaintoja. Tyypillisiä ääriarvojakaumia ovat mm. Poisson-, Weibull- ja Gumbel-jakaumat, jonka soveltamisesta esitetään tarkemmin kohdassa 3.4. [6][7]

Ääriarvojakaumien teoriaa käsitellään alan teoksissa esim. [8] [9] vaihtelevissa mää-rin. Jotta asiasta tässä yhteydessä päästäisiin jonkinlaiseen ymmärrykseen, käsitel-lään näitä lyhyesti. Ääriarvojakaumalla tarkoitetaan jonkin ilmiön ääriarvojen jakau-tumista. Eli sitä, kuinka jonkin ajan kuluessa esiintyvät suurimmat arvot ovat jakautu-neet. Esimerkiksi liikennekuorman tapauksessa voidaan punnita junan akseleita ja saada jakauma päivän aikana esiintyville akselipainoille. Rakenteen luotettavuuden kannalta ei juuri ole merkitystä muilla akselipainoilla kuin suurimmilla esiintyvillä arvoilla. Näin ollen mitoituskuormaa voidaan tarkastella ääriarvojakauman avulla, jolloin kysymyksenasettelu muuttuu seuraavanlaiseksi: ”mikä on rakennetta kohtaava suurin kuormitus sen elinkaaren aikana?”.

Ääriarvojakauma voidaan muodostaa poimimalla päivittäisestä miten tahansa jakau-tuneesta akselipainojakaumasta suurin arvo. Toistamalla tätä proseduuria saadaan päivittäisen ääriarvon jakauma. Vastaavasti voitaisiin poimia tunneittain suurin tun-nin aikana esiintynyt arvo ja toistamalla tätä saada aikaan tunnittaisen ääriarvon ja-kauma. Loogisesti tästä päätellen voitaisiin todeta, että tunnittaisen ääriarvon odo-tusarvon on oltava huomattavasti pienempi kuin päivittäisen, viikoittaisen, kuukausit-taisen tai vuosittaisen ääriarvon vastaavan. Näin, koska tutkittaessa tunnittaisen ää-riarvon käyttäytymistä voidaan 24 peräkkäisen tunnin jälkeen näistä suurimman ole-van päivittäinen ääriarvo, jolloin tyypillisesti ajatellen 23 näistä perättäisistä havain-nosta on pienempiä kuin päivittäinen ääriarvo.

Jos tutkitaan useita otoksia joiden koko on n , voidaan helposti todeta, että kunkin otoksen suurin arvo on myös luonteeltaan satunnaismuuttuja seuraavalla tavalla.

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.34)$$

Näin ollen satunnaismuuttujalle Y_n voidaan kehittää oma jakaumansa [8]. Tämän jakauman muoto ei riipu juurikaan satunnaismuuttujan X jakauman muodosta. Varsinkin kun n on suuri, korostuu tämän initiaalijakauman oikeanpuoleisen hännän muoto, koska suurella n :n arvolla sieltä todennäköisemmin realisoituu jokin alkio ylimmistä fraktiileista.

Esimerkiksi junan ylittäessä siltaa voidaan yksittäisenä havaintohetkenä pitää tilanetta, jossa yksittäinen akseli on tietyssä kohdassa esim. jänteen keskellä. Tällä ajanhetkellä voidaan laskea esimerkiksi kaikkien influenssipituudella olevien akselien aiheuttama taivutusmomentti jossain pisteessä. Vaihtoehtoisesti voitaisiin havaintohetkenä käyttää jotain aikaväliä, esimerkiksi sekunnin välein tallentaa havaintotaivutusmomentin arvosta. Näistä havainnoista syntyy havaintopopulaatio ja initiaalijakauma X , jonka alkioista suurin edustaa ääriarvojakauman yksittäistä havaintoa Y_n tietyllä aikajänteellä. Vastaavasti kun saadaan suuri määrä yksittäisten populaatioiden ääriarvoja, voidaan puhua suureen ääriarvojakaumasta. Tätä on tarkemmin esitelty kappaleen 3.4 laskentaesimerkissä ja liitteessä 3.

2.3.3. Kuormiin liittyvä satunnaisuus

Kuten aiemmin esitettiin, rakenteeseen kohdistuvat kuormat ovat yleensä epädeterministisiä suureita. Tämä tarkoittaa, että vaikuttavalle kuormalle ei yleensä voida joutaa eksaktia arvoa. Sitä vastoin voidaan tilasto- tai muun tiedon avulla määrittää kuormalle odotusarvo, maksimi tai vaihteluväli jollain tietyllä ajanjaksolla. Jopa ajansuhteen likimain vakiona pysyvän rakenteen oman painon aiheuttaman rasituksen on ajateltava olevan satunnaismuuttuja jolla on jokin odotusarvo sekä hajonta, joka joutuu muun muassa mittaepätarkkuuksista sekä poikkileikkausmittojen idealisoinnista. Lisäksi täytyy huomioida, että usein tarkastellaan jotakin rakenteiden joukkoa, jossa väkisin jokin rakenne on painavampi kuin toinen, koska täysin kaikilta osiltaan identtiset rakenteet ovat mahdottomia. Tästä seuraa, että myös oma paino ja muut pysyvät kuormat ovat luonteeltaan satunnaismuuttujia.

Luonnonkuormat

Normeissa ja ohjeissa esitetyt kuormien ominaisarvot ovat varsinkin luonnonkuormien osalta tilastollisesti pääteltyjä arvoja. Luonnonkuorman ominaisarvon määrittämisessä kyseeseen tuleva tilastollinen aineisto on vuosittaiset maksimit riittävän pitkältä ajalta sekä näiden jakauma. Jakauman perusteella valitaan ominaisarvoksi esimerkiksi vuosittaisten maksimien jakauman 5 %:n yläfraktiili. Tämän voidaan tulkita tarkoittavan, että rakenteeseen kyseisen kuorman aiheuttama rasitus pysyy 95 % varmuudella alle ominaisarvon tarkasteltavana ajanjaksona.

Luonnonkuormat noudattavat useimmiten jotakin ääriarvojakaumaa esimerkiksi Gumbel (lumikuorma), Weibull tai Gumbel (tuulikuorma), Rayleigh (aaltojen amplitudit). Tyypillistä ääriarvojakaumien käytölle on, että jotakin ilmiötä pyritään ennustamaan menneen perusteella. Esimerkkinä 50 vuoden toistumisvälin lumikuorman maksimia sekä ääriarvojakaumaa hyväksikäyttäen on mahdollista arvioida millä todennä-

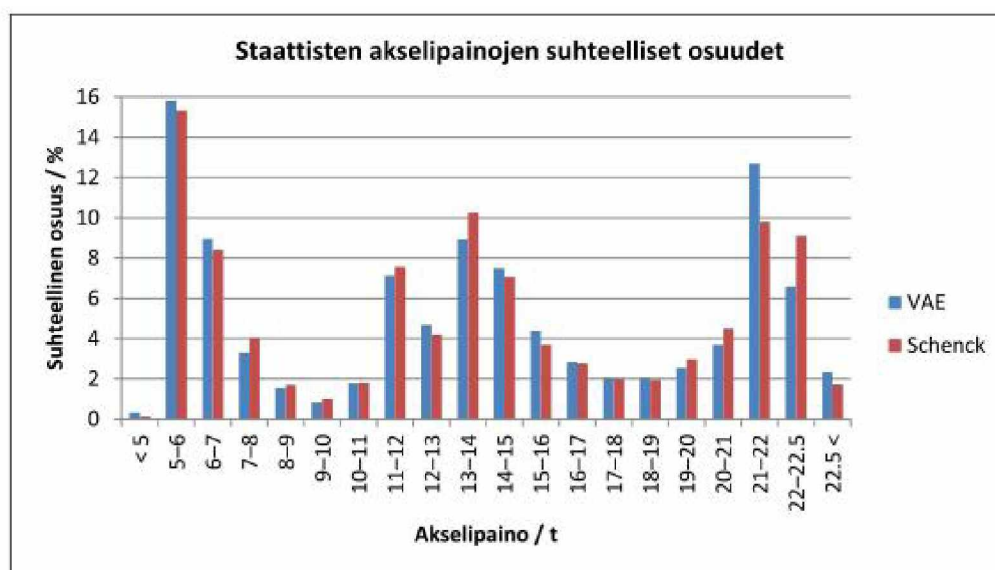
köisyydellä tämä maksimi ylitetään seuraavan 10 vuoden aikana. Tai vaihtoehtoisesti: mikä on mahdollinen maksimi seuraavan 10 vuoden aikana vuotuisen ylitystodennäköisyyden pysyessä samana.

Kuormia käsiteltäessä on siis edellä esitetyn perusteella syytä ottaa huomioon tarkastelujakson vaikutus kuormitustasoon tai esiintymistodennäköisyyteen. Loppuun käytettävien siltojen kantavuutta arvioitaessa voidaan siten luonnonkuormia sekä liikennekuormia pienentää ainakin odotusarvon osalta, koska 'jäljelläoleva suunnittelukäyttöikä' on lyhyempi kuin uudella rakenteella, jonka aikana on verrattain epätodennäköistä, että alkuperäisen suunnittelukäyttöiän mukainen maksimikuormitus voisi esiintyä.

Liikennekuormat

Muut hyötykuormat, tärkeimpinä siltojen kannalta liikennekuormat, ovat uudissuunnittelussa usein mallinnettu idealisoiduilla kuormakaavioilla, joiden tarkoitus ei ole esittää mitään fyysistä ajoneuvoa sillalla vaan toimia idealisoituna sekä konservatiivisena mallina jolla sillan kannatinjärjestelmälle saadaan aikaan oikeaa liikennetilannetta vastaava rasiustila. Epävarmuutta sillalla vaikuttavan todellisen liikennekuorman arviointiin tuo muun muassa käytettävän kuormitusmallin yksinkertaisuus, vaikuttavat kuormat kuvataan piste-, viiva ja tasaisina kuormina, joka toisaalta on hyödyksi laskelmien helpottuessa. Toisaalta epävarmuutta lisää sallittujen ja vaikuttavien akselipainojen kehitys pitkän ajan kuluessa.

Tarkasteltaessa yksittäisen sillan tai siltaryhmän luotettavuutta jollakin rataosalla voi olla mahdollista selvittää kyseisen rataosan todellista akselipainojakaumaa esimerkiksi akselipainotutkimuksella. Näin voidaan esimerkiksi vuoden mittaisella ylittävien akselimassojen tilastoinnilla päästä käsitykseen radalla liikkuvasta kalustosta ja tehdä ennusteita esimerkiksi seuraavan 5 vuoden aikana esiintyvistä akselipainojen maksimiarvoista. [10] Menetelmää voi hyödyntää esimerkiksi vanhan käytöstä poistettavan sillan jäljellä olevan elinkaaren hallinnassa.



Kuva 2.4 Esimerkki akselipainotutkimuksella saatavasta akselipainojakaumasta. Eriväriset pylväät eri mittalaitteilla saatuja tuloksia. [11]

Rautateiden liikennekuormien tapauksessa havaittujen akselipainojen jakauma on mielenkiintoinen, sillä se ei muistuta tyypillistä jakaumaa, jossa suuri osa havainnoista on kertynyt odotusarvon ympärille. Sen sijaan jakaumalla on useampi huippu. Tätä selitetään karkealla tavalla seuraavasti:

- Ensimmäinen huippu (5–6 t) - Tyhjiä tavaravaunuja
- Toinen huippu (13–15 t) - Matkustajajunia
- Kolmas huippu (21–22,5 t) - Kuormattuja tavaravaunuja

Luokat eivät todellisuudessa ole näin tarkkoja ja jonkin verran limittäisyyttä esiintyy. Joka tapauksessa tiedetään ja kuten kuvassa 2.4 esitetyt mittaustulokset myös osoittavat, että rautateillä liikkuva kalusto akselipainoineen on suhteellisen vakiintunutta.

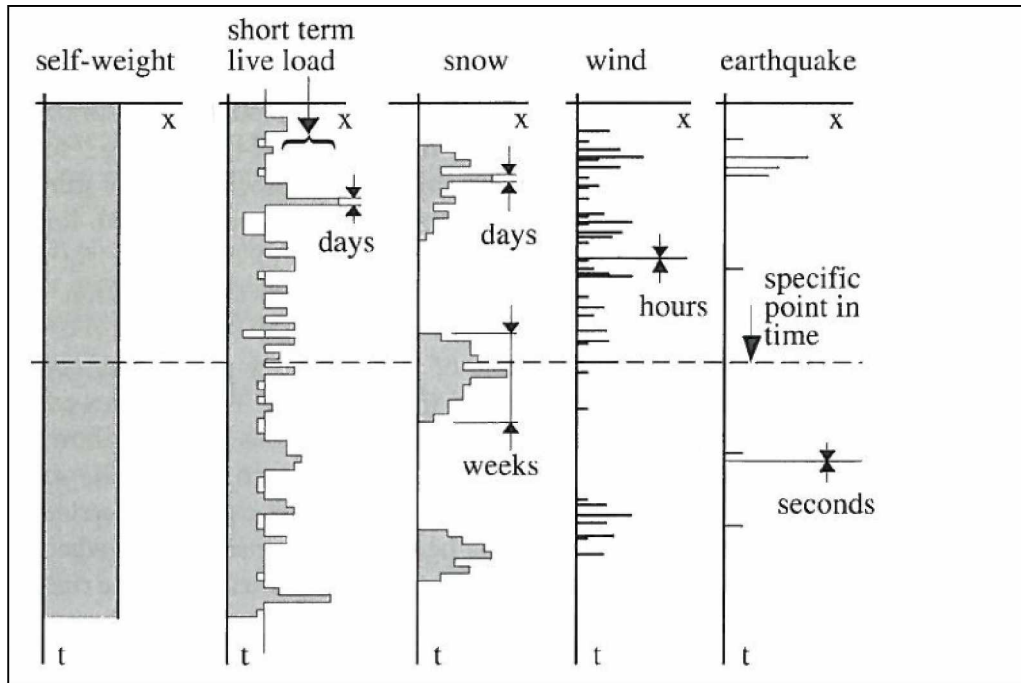
Olemassaolevaan rakenteeseen vaikuttavien kuormien ominaisuuksien selvittämistarpeeseen vaikuttaa tutkittavan rakenneosan jännemitta ja sijainti. Lyhyille jänteille sekä sekundäärirakenteille akseligeometrian ominaisuudet (pyörien ja telien etäisyys toisistaan) on vaikuttavan akselipainon ohella tärkeitä tietoa. Pitkillä jänteillä globaaleja vaikutuksia tai koko rakenteen stabiliteettia tutkittaessa yksittäisten akselien tai telien vaikutus ei ole tärkeää vaan kaikkien rakenteeseen samanaikaisesti vaikuttavien akseleiden kokonaisuus.

Kuormien yhdistely

Osittain edellä esitetyn kuormien ajallisen ulottuvuuden myötä on normeissa esitetty erilaisia mitoitusilanteita, joita kuvataan kuormitusyhdistelmillä ja joissa kuormien mitoitusarvoja kerrotaan erilaisilla yhdistelykertoimilla. Pääpiirteissään näissä on kyse kuormien ominaisarvojen perustumisesta ylitystodennäköisyyteen tai maksimiin tarkasteltavalla ajanjaksolla. Yhdistelykertoimet ovat useimmissa (muuttuvien kuormien) tapauksissa pienempiä kuin 1.

Tietyllä ajanjaksolla yksittäisen kuorman maksimin esiintyminen tai ylittyminen ajanhetkellä t_1 on tilastollisesti harvinainen tapaus, on vastaavasti tästä riippumattoman toisen kuormituksen ääriarvon esiintyminen samalla hetkellä niin ikään vielä harvinaisempaa (huomioitava on tietysti kuormitustyyppistä riippuvainen kuormituksen kesto-aika). Sopivien yhdistelykertoimien määrittäminen on kuitenkin hankala aihe ja lisäksi vahvasti kytköksissä tarkastelujaksoon.

Kuormien yhdistelystä tilastollisin perustein on esitetty monissa eri lähteissä osin toisistaan poikkeavia ja jopa keskenään ristiriitaisia menetelmiä. Eurokoodissa kuormat yhdistetään riippumattomasti tai semi-riippumattomasti (yhdistelykertoimilla muokattuja arvoja) [12], toisissa lähteissä viitataan kuormien riippuvaan yhdistämiseen [13]. Rakenteen luotettavuuden määrittämisen kannalta olennaisessa asemassa ovat rakenteelle ulkoisista tekijöistä syntyvät rasituksen ääriarvot (suurin tiettyä ajanjaksona ilmestyvä kuormitus).



Kuva 2.5 Kuormien esiintymisen ajallinen jakautuminen sekä vaikutusaika [14]

Kuvassa 2.5 on graafisesti esitetty erilaisten kuormien intensiteettiä ajan t funktiona. Katkoviiva kuvaa yksittäistä ajanhetkeä, joka voidaan käsittää vaikkapa mitoitusilanteeksi. Luotettavuusanalyysin soveltamiseksi rakenteen kantavuuden määrittämiseen on kuormien osalta ratkaistava tarkasteluaika. Tarkastelujaksolla on ratkaiseva merkitys kuormien jakaumiin. Yleisimmin tarkasteluperiodina käytetään joko yhtä vuotta tai vaihtoehtoisesti rakenteen jäljellä olevaa käyttöikää. Toisaalta voidaan käyttää lyhyempiäkin ajanjaksoja esimerkiksi työnaikaisen tai muun poikkeustilanteen aikaisen luotettavuuden arvioimiseen.

Olemassa olevan rakenteen vaikuttavien kuormien määrittäminen nykyohjeissa

Siltarakenteiden yhteydessä tärkeimpänä käsiteltävänä muuttuvana kuormana on liikennekuorma, jota varten silta on suunniteltu. Liikennekuorma on useimmiten myös suurin siltarakenteelle rasitusta aiheuttava muuttuva kuormitus. Suurin rasitus voi tietyissä tapauksissa syntyä myös omasta painosta, joka on luonteeltaan pysyvää kuormaa. Liikennekuorman tarkemmalla määrittämisellä voidaan saada kantavuuksilaskentaan suurtakin hyötyä ja tämän vuoksi sen ominaisuuksiin kannattaa olemassa olevien rakenteiden osalta keskittyä voimakkaimmin. Tärkeintä olisi saada laskennassa käytettävään kuormituksen aiheuttama rasitustila vastaamaan mahdollisimman hyvin todellisen liikenteen aiheuttamaan rasitustilaan.

Suunnittelussa käytettävien – etenkin uusien rakenteiden osalla - kuormakaavioiden kytkentä todellisiin kuormiin on varsin löyhä. Kuormakaavio ei ole tarkoitus esittää siltaa kuormittavaa ajoneuvoa tai vastaavaa vaan aiheuttaa rakenteisiin todellista vastaava rasitustila. Luonnollisesti tämä rajoittaa näiden kuormakaavioiden soveltuvuutta tutkittaessa monenlaisia, toisistaan erillisiä rakenteissa ilmeneviä vaikutuksia.

Nykyisissä sillan kantavuudenlaskentaohjeissa [15] on tiesiltojen osalta esitetty kantavuuden tarkasteluun soveltuvia kuormakaavioita, jotka poikkeavat uudisrakentamisen yhteydessä käytettävistä kuormakaavioista. Näillä alennetuilla kuormakaavioilla pyritään tarkemmin kuvaamaan liikenteen rasitusvaikutuksia olemassa olevaan rakenteeseen. Perusteluna (uudiskohteeseen verrattuna) alennetuille kuormien arvoille sekä varmuuskertoimille voidaan pitää kokonaisuuden epävarmuuden pienentymistä, koska rakenne on jo olemassa, joten rakentamisen aikaisista epävarmuustekijöistä on päästy eroon.

Rautatiesiltojen osalla ohjeessa RSO 9 – Rautatiesiltojen kantavuudenlaskentaohje [16] viitataan monelta osin sillan kantavuudenlaskentaohjeeseen [15]. Junakuormana käytetään kuitenkin Eurocode-suunnittelustandardin mukaista arvoa eli samaa kuormakaaviota kuin ennenkin. Varmuustarkastelun osalta junakuorman osavarmuuskertoiminta on hieman korjattu alaspäin. Uusien siltojen osalla konservatiivisilla kuormilla ja mitoitustavalla ei taloudelliselta kannalta ole suurta merkitystä. Uudisrakentamisen yhteydessä ylikapasiteetin ja lisävarmuuden jättäminen voi olla pidemmällä tähtäimellä jopa edullista myöhempien tarpeiden, kuten esimerkiksi kuormien kasvamisen (sallittujen akselipainojen noston) tai rakenteen ikääntymisestä johtuvan epävarmuuden kasvamisen vuoksi. Näissä tilanteissa ylimääräinen kapasiteetti voidaan ottaa käyttöön, jolloin kalliisiin ja vaativiin (toisinaan myös teholtaan kyseenalaisiin) vahvennustoimiin ei tarvitse ryhtyä.

2.3.4. Materiaalien ja rakenteiden ominaisuudet ja hajonta

On selvää, että materiaalien mekaaniset ominaisuudet vaihtelevat suuresti eri materiaalien välillä. Eri seossuhteilla valmistetut betonit ovat lujuudeltaan erilaisia samoin rakenneteräkset. Myös saman materiaaliryhmän tai lujuusluokan sisällä vaihtelu voi olla suurta. Hajonta materiaaliominaisuuksissa voi johtua esimerkiksi valmistusmenetelmissä esiintyvistä epätarkkuudesta (ideaalitapauksessa), rapautumisesta, turmeltumisesta, ajallisista ilmiöistä (käytännön rakenteissa).

Olemassa olevien rakenteiden osalta tietoa käytettyjen materiaalien ominaisuuksista on saatavilla vanhoista suunnitelma-asiakirjoista. Usein kuitenkin on tarpeellista ottaa rakenteesta materiaalinäytteitä rakennusmateriaalin ja rakenteen ominaisuuksien varmistamiseksi. Tämä tehdään muun muassa seuraavassa esitetyistä syistä:

- 1) Toteutusvaiheessa työmaalla on voitu tehdä muutoksia, joita ei ole kirjattu suunnitelmiin
- 2) Suunnitelma-asiakirjoja ei ole saatavilla
- 3) Materiaaliominaisuuksien oletetaan muuttuneen rakentamisajankohdasta tai toimitettu materiaali on ollut suunnitelmasta poikkeavaa eikä asiaa ole huomattu
- 4) Mitat poikkeavat suunnitelmasta, joko rakentamisen poikkeamista tai muusta turmeltumisesta (esimerkiksi betonin rapautuminen) johtuen.

Luotettavuusanalyysin soveltamisen kannalta parhaaseen lähtöaineiston laatuun päästään, jos kohteesta saadaan riittävä määrä materiaalinäytteitä, joiden mekaanisia ominaisuuksia voidaan kokeellisesti testata laboratorio-olosuhteissa. Näin ollen pystytään määrittämään luotettavasti rakennusmateriaalin nykyinen kunto. Esimerkiksi betonilla pakkasrapautuminen tai muu ajasta riippuva vaurioituminen on saattanut vaikuttaa lujuuteen ja näin ollen todellinen lujuus poikkeaa huomattavasti suunnitelmissa esitetystä teoreettisesta lujuudesta. Poikkeama voi olla myös positiiv-

viseen suuntaan, jolloin rakenteen kapasiteetin arvioinnissa saadaan hyötyä. Tällaisessa tapauksessa on kuitenkin oleellista huomata, näytteiden edustavuus tutkittavan ilmiön kannalta:

- 1) Näytteiden sijainti rakenteessa suhteessa tutkittavan ilmiön sijaintiin rakenteessa. Esimerkiksi betonin lujuus rakenteessa voi vaihdella ala- ja yläpinnan välillä useita kymmeniä prosentteja. [17]
- 2) Materiaaliominaisuuksien muutosnopeuden vaikutus otokseen paikallisten ulkoisten tekijöiden, kuten mikroilmaston, paikallisten mekaanisten rasitusten ym. takia. Esimerkiksi tuelta vaikkapa vuotavan liikuntasaumalaitteen läheltä otetut näytteet eivät välttämättä vastaa rakenteen kuntoa kentässä.
- 3) Pitkäaikaiset vaikutukset paikallisesti, voiko toistuvasti vedetystä pinnasta otetusta koekappaleesta määrittää betonin puristuslujuuden luotettavasti?

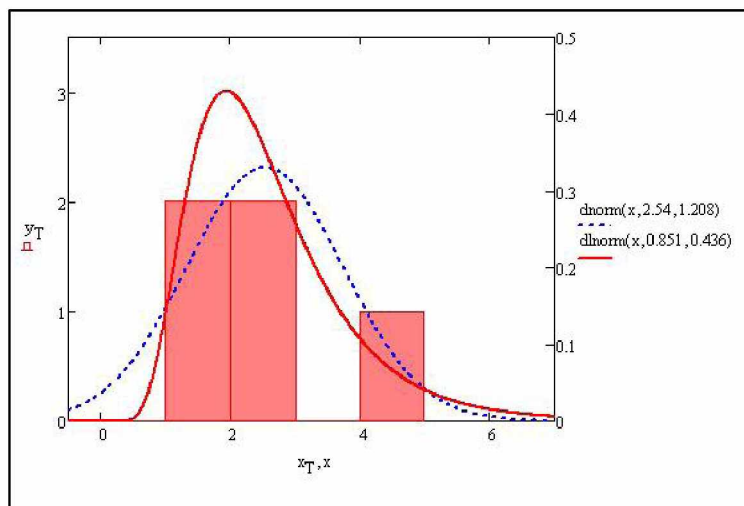
Oleellinen vaatimus testaamalla saatujen materiaaliominaisuuksien käyttämiseksi luotettavuusanalyysiin tai tilastollisiin mitoitusmenetelmiin on saada kulloisetkin testitulokset sovitettua tyypiltään oikeanlaiseen jakaumaan. Apuna tässä voidaan käyttää erilaisia tilastollisia menetelmiä, sopivan jakauman sovittamiseksi ja riskitason määrittämiseksi sovitetuille jakaumille.

Esimerkki: Suokannan sillan betoninäytteiden lujuuksista [18]

Tarkastellaan Suokannan ratasillasta otettujen betoninäytteiden veto- ja puristuslujuutta, sekä sen sovittamista kahteen erilaiseen jakaumiin. Testattuja sylintereitä on vetolujuuden osalta 5 ja puristuslujuuden osalta 12 kappaletta ja tulokset on esitetty kuvien 2.6 ja 2.7 taulukoissa.

1) Vetolujuus

| Näyte | Vetolujuus [MPa] |
|----------|--------------------|
| 1 | 2,22 |
| 2 | 2,59 |
| 3 | 1,92 |
| 4 | 1,40 |
| 5 | 4,55 |
| μ | 2,538 |
| σ | 1,208 |
| V | 48 % |



Kuva 2.6 Normaal- (sininen katkoviiva) ja log-normaalijakaumat (punainen ehjä viiva) parametrein μ ja σ sovitettuna testituloksiin (pylväät).

Koetuloksista huomataan, että variaatiokerroin V on suhteellisen suuri vetolujuutta määrittävässä koesarjassa, joka asettaa haasteen normaalijakauman sovittamiselle jakaumaan [4].

Voidaan määrittää kummankin sovitetun jakauman perusteella 5 % fraktiilit betonin vetolujuudelle. 5 % fraktiili on yleisesti käytetty lujuuden karakteristisena arvona. Tuloksista voidaan havaita, että normaalijakaumaan sovitettuna saadaan vetolujuudelle tässä tapauksessa konservatiivisempia arvoja.

Standardin SFS-EN 1990-1-1 [12] liitteessä D on esitetty menetelmä rakennusmateriaalin lujuuden määrittämiseen kokeellisin menetelmin. Tällöin laskennallisesti saatavaan arvoon vaikuttavat: koekappaleiden lukumäärä, muunnoskertoimen arvo sekä se oletetaanko tutkittavan suureen variaatiokerroin tai sen realistinen ylälikiarvo tunnetuksi. Kuitenkin on käytettävä variaatiokerroimelle vähintään arvoa 10 %. Muunnoskerroimella huomioidaan kokeessa havaitun käyttäytymisen sekä materiaalin todellisen käyttäytymisen rakenteessa välinen ero. Jos tässä yhteydessä jätetään selkeyden vuoksi muunnoskerroin huomiotta ($\eta=1$), voidaan ominaisarvo määrittää esimerkiksi viitteen [12] kaavalla D.1, jos kyseessä oletetaan olevan normaalijakautuneen suureen:

$$X_k = \eta \cdot \mu_X \cdot (1 - k_n \cdot V_X)$$

Log-normaalisti jakautuneeksi oletetun suureen tapauksessa.

$$X_k = n \cdot e^{\mu_X - k_n \cdot s}$$

Oletetaan vielä, ettei variaatiokerrointa V_X tunneta, vaan se on estimoitava jakaumasta. Kun halutaan selvittää vetolujuuden jakauman 5 % fraktiili saadaan viitteen [12] taulukosta D1 suurelle k_n arvo 2,33. Huomiota on syytä kiinnittää tässä yhteydessä, että koekappalemäärän lähestyessä ääretöntä, lähestyy k_n arvo lukua 1,64, joka on siis 5 % fraktiilin teoreettinen Z-arvo (tilanteessa jossa tilastollista epävarmuutta ei ole).

| | $f_{ctk0,05}$ | |
|---------------------|-------------------------------|----------------------------|
| | Variaatiokerrointa ei tunneta | Variaatiokerroin tunnetaan |
| Normaali | -0,28 | 0,03 |
| Log-Normaali | 0,03 | 1,04 |

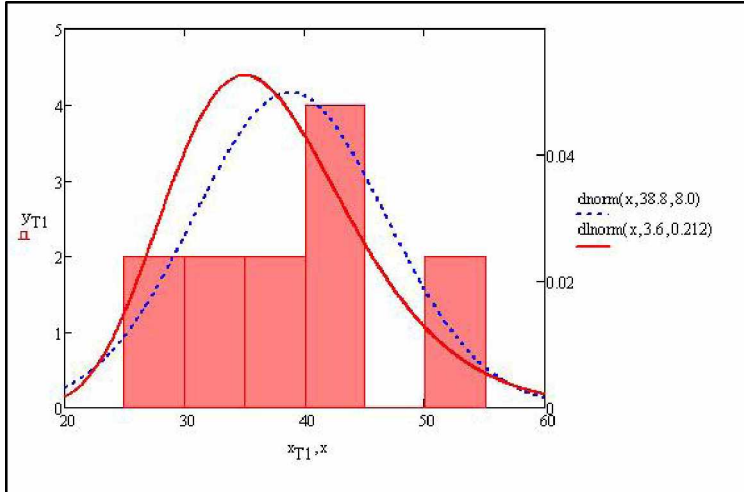
Lognormaalin jakauman käyttämisen etuna on normaalijakaumaan verrattuna tässä tapauksessa:

- Parempi käyrän sopivuus mitattuun aineistoon (voidaan todentaa tilastollisilla menetelmillä).
- Negatiivisten arvojen esiintymisen estyminen lujuuden jakaumassa
- Epäkonservatiivisempi arvo fraktiileille.

Näin on saatu laskettua normin menetelmällä kokeellisiin tuloksiin perustuvat fraktiilit betonin vetolujuudelle voidaan heti havaita, että vähäisen koekappalemäärän huomioiminen laskee 5% fraktiilin arvoa huomattavasti. Tässäkin tapauksessa Lognormaalin jakauman käyttäminen tuottaa epäkonservatiivisemmän (mutta järkevän, ei negatiivisen tuloksen).

2) Puristuslujuus

Betonin puristuslujuudelle saman kohteen koekappaleista määritetyissä ei normaali- ja log-normaali-jakaumien muodolla juurikaan ole eroa. Kokeessa puristettiin murtoon 12 betonikoekappaletta [18]



| Näyte | Puristuslujuus [Mpa] |
|----------|----------------------|
| 1 | 37.1 |
| 2 | 40.8 |
| 3 | 50.2 |
| 4 | 39.1 |
| 5 | 51.6 |
| 6 | 32.8 |
| 7 | 41.4 |
| 8 | 30.7 |
| 9 | 44.1 |
| 10 | 42.0 |
| 11 | 28.8 |
| 12 | 26.4 |
| μ | 38.8 |
| σ | 7.98 |
| v | 21 % |

Kuva 2.7 Normaali- (sininen katkoviiva) ja log-normaalijakaumat (punainen ehjä viiva) parametrein μ ja σ sovitettuna testituloksiin (pylväät).

Saadaan vastaavalla tavalla kuin edellä, standardin SFS-EN 1990-1-1 [12] liitteessä D esitetyllä tavalla tilastollisen epävarmuuden ja otoskoon huomioivan laskelman tulokset betonikoekappaleiden puristuslujuuksien jakaumista. Taulukossa esitettynä 5 % fraktiilit tilanteessa, jossa variaatiokerroin tunnetaan sekä tilanteessa, jossa variaatiokerrointa ei tunneta.

| | $f_{ck0,05}$ | |
|---------------------|--------------------------------|----------------------------|
| | Variaatiokerrointa ei tunnetta | Variaatiokerroin tunnetaan |
| Normaali | 23,69 | 25,10 |
| Log-Normaali | 25,47 | 26,44 |

Edellä esitetyistä tuloksista voidaan havaita, että otoskoon kasvamisella on merkittävä vaikutus fraktiilien luotettavaan määrittämiseen. Puristuskokeessa koekappaleita oli 12, jolloin otoskoon huomioiva fraktiilin laskentamenetelmä antaa jo hyvin lähellä teoreettista (=äärettömästä) koekappalemäärästä saatavaa fraktiilin arvoa (normaalijakautuneella 25,71 MPa). Tässä esimerkissä tosin on huomioitava, että vaikka vetokokeita olisi tehty vastaava määrä kuin puristuskokeita, olisi tuloksissa ollut silti yhtä suuri variaatio johtuen betonin vetolujuuden suuremmasta hajonnasta todellisuudessa, joten sikäli esimerkki ei parhaalla mahdollisella tavalla kuvaa otoskoon vaikutusta näiden suureiden hankalan verrattavuuden vuoksi.

Materiaalien lujuusjakaumien taulukoituja parametreja

Kuvissa 2.8, 2.9 ja 2.10 on esitetty taulukoituja arvoja eri materiaalien lujuuksien odotusarvoille sekä variaatiokertoimille. Kuvan 2.8 ensimmäisessä taulukossa on karakteristisena sylinteripuristuslujuuden f_{ck} arvona käytetty 10 % fraktiilia (Tanskan normin DS 411:73 tai 84 mukaisesti) ja jakauma on oletettu log-normaaliksi. [2]

Taulukoissa esitetyjä arvoja voidaan käyttää pohjatietona variaatiokertoimen arvioinnissa, kun määritetään esimerkiksi fraktiilia rajallisesta koekappalemäärästä. Käyttö rajoittuu kuitenkin ainoastaan rakenteisiin, joiden vaurioituminen on vähäistä.

| f_{ck} [MPa] | $E[f_c]$ [MPa] | V_{f_c} | Mix ratio | $E[f_c]$ [MPa] | V_{f_c} |
|----------------|----------------|-----------|-----------|----------------|-----------|
| 5 | 6.76 | 0.22 | 1:2:2 | 35 | 0.35 |
| 10 | 12.8 | 0.18 | 1:2:3 | 29 | 0.35 |
| 15 | 18.9 | 0.17 | 1:2½:3½ | 23 | 0.35 |
| 20 | 24.8 | 0.16 | 1:3:5 | 19 | 0.35 |
| 25 | 30.6 | 0.15 | 1:4:7 | 10 | 0.35 |
| 30 | 36.2 | 0.14 | 1:5:8 | 7 | 0.35 |
| 35 | 41.7 | 0.13 | | | |
| 40 | 47.0 | 0.12 | | | |
| 45 | 52.8 | 0.12 | | | |
| 50 | 58.7 | 0.12 | | | |

Kuva 2.8 Betonin sylinterilujuuden tyypillisiä odotusarvoja sekä variaatiokertoimia: a) puristuslujuuden karakteristisilla arvoilla (f_{ck}) (DS 411 1949, 1973, 1984 mukaisesti) b) sekoitussuhteilla (Mix ratio) [2]

Kuvan 2.8 toisessa taulukossa on vastaavasti esitetty lujuuden odotusarvot ja variaatiokertoimet eri sekoitussuhteilla (sementti : hiekka : runkoaine). Tämän taulukon variaatiokertoimen arvoon on valmiiksi huomioitu sekoitussuhteen epätarkkuuksista, runkoaineen laadusta ja veden määrästä johtuvat epätarkkuudet. Lisäksi on huomioitu mallikerroin jonka avulla saadaan kokeellisesta sylinteripuristuslujuuden arvosta määritettyä kunkin betonin puristuslujuus rakenteessa. Betonin lujuuden fysikaalisena variaatiokertoimenä (liittyy muuttuun f_{cF}) on tässä yhteydessä käytetty arvoa

0,18. Loput hajonnasta tulee malliepävarmuudesta, joka huomioidaan kertoimella k_F , joka on log-normaalijakautunut satunnaismuuttuja odotusarvolla 1,0 ja variaatiokerroimella 0,3 kaavan 2.35 mukaisesti [2].

$$f_c = k_F \cdot f_{cF} \quad (2.35)$$

Huomiota herättävä yksityiskohta taulukossa on, että lujuuden variaatiokerroin näyttäisi pysyvän vakiona riippumatta odotusarvon suuruudesta, kun betonit on luokiteltu seossuhteiden perusteella. Toisaalta variaatiokerroin ei ole vakio toisen taulukon tapauksessa, jossa betonit on luokiteltu lujuuden ominaisarvon mukaan. Tätä ei ole erikseen selitetty lähdeviitteessä.

| Steel type | f_{yk} [MPa] | | | Mean value [MPa] | | | Standard Deviation [MPa] |
|-------------------|-------------------|------------------|----------|---------------------|------------------|----------|--------------------------------|
| | $t \leq 16$ | $16 < t \leq 40$ | $40 < t$ | $t \leq 16$ | $16 < t \leq 40$ | $40 < t$ | |
| St 37 | 235 | 225 | 215 | 304 | 293 | 283 | 25 |
| Fe 360 | 235 | 225 | 215 | 304 | 293 | 283 | 25 |
| St 42 A | 260 | 250 | 240 | 328 | 319 | 308 | 25 |
| St 42, -1, -2, -3 | 260 | 250 | 240 | 328 | 319 | 308 | 25 |
| St 44 | 275 | 265 | 255 | 344 | 334 | 324 | 25 |
| St 42, B, C, D | 275 | 265 | 255 | 344 | 334 | 324 | 25 |
| Fe 430 | 275 | 265 | 255 | 344 | 334 | 324 | 25 |
| St 50 | 340 | 330 | 320 | 410 | 400 | 390 | 25 |
| St 52 | 340 | 330 | 320 | 410 | 400 | 390 | 25 |
| Fe 510 | 355 | 345 | 335 | 426 | 416 | 405 | 25 |

Kuva 2.9 Teräslaatuojen myötörajojen karakteristisia arvoja (f_{yk}) sekä odotusarvoja eri rakenneteräsladuille. [2]

Lähteessä [2] on esitetty taulukko rakenneterästen lujuuksien odotusarvojen sekä näiden keskihajontojen määrittämiseen. Taulukossa esitetyt arvot on laskettu taaksepäin olettaen, että karakteristinen arvo myötölujuudelle on määritetty standardin DS 412:83 tai :76 mukaan alempana myötölujuutena suhteessa kunkin teräsladun valmistusstandardiin tai vastaavaan. [2] Toisin sanoen on ilmeisesti laskettu, mikä tulee kyseisen teräksen lujuuden odotusarvon vähintään olla tietyllä hajonnalla, jotta se olisi aikanaan täyttänyt laatuvaatimukset. Oletuksena tässä tapauksessa on siis, että laatuvaatimukset teräksen valmistuksessa ovat täyttyneet ja laadunvalvonta on ollut riittävää. Tässäkin taulukossa on viitteen [2] mukaisesti päädytty asettamaan keskihajonta kaikilla teräsladuilla absoluuttiarvoltaan samansuuruiseksi.

| Type | Symbol | Diameter [mm] | f_{yk} [MPa] | Mean value [MPa] | Standard Deviation [MPa] |
|-------------|--------|------------------|-------------------|---------------------|--------------------------------|
| Smooth bars | Fe 360 | ≤ 16 | 235 | 304 | 25 |
| | Fe 360 | > 16 | 225 | 293 | 25 |
| | Fe 430 | ≤ 16 | 275 | 345 | 25 |
| | Fe 430 | > 16 | 265 | 334 | 25 |
| | Fe 510 | ≤ 16 | 355 | 426 | 25 |
| | Fe 510 | > 16 | 345 | 416 | 25 |
| Kamstål | Ks 410 | - | 410 | 482 | 25 |
| | Ks 550 | - | 550 | 623 | 25 |
| Tentorstål | T | - | 550 | 623 | 25 |

Kuva 2.10 Raudoitusterästen myötölujuuksien karakteristisia arvoja, sekä (f_{yk}) sekä odotusarvoja eri raudoiteteräsladuille. [2]

Vastaavasti kuin rakenneterästen osalta voidaan havaita taulukossa 2.10 betoni-raudoitteiden myötölujuuden keskihajonnan absoluuttiarvon olevan riippumaton teräsladusta. Raudoitteiden myötölujuuden oletetaan olevan log-normaali-jakautunut.[2].

3 Luotettavuusanalyysin soveltaminen rakenteisiin

3.1. Luotettavuus ja käytettävyys yleensä

Rakenteiden ja koneiden (yleisesti: systeemien) suunnittelussa, kantavuus- ja lujuuslaskennassa käytettävät materiaalien mekaaniset ja muut ominaisuudet ja perustuvat mitattuun tai muulla tavalla hankittuun tietoon. Lähtökohdiltaan tilanne on kuitenkin se, että mitoituksessa käytettävät lähtöarvot ovat epädeterministisiä.

Kuten edellisessä luvussa esiteltiin, jonkin ilmiön satunnaisuutta voidaan kuvata todennäköisyyden tiheysfunktiolla. Luotettavuus voidaan yleisesti käsittää monella tavalla. Se voi olla muun muassa:

- Systeemin kapasiteetti vaaditulla todennäköisyydellä
- Systeemin vikaantumattomuus asetetulla ajanjaksolla
- Todennäköisyys, että systeemi selviää sille määritetystä tehtävästä valitsemissa oloissa tietyn ajanjakson.

Edellisen luvun esimerkissä esitetty laskenta betoninäytteiden vetolujuuden alafraktiilien määrittämiseksi on sekin eräänlainen luotettavuuden määrittäminen. Tässä tapauksessa määritetään käänteisesti tavoiteluotettavuuden kautta lukuarvo, joka ylitetään esimerkiksi 95 % todennäköisyydellä.

Vastaavasti voidaan tutkia millä todennäköisyydellä esimerkiksi rakenteen kapasiteetti alittaa jonkin ennalta sovitun raja-arvon (tulkitaan vaurioksi). Tällöin on voimassa vauriotodennäköisyydelle P_f ja vastaavasti luotettavuudelle (joka on vaurioitumistodennäköisyyden komplementtitodennäköisyys):

$$P_f = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (3.1)$$

$$\bar{P}_f = 1 - P(X < x) = 1 - \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (3.2)$$

Vaurion todennäköisyys on helposti ymmärrettävissä kaavasta 3.1. Voidaan ajatella, että todennäköisyys sille, että satunnaismuuttuja X saa pienemmän arvon kuin x on kaikkien rajaa pienempien X :n todennäköisyyksien summa.

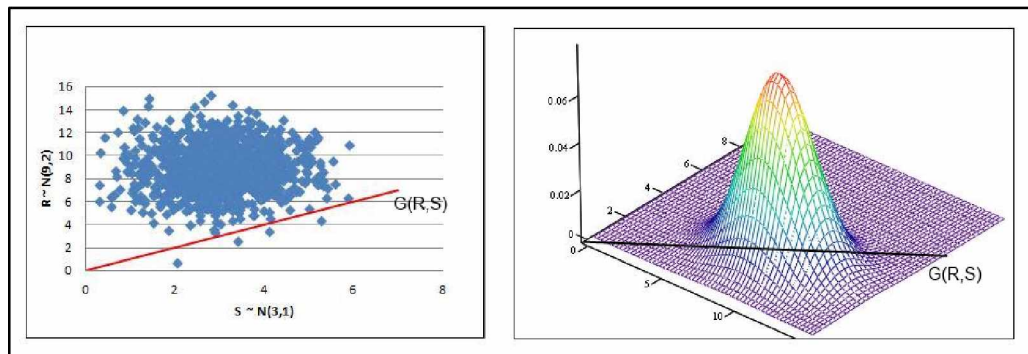
Suureiden epädeterministisyydestä johtuen yleisesti luotettavuutta tai vaurion todennäköisyyttä määritettäessä ei raja-arvo ole lainkaan näin selkeä. Yleinen tilanne on, että satunnaisuutta sisältäviä suureita on mitoitusyhtälön molemmilla puolilla, kapasiteetissa R (*resistance*) sekä rasituksessa S (*stress*). Tällöin vaurion todennäköisyys on esitettävissä matemaattisesti [1]:

$$P_f = P(R - S \leq 0) \quad (3.3)$$

Suureiden R ja S ollessa jakautuneita satunnaismuuttujia tarkka ratkaisu saadaan seuraavasti.

$$P_f = \iint_{\{r,s|r-s \leq 0\}} f_R(r) f_S(s) dr ds \quad (3.4)$$

Kaava 3.4 on ymmärrettävissä niin, että integrointi suoritetaan alueella, jossa on voimassa ehto $r-s \leq 0$. Kyse on siis tietyn raja-arvon ($r-s \leq 0$) alittamisen todennäköisyyden määrittämisestä yhdistetyn jakauman tapauksessa. Tällöin rajatilayhtälö, esitellään myöhemmin kappaleessa 3.3.2, on rasituksen ja kapasiteetin funktio.

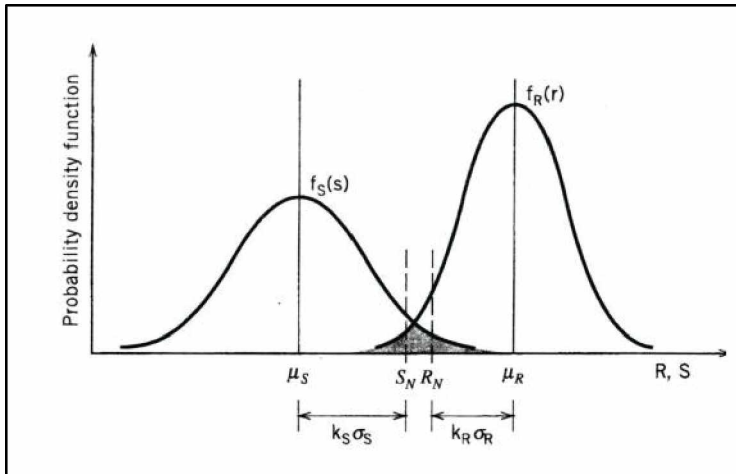


Kuva 3.1 Kapasiteetin ja rasituksen satunnaismuuttujien yhdistetty jakauma, a) tasossa, sekä b) 3-ulotteisena esityksenä.

Yksinkertaisesti voidaan ajatella, että satunnaismuuttujat S ja R määrittävät avaruudesta pisteen koordinaatein (S,R) . Näiden noudattaessa jotain jakaumaa, kasaantuvat pisteet kuvan 3.1a) osoittamalla tavalla edellä mainittujen odotusarvojen ympärille. Ja jos edelleen oletetaan, että rajatilayhtälö on kuvassa 3.1 oleva punainen käyrä G , havaitaan, että alueella $S > R$, on joitakin tapauksia tapausten suuren massan ollessa kasautunut odotusarvojen lähelle.

3.2. Rakenteiden luotettavuus

Rakenteiden luotettavuus voidaan käsittää edellä esitetyn perusteella ja yksinkertaisimmillaan siten, että rakenne täyttää sille asetetut vaatimukset asetetun käyttöajan. Koska rakenteiden kuormitukseen ja kestävyysvaikutavat ilmiöt ja suuret ovat luonteeltaan satunnaisia, mitään rakennetta ei tätä taustaa vasten voida eksaktisti julistaa absoluuttisen turvalliseksi.



Kuva 3.2 Rasituksen (S) ja kapasiteetin (R) todennäköisyysjakaumat (yhdistetty jakauma kuvattuna) samalla akselilla.

3.2.1. Luotettavuuden varmistaminen nykyisissä sovellutuksissa

Varmuuslukuihin perustuvat menetelmät

Rakenteiden mitoituksessa vallitsevana käytäntönä luotettavuuden hallitsemiseksi on käyttää osavarmuuslukuja kuormiin ja materiaalien lujuuksiin. Osavarmuusmenetelmässä kuormien kerrotaan ja materiaalien lujuuksien karakteristiset ominaisarvot jaetaan osavarmuusluvulla. Karakteristinen arvo on kullekin määritetty tilastollisesta jakaumasta joko ylä- tai alafraktiin avulla. Kapasiteetin karakteristinen arvo on tyyppillisesti 1-3 kertaa hajonnan etäisyydellä keskiarvoa alempana ja kuorman vastavasti 2-3 kertaa keskiarvoa ylempänä (kuvassa 3.2 S_N ja R_N).

Soveltamalla osavarmuuslukua karakteristiseen arvoon saadaan rasituksille sekä materiaalien ominaisuuksille määritettyä mitoitusarvot, joita käytetään kiinteinä lähtöarvoina (ikään kuin deterministisinä suureina) rakenteen kestävyuden määrittämisessä.

Mitoitusmenetelmässä yksinkertaistetusti ”yliarvioidaan” rasitusta ja aliarvioidaan materiaalien ominaisuuksia (konservatiivisesti jopa kahteen kertaan). Mitoitusehtona on siten yksikäsitteisesti, että $R_d - S_d \geq 0$, eli rasituksen mitoitusarvo on pienempi kuin kapasiteetin vastaava. Tällöin mitoitusmenetelmällä osoitettu rakenteen rasituksen etäisyys rajatilasta on riittävän suuri.

Varmuusluvut on määritetty kullekin materiaalille ja kuormitustyyppille erikseen, riippuen kunkin materiaalin ja kuormituksen ominaisuuksien stokastisuudesta (satunaisvaihtelusta). Rakenteiden mitoituksessa osavarmuusmenetelmällä on siten luotettavuuden hallinta rakennettu sisään osavarmuuslukuihin, joiden määrittäminen on tehty tilastollisin perustein hyväksytyin vaurioitumistodennäköisyyden pohjalta. Tätä selitetään tarkemmin kohdassa 3.3

Varmuuslukua on sovellettu myös siten, että mitoituksessa on käytetty vain yhtä varmuuslukua ns. kokonaisvarmuusluku. Tämä luku yksinkertaistetusti ilmaisee kuinka kaukana rakenteen vallitsevan tilan tulee olla tarkasteltavasta rajatilasta. Esimerkiksi kokonaisvarmuusluku 2 tarkoittaa, että systeemin rasitus voi mitoituksessa kaksinkertaistua ennen kuin se saavuttaa yhtä suuren arvon kuin systeemin kapasiteetti.

Kokonaisvarmuuslukuajattelua on käytetty esimerkiksi geotekniikan osa-alueella luiskien stabiliteetin sekä erilaisten perustusten kaatumisvarmuuden tarkasteluissa. Edelleenkin kokonaisvarmuutta käytetään työkaluna eri normien varmuustason vertailuun.

Varmuuskäsitteistä

Systeemien varmuutta voidaan hahmottaa monenlaisilla menetelmillä. Useimmin käytössä ovat erilaiset jakaumien tai suureiden jostakin tunnusluvusta lasketut luvut. Tällaisia ovat esimerkiksi:

Varmuusmarginaali (*Margin of Safety*):

$$M = R - S \quad (3.5)$$

Keskeinen varmuuskerroin (*Central Factor of Safety*):

$$CFS = \frac{\mu_R}{\mu_S} \quad (3.6)$$

Nimellinen varmuuskerroin (*Nominal Factor of Safety*):

$$NFS = \frac{R_N}{S_N} \quad (3.7)$$

$$\text{jossa } R_N = \mu_R \cdot (1 - k_R \cdot V_R) \quad (3.8)$$

$$S_N = \mu_S \cdot (1 - k_S \cdot V_S) \quad (3.9)$$

Edellä esitettyjen heikkoutena on, että ne kuvaavat todellista varmuustasoa huonosti. Esimerkiksi varmuusmarginaali ei sinällään kuvaa rakenteen luotettavuutta juurikaan, koska kyseessä on ainoastaan absoluuttinen etäisyys rajatilaan. Näin ollen on yleisessä tapauksessa mahdoton sanoa onko esimerkiksi 10 kN:in varmuusmarginaali riittävä. Sen sijaan varmuusmarginaalin sovellutuksilla on käyttöä myöhemmin kapaleessa 3.4 esitetyissä luotettavuuden määrittämiseen soveltuvissa menetelmissä.

Keskeinen varmuuskerroin ei huomioi satunnaismuuttujien hajontaa, jolloin on mahdotonta yleispätevästi todeta millainen (kuinka moninkertainen) varmuus yleisessä tapauksessa olisi riittävä. Nimellisen varmuuskertoimen tapauksessa satunnaismuuttujien hajonnat huomioidaan (ks. kuva 3.7). Toisin sanoen käsitellään nimellisarvojen keskinäistä suhdetta. Tällöin ongelmaksi tulee tulkinta valituista karakteristisista arvoista, jolloin jälleen vertailu tai kokonaiskuvan saaminen rakenteen varmuustasosta on vaikeata.

3.2.2. Luotettavuusanalyysin perusteet / yleistä

Rajatilafunktio

Luotettavuustekniikan alkuajoista lähtien on keskeinen asia luotettavuuden tilastollisessa arvioinnissa ollut rajatilafunktion muodostaminen. Teknisesti ajatellen rajatilafunktio on tuota kautta periytynyt myös muihin kuin puhtaasti tilastollisiin mitoitus-

menetelmiin, vaikka sitä ei aina esimerkiksi osavarmuusmenetelmässä tällaisena mielletäkään.

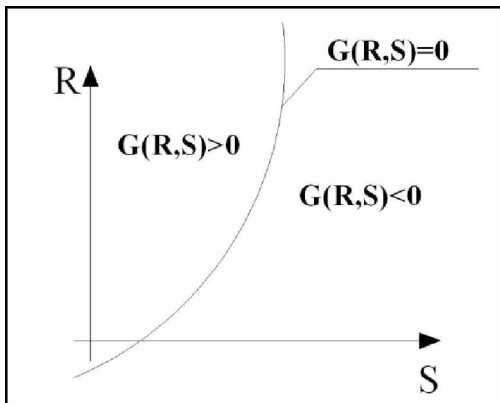
Rajatilafunktio kuvaa nimensä mukaisesti jotakin ennalta määritettyä rajatilaa. Tällaisia voivat olla rakennetekniikan osalla esimerkiksi: murtuminen, muodonmuutos, värähtely, halkeilu, väsyminen jne. Yleisessä ja yksinkertaisessa matemaattisessa muodossa rajatilafunktio voidaan kuvata seuraavasti:

$$G(R, S) = R - S \quad (3.10)$$

Kaavassa 3.10 muuttujalla R (*resistance*) kuvataan jonkin mielivaltaisen systeeminkestokykyä ja muuttujalla S (*stress*) puolestaan sen kohtaamaa rasitusta. Kuten esimerkiksi kuvasta 3.10 voidaan havaita, rajatilafunktio erottaa satunnaiset R, S -koordinaatistossa olevat pisteet turvallisella puolella oleviin ja epävarmalla puolella oleviin. Rajatilafunktio siten jakaa otosavaruuden yksinkertaisesti kahteen osaan. Näin ollen voidaan edellisen perusteella muodostaa:

$$G(R, S) > 0, \quad \text{systemi on turvallisella puolella} \quad (3.11)$$

$$G(R, S) < 0, \quad \text{systemi on turvattomalla puolella} \quad (3.12)$$



Kuva 3.3 Rajatilafunktio-pinta jakaa otosavaruuden kahteen osaan

Täten rajatilayhtälö $G(R, S) = 0$ määrää turvallisen ja turvattoman alueen rajan otosavaruudessa. Perinteisissä mitoituskäytännöissä muuttujat R ja S oletetaan deterministisiksi suureiksi, joita kappaleessa 3.2.1 esitellyn mukaisesti esimerkiksi kasvatetaan tai pienennetään osavarmuuskertoimilla. Mikäli R ja S käsitetään deterministisiksi suureiksi, saadaan myös yksikäsitteinen vastaus kysymykseen onko systeemi turvallisella puolella: 'kyllä' tai 'ei'. Tutumpi muoto rajatilafunktiosta tunnetaan yleisessä mitoituskäytännössä mitoitusehtona tai käyttöasteena:

$$\frac{S}{R} \leq 1 \quad (3.13)$$

Jotta tutkittavan ilmiön osalta olisi mahdollista tehdä päätelmiä tämän turvallisuudesta, on suureita S ja R kuvaamaan löydettävä jokin matemaattinen esitys tai sovitettu raja-arvo. Näin ollen yhä selvemmin nähdään, että rajatilafunktio on rakenteen vaurioitumisen ja sen todennäköisyyden määrittämiseen tärkeä työkalu.

Tilastomatemattinen lähestymistapa mitoitukseen ottaa huomioon kestävyiden ja rasituksen satunnaismuuttujaluonteen. Tämä kuvaa paremmin todellista tilannetta, koska kuormiin ja kestävyksiin voi liittyä paljonkin satunnaisvaihteluita (varsinkin olemassa olevien rakenteiden tarkasteluissa). Koska mitoituksen lähtökohdat eivät ole deterministisiä, ei voida tuloksiakaan sellaisina pitää. Siten myös tulosten esittäminen muodossa: 'rakenne kestää'/'ei kestä', ei ole mahdollista, vaan rakenteen vaurioituminen on esitettävä todennäköisyyksien avulla. Lasketaan siis todennäköisyyttä tapahtumalle:

$$p_f = P(R - S < 0) \quad (3.14)$$

Esimerkki: Rajatilafunktion muodostaminen

Tutkitaan yksiaukkoisen palkin taipumaa tasaisen kuorman q vaikuttaessa.

Palkin keskikohdan taipuman tiedetään noudattavan kaavaa:

$$v = \frac{5 \cdot qL^4}{384 \cdot EI} \quad (3.15)$$

Sallittu taipuma on v_{sall}

Näin saadaan rajatilayhtälö:

$$G(v_{sall}, v) = v_{sall} - v = v_{sall} - \frac{5 \cdot qL^4}{384 \cdot EI} = 0 \quad (3.16)$$

josta edelleen saadaan

$$G(E, I, v_{sall}, q, L) = \overbrace{384 \cdot EI}^R v_{sall} - \overbrace{5 \cdot qL^4}^S = 0 \quad (3.17)$$

jossa E, I, q ja L voivat olla satunnaismuuttujia. Periaatteessa myös v_{sall} voisi olla satunnaismuuttuja. Tässä yhteydessä pidetään se kuitenkin vakiona, ikään kuin ennalta sovittuna rajana, jota ei saa ylittää.

Tässä kohtaa on syytä huomauttaa, että luotettavuusanalyysin kannalta ongelman matemaattisella muotoilulla ei saisi olla vaikutusta tulokseen. Toisin sanoen edellä esimerkissä pitäisi olla sama todennäköisyys, että kaava 3.16 alittaa arvon nolla kuin, että kaava 3.17 alittaa arvon 0. Varsinkin kehittymättömillä menetelmillä voi esiintyä tulokset voivat vaihdella rajatilafunktion muotoilusta riippuen. [19]

Luotettavuusindeksi

Luotettavuusindeksi, jota alan kirjallisuudessa usein merkitään symbolilla β , on vakiintunut tapa kuvata rakenteen luotettavuustasoa. Syynä tähän on yleisesti vauriotodennäköisyyksien p_f hyvin pienet arvot (joskin nämäkin ovat hyvin havainnolli-

sia), jolloin keskeisen raja-arvolauseen sekä kaavan 3.18 nojalla esitetyn yhteyden myötä luotettavuusindeksiä voidaan pitää käytännöllisenä esitystapana.

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (3.18)$$

kun on oletettu, että $\beta > 0$. Näin saadaan seuraavanlainen taulukko luotettavuusindeksi β :n ja vauriotodennäköisyyden yhteydestä. Taulukosta 3.1 havaitaan helposti, että edellä mainittu yhteys ei ole lineaarinen. Tästä seuraa se, että yhden yksikön muutos luotettavuusindeksissä vaikuttaa vauriotodennäköisyyden kasvamiseen eri määrän riippuen siitä, mikä on luotettavuusindeksin lähtötaso. Näin esimerkiksi taulukon 3.1 tapauksessa luotettavuusindeksi β vähenee 2,33...1,28, vauriotodennäköisyys 10-kertaistuu. Jos taas β vähenee 5,20...4,26, vauriotodennäköisyys 100-kertaistuu. Näin ollen on selvää, että mikäli ohjeissa esitetään sallittuja arvoja olemassa olevan rakenteen luotettavuusindeksin muutokselle eri tilanteissa, on lähtötason oltava kiinteä.

| β | p_f |
|---------|------------|
| 1,28 | 10^{-1} |
| 2,33 | 10^{-2} |
| 3,09 | 10^{-3} |
| 3,72 | 10^{-4} |
| 4,26 | 10^{-5} |
| 4,75 | 10^{-6} |
| 5,20 | 10^{-7} |
| 5,61 | 10^{-8} |
| 6,00 | 10^{-9} |
| 6,36 | 10^{-10} |

Taulukko 3.1 Luotettavuusindeksejä β vastaavia vauriotodennäköisyyksiä.

Tässä yhteydessä voidaan myös esittää yksinkertainen yhteys lineaarisen rajatilafunktion tapauksessa, jossa siis rajatilafunktio on useamman normaalijakautuneen suureen lineaarikombinaatio ja siten myös rajatilafunktio on varmuudella normaalijakautunut. Tällöin β saa seuraavanlaisen muodon.

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (3.19)$$

Lisäksi β :lle on olemassa geometrinen tulkinta, joka voidaan havaita myös kuvasta 3.8. Luotettavuusindeksi β on skalaarinen etäisyys origosta rajatilafunktioon $G(\mathbf{u})=0$ standardinormeeratussa koordinaatistossa. Yksinkertaistettuna geometrinen tulkinta vastaa kuinka monen keskihajonnan päässä odotusarvosta rajatila on eli se alue, jossa $G(\mathbf{u}) < 0$.

3.3. Tavoiteluotettavuudesta

3.3.1. Yleistä

Materiaaliominaisuuksien ja kuormien stokastisuuden johdosta mikään rakenne ei voi olla 100 % turvallinen. Tämä johtaa siihen, että tietynlainen riski rajatilaan joutumisesta on hyväksyttävä niin edellä esitetyn tosiasian kuin kustannusten optimoinnin vuoksi. Rakenteen vaadittu luotettavuustaso eli todennäköisyys sille, että rakenne ei joudu ennalta määrättyyn rajatilaan määrättyä ajanjaksona, on viimekädessä enemmän poliittiseen päätöksentekoon liittyvä kuin rakennetekniikan ongelma.

Vaaditun luotettavuustason määrittämiseksi esimerkiksi rakenteen murtumista vastaan voidaan käyttää taustamateriaalina yleistä onnettomuustiheyttä. Suomessa kuoli erilaisissa tapaturmissa vuonna 2010 2466 henkilöä [20], joka tarkoittaa henkilöä ja vuotta kohden onnettomuusriskiä 0,05 % ($= 5 \cdot 10^{-4}$), suurimman yksittäisen syyn ollessa liikenneonnettomuudet. Siltojen ja muiden rakenteiden kohdalla tätä arvoa ei voida suoraan soveltaa vaan on käytettävä huomattavasti pienennettyä arvoa. Tämä siksi, että yleisesti ihminen olettaa olevansa rakennuksessa tai sillalla paremmassa turvassa kuin esimerkiksi rakennustyömaalla tai liikenteessä yleensä. [21]

Lisäksi täytyy huomioida näkökohdat riskin ottamisen luonteesta; ihminen hyväksyy suuremman riskin, jos hän ottaa sen vapaaehtoisesti (extreme-lajit jne.) tai jos riskiä on kompensoitu jollain tavalla (esimerkiksi joissakin ammateissa korkeammalla palkalla tai muilla eduilla). Toisaalta kustannus- ja imagonäkökulmamielissä määritetty hyväksyttävä vauriotodennäköisyys asettuu johonkin sopivaan arvoon, riippuen mahdollisen tapahtuvan vaurion seurausten kustannusvaikutuksista sekä viimekädessä imago vaikutuksista koko rakennusallalle tai esimerkiksi rautatieliikenteelle.

Uudet sillat suunnitellaan noudattaen Eurocode-standardia. Standardissa SFS-EN-1990 on taulukossa B2 seuraamusluokka 2:ssa (CC2) annettu luotettavuusindeksin yhden vuoden tarkastelujaksolle vähimmäisarvoksi $\beta_T = 4,7$ (murtorajatila), joka vastaa vauriotodennäköisyyttä: $p_f = 1,30 \cdot 10^{-6}$. Näin ollen on yleisessä tapauksessa rakenteelle lasketulle luotettavuudelle oltava voimassa epäyhtälö 3.20

$$\beta_{Calc} \geq \beta_T \quad (3.20)$$

Tässä kappaleessa esitellään periaatteita kansainvälisistä ja kansallisista normeista, joissa tavoiteluotettavuustasoja on määritetty. Luotettavuusindeksiä sekä vauriotodennäköisyyttä voidaan käsitellä monella tapaa. Vaadittuun luotettavuustasoon yksittäiselle rakenneosalle voivat vaikuttaa esimerkiksi seuraavat näkökohdat, joita voidaan pitää rakenneteknisinä. Taustalla näihin vaikuttaa myös yleinen mielipide ja poliittinen päätöksenteko:

- Rajatilaan joutumisesta aiheutuvat seuraamukset.
- Murtumistapa (hauras, sitkeä)
- Mahdollisen jälkikriittisen tilan olemassaolo
- Rakenteen kunnon tarkastettavuus ja seuranta
- Mahdollisesta vauriosta seuraavien korjaustoimenpiteiden vaativuus

| Seuraamusluokka | Kuvaus | Rakennuksia sekä maa- ja vesirakennuskohteita koskevia esimerkkejä |
|-----------------|---|---|
| CC3 | Suuret seuraamukset hengenmenetysten <i>tai hyvin suurten</i> taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia | Pääkatsomot; julkiset rakennukset, joissa vaurion seuraamukset ovat suuret (esim. konserttitalo) |
| CC2 | Keskisuuret seuraamukset hengenmenetysten tai merkittävien taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia | Asuin- ja liikerakennukset; julkiset rakennukset, joissa vaurion seuraamukset ovat keskisuuret (esim. toimistorakennus) |
| CC1 | Vähäiset seuraamukset hengenmenetysten <i>tai pienten tai merkityksettömien</i> taloudellisten, sosiaalisten tai ympäristövahinkojen takia | Maa- ja metsätalousrakennukset, joissa ei yleensä oleskele ihmisiä (esim. varastorakennukset), kasvihuoneet |

Taulukko 3.2 Seuraamusluokkien määrittely SFS-EN-1990-1-1 [b2, taulukko B1] mukaisesti

Edellä esitetyt karkeat näkökohdat rakenteen vaaditun luotettavuuden perusteina toistuvat useissa luotettavuutta käsittelevissä normeissa. Melko loogista on, että voidaan yleisesti normista riippumatta esimerkiksi hyväksyä siltarakenteelle tapahtuva sallitun taipuman ylitys paljon yleisempänä tapahtumana kuin rakenteen murtuminen. Samoin kuin on äkillisen ja ennalta vaikeasti havaittavan ja hauraan murtumistavan oltava esiintymistodennäköisyydeltään harvinaisempi tapahtuma kuin sitkeän murtumisen.

Tarkasteluajanjakson vaikutus luotettavuusindeksin tavoitearvoon

Yleisimmin luotettavuusindeksi β ilmoitetaan yhtä vuotta kohden. Tavallista kuitenkin on joidenkin normien kohdalla ilmoittaa vaadittu luotettavuustaso 50 vuoden ajalle. Jotta rakenteen luotettavuuden määrittäminen olisi mahdollista, pitää tässä kohden olla tarkkana mille tarkastelujaksolle vaadittu β on määritetty. Esimerkiksi kuormien ja varsinkin luonnonkuormien osalta pitää tarkastelussa käyttää mitoitusarvona tarkastelujakson mukaista kuormitusta. Yhden vuoden tarkastelujaksolle määritetyn luotettavuusvaatimuksen voi muuttaa mielivaltaiselle tarkastelujaksolle kaavalla 3.21, joka olettaa vuosien olevan riippumattomia toisistaan.

$$(1 - p_{f,n}) = (1 - p_{f,1})^n \quad (3.21)$$

jossa $p_{f,n}$ = vauriotodennäköisyys n vuoden tarkastelujaksolle.
 $p_{f,1}$ = vauriotodennäköisyys 1 vuoden tarkastelujaksolle.
 n = tarkastelujakson pituus (a)

Tästä edelleen voidaan käänteisesti kaavaa 3.21 hyödyntäen laskea vaadittu luotettavuusindeksi eri tarkastelujaksoille. Näin voidaan esimerkiksi standardissa SFS-EN 1990 [12] esitetyt luotettavuusvaatimukset yhden vuoden tarkastelujaksolle muuntaa erimittaisille tarkastelujaksoille.

| Tarkastelu- aika (a) | β | | |
|-------------------------|---------|------|------|
| | CC1 | CC2 | CC3 |
| 1 | 4,20 | 4,70 | 5,20 |
| 6 | 3,77 | 4,32 | 4,86 |
| 12 | 3,60 | 4,16 | 4,72 |
| 18 | 3,49 | 4,07 | 4,63 |
| 24 | 3,41 | 4,00 | 4,57 |
| 30 | 3,35 | 3,95 | 4,53 |
| 36 | 3,30 | 3,91 | 4,49 |
| 50 | 3,21 | 3,83 | 4,42 |
| 100 | 3,00 | 3,65 | 4,27 |

Taulukko 3.3 SFS-EN-1990-1-1 [b2, taulukko B2] suositeltavista vähimmäisarvoista johdetut luotettavuusindeksin arvot murtorajatilassa seuraamusluokissa CC1...3. (RC1...3) Laskettu soveltamalla kaavaa 3.21

Esitettyä taulukkoa 3.3, ei pidä tulkita siten, että luotettavuusvaatimus suunniteltaessa pidemmälle ajanjaksolle olisi pienempi kuin lyhyelle. Vaan siten, että jos tavoiteluotettavuus on määritetty yhden vuoden tarkastelujaksolle, on tästä seurauksena - perättäisten yksittäisten ja toisistaan riippumattomien vuosien ollessa kyseessä - vauriotodennäköisyyden kasvaminen komplementtitodennäköisyyksien tulon perusteella (kaava 3.21). Kääntäen, kuormitusten ääriarvojen ylittävien kuormien esiintyminen on todennäköisempää tarkastelujakson pidentyessä.

Erikseen on vielä mainittava, että tulkinta tässä yhteydessä ei myöskään liity tässä tapauksessa millään tavalla materiaalien fysikaalisten ominaisuuksien heikkenemiseen tai turmeltumiseen. Kyse on ennemminkin kuormien toistumisvälistä, ääriarvoista sekä niiden vaikutuksesta rakenteelle saavutettavaan luotettavuustasoon tarkastelujaksoa muuttamalla.

3.3.2. Tavoiteluotettavuuden määrittämisen perusteita

Kirjallisuudessa ja eri maiden normistoissa on esitetty tapoja tavoiteluotettavuuden määrittämiseen. Vaikka tavoiteluotettavuuden arvot vaihtelevat hyvinkin suuresti maittain (kuten taulukossa 3.4 voidaan havaita), on tavoiteluotettavuuden tai sallitun vauriotodennäköisyyden määrittäminen peruseriaatteiltaan samankaltainen.

Kunkin normin tai ohjeen tavoiteluotettavuuden arvo on kehittynyt aikojen saatossa yrityksen ja erehdyksen, poliittisen päätöksenteon ja yhteiskunnassa vaikuttavan yleisen mielipiteen kautta. Näin ollen voidaan olettaa, että nykynormeissa esitetyt tavoiteluotettavuuden arvot eivät tule pysymään sellaisenaan ikuisesti vaan muuttuvat aikojen saatossa. Tavoiteluotettavuuden arvo on joka tapauksessa kompromissi hyväksytyyn vauriotodennäköisyyden sekä hyväksytyjen kustannusten välillä. Perusteina ja taustana tavoiteluotettavuuden määrittämiselle voidaan pitää seuraavia lähtökohtia: [22]

- Yleinen onnettomuustiheys (ks. kappale 3.3.1)
- Olettamus, että nykyinen rakennuskanta on optimaalinen kompromissi hyväksytyjen kustannusten ja hyväksytyyn vauriotodennäköisyyden välillä.
- Kustannusten optimointi (vaurion seuraamus vs. ennaltaehkäisevät toimenpiteet.)

Esitetyt lähtökohdat sisältävät kuitenkin monia ongelmallisuuksia, kuten esimerkiksi kuinka paljon pienempi todennäköisyys tulisi olla yksilön menehtymiselle sillan tai muun rakenteen sortumisesta johtuvassa onnettomuudessa kuin yleisesti muissa onnettomuuksissa. Tai kustannusoptimoinnin tapauksessa ongelmalliseksi nousee vaurioon liittyvien kustannusten rahallisen arvon määrittäminen: ihmishengen hinta, alan yleinen maineen menetys jne.

Potentiaalisten kuolonuhrien lukumäärän vaikutus tavoiteluotettavuuteen

Tärkeimpänä huomioitavana seikkana tavoiteluotettavuuden ja hyväksytyin vauriotodennäköisyyden määrittämisessä on käsitellä riskille altistuneiden ihmisten määrä. Yhteiskunnalliselta kannalta hyväksytyin vuosittaisen vauriotodennäköisyyden määrittämiseksi on kehitetty matemaattisia malleja ja kaavoja.

Flint, 1977, [10]:

$$P_F = \frac{K_s}{n_r} \cdot p' \quad (3.22)$$

jossa K_s = Riskin vapaaehtoisuuden huomioiva kerroin
 p' = Yleinen onnettomuustiheys
 n_r = Kuolonuhrien tai loukkaantuneiden lukumäärä

Allen, 1981 [23]:

$$P_F = \frac{A}{W \cdot \sqrt{n_r}} \cdot 10^{-5} \quad \text{/vuosi} \quad (3.23)$$

jossa A = Silloille 3,0 ja rakennuksille 1,0
 n_r = Kuolonuhrien tai loukkaantuneiden lukumäärä
 W = Rakenteen murtotavasta riippuva kerroin

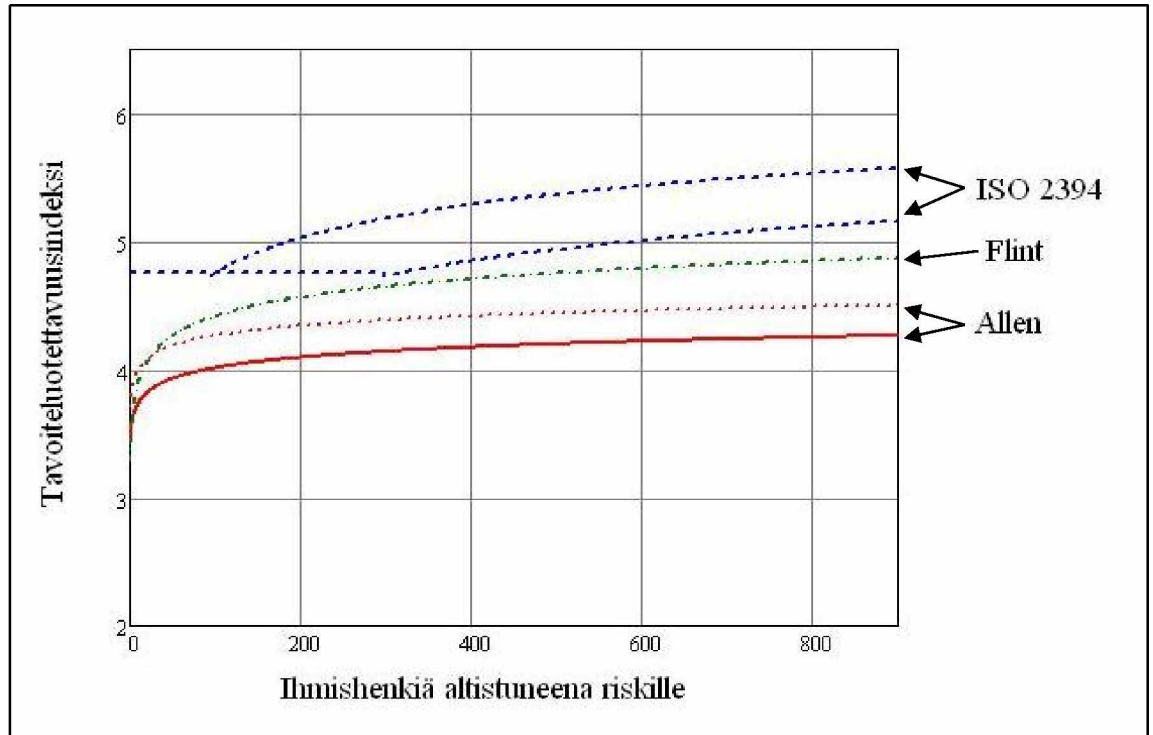
ISO 2394, 1998 [24]:

$$P_F \leq AN^{-\alpha} \quad \text{/vuosi} \quad (3.24)$$

jossa suositellaan käytettäväksi seuraavia arvoja

A = 0,01...0,1
 N = kuolonuhrien tai loukkaantuneiden lukumäärä
 α = 2,0
 Arvoa $P_f = 10^{-6}$ ei kuitenkaan tulisi ylittää.

Havaitaan, että suhtautumisessa ihmishenkien menetykseen rakenteiden sortumisten yhteydessä vaihtelee hyvinkin laajasti. Edellä esitetyissä kaavoissa sallittu vauriotodennäköisyys on kääntäen verrannollinen riskille altistuneiden ihmishenkien määrään, määrän neliöjuureen tai sen neliöön.



Kuva 3.4 Luotettavuusindeksin yhden vuoden tavoitearvo riskille altistuneiden ihmishenkien lukumäärän funktiona.

3.3.3. Olemassa olevat rakenteet

Suomessa uusien siltarakenteiden suunnittelussa käytettävä Eurocode-standardi ei ota kantaa olemassa olevien rakenteiden varmuustasoon. Jotakuinkin selvää on, että vanhan, pitkään käytössä olleen rakenteen varmuustaso ei välttämättä yllä samalle tasolle uusien nykynormien mukaisesti suunniteltuihin verrattuna. Lisäksi lienee selvää, että vanhojen rakenteiden osalta ei edes yleisesti oleteta samankaltaista turvallisuutta tai luotettavuutta kuin uusilta rakenteilta. Materiaalien rapautuminen, rakenteen turmeltuminen pitkäaikaisilmiöiden vuoksi, epäedullisesti muuttuneet ympäristöolosuhteet sekä kuormitukset tai käyttötarkoitukset vaikuttavat lisäksi alentavasti rakenteen varmuustasoon. Toisaalta tutkimusten perusteella voidaan varmuustaso todeta myös alkuperäistä korkeammaksi, esimerkiksi edistyneemmän rakenne- tai laskentamallin tai oletettua parempien materiaalien johdosta.

Joidenkin maiden normeissa on esitetty tavoiteluotettavuusindeksejä uusien siltarakenteiden suunnittelun lisäksi myös olemassa olevien siltojen kantavuuden arvioinnin tueksi. Taulukosta 3.4 havaitaan, että tavoiteluotettavuus voi poiketa hyvinkin paljon eri normien välillä. Tämä korostaa hyväksytyt riskitason epädeterministisyyttä ja sopimuksenvaraisuutta.

Taulukko 3.4 Luotettavuusindeksin β tavoitearvoja eri maiden ja yhteisöjen normeissa, uudissuunnitteluun sekä kantavuusselvitykseen. [25]

| β / normi | Kanada | USA | Eurocode | JCSS | Tanska | ISO |
|-------------------|--------|------|----------|------|--------|-----|
| Suunnittelu | 3,75 | 3,75 | 4,7 | 4,2 | 4,2 | 4,7 |
| Kantavuusselvitys | 3,25 | 2,5 | - | - | 4,2 | 4,7 |

Taulukossa esitetyt arvot ovat yhden vuoden tarkasteluperiodille sekä ”keskinkertaiselle seuraamusluokalle”. Lisäksi ne ovat esitetyt komponenttitasolla. Eli yksittäisten rakenneosien tai elementtien luotettavuustasoa. Luonnollisesti rakenneosista koostuvan rakennejärjestelmän (tavoite)luotettavuus voi poiketa merkittävästikin yksittäiselle rakenneosalle asetetusta tasosta.

Useimmissa taulukon 3.4 yhteydessä esitetyistä normeista on esitetty tavoiteluotettavuuden arvoja mahdollisen rajatilan ylityksestä johtuvien seuraamusten mukaan (esimerkiksi Eurokoodissa seuraamusluokat, CC1...3). Joissain on myös otettu huomioon vauriotyyppiä eli onko kyseessä sitkeä vai hauras murto. Erityisesti olemassa olevien rakenteiden analysoinnissa tulisi pohtia todennäköisintä murtomekanismia sekä murron sitkeyttä tai haurautta.

CSA: Existing Bridge Evaluation

Tässä yhteydessä esitetään Canadian Standard Associationin julkaisun: Existing Bridge Evaluation [26] mukainen menetelmä olemassa olevien siltojen rakenteiden ja rakenneosien tavoiteluotettavuuden arviointiin. Tämä nostetaan esille erikseen, koska kirjoittajan mielestä menetelmä on sängen yksinkertainen, mutta ottaa riittävästi huomioon erilaisia tarpeita tavoiteluotettavuustason määrittämiseksi kohdekohtaisesti eri tilanteissa huomioiden vaurion seuraukset sekä luonteen.

Kuten jo aiemmin kappaleessa esitettiin, on vaadittava tavoiteluotettavuustaso riippuvainen monista tekijöistä: Viitteen [26] tapauksessa joitain näistä tekijöistä huomioidaan säätösuurein Δ_i , jolla tavoiteluotettavuustasoa säädetään kullekin tapaukselle:

(S) Rakennejärjestelmän käyttäytyminen rajatilassa: Δ_S

- S1 Tutkittavan rakenneosan käyttäytyminen johtaa koko rakennesysteemin romahdukseen. $\Delta_S = 0$
- S2 Tutkittavan rakenneosan käyttäytyminen ei todennäköisesti johda koko rakennesysteemin romahdukseen. $\Delta_S = 0,25$
- S3 Tutkittavan rakenneosan käyttäytyminen johtaa ainoastaan paikalliseen vaurioitumiseen $\Delta_S = 0,5$

(E) Rakenneosan käyttäytyminen: Δ_E

- E1 Kantokyvyn menettäminen äkillistä ja huonosti tai ei ollenkaan ennalta havaittavissa $\Delta_E = 0$
- E2 Kuin E1, mutta jälkikriittistä kapasiteettia vielä käytettävissä $\Delta_E = 0,25$
- E3 Vauriomekanismi on sitkeä ja ennalta havaittavissa $\Delta_E = 0,5$

(INSP) Tarkastuskategoria:

- INSP1 Rakenneosaa ei ole tarkastettavissa $\Delta_I = -0,25$
- INSP2 Tarkastaminen on rutiininomaista ja säännöllistä $\Delta_I = 0$
- INSP3 Yksityiskohtainen tarkastaminen on mahdollista suorittaa kriittisiin tai epäkelvopoihin rakenneosiin. Tuloksia on mahdollista käsitellä laskenallisesti. $\Delta_I = 0,25$

Lisäksi on vielä määritelty raskaasta, valvotusta erikoiskuljetuksesta johtuvan ylikuormitustilanteen varalta suure Δ_R , joka on arvoltaan 0,5. Muissa tilanteissa Δ_R saa arvon 0. Näin saadaan kussakin tapauksessa tavoiteluotettavuustaso kaavalla 3.25.

$$\beta_{target,CSA} = 3,5 - (\Delta_S + \Delta_E + \Delta_I + \Delta_R) \geq 2,0 \quad (3.25)$$

Taulukko 3.5 Luotettavuusindeksin tavoitearvoja CSA 1990 normin mukaan [26][17]

| Rakennesysteemin käyttäytyminen | Rakenneosan käyttäytyminen | Tarkastuskategoria | | |
|---------------------------------|----------------------------|--------------------|-------|-------|
| | | INSP1 | INSP2 | INSP3 |
| S1 | E1 | 3,75 | 3,5 | 3,5 |
| | E2 | 3,5 | 3,25 | 3 |
| | E3 | 3,25 | 3 | 2,75 |
| S2 | E1 | 3,5 | 3,25 | 3,25 |
| | E2 | 3,25 | 3 | 2,75 |
| | E3 | 3 | 2,75 | 2,5 |
| S3 | E1 | 3,25 | 3 | 3 |
| | E2 | 3 | 2,75 | 2,5 |
| | E3 | 2,75 | 2,5 | 2,25 |

Taulukon 3.5 arvot ovat viitteestä [17] ja pääosin laskettu kaavalla 3.25. Poikkeuksena E1 arvot tarkastuskategoriassa (INSP) 3, jotka jostain syystä ovat samat kuin tarkastuskategoriassa 2. Taulukon arvot ovat tavalliselle liikenteelle, eli suure Δ_R on oletettu nolllaksi.

Taulukon ja kaavan 3.25 arvoissa on tavoiteluotettavuuden lähtökohtana valittu 3,5. Tätä valintaa ei ole erikseen perusteltu. Taulukossa 3.4 on kuitenkin esitetty Kanadassa sovellettavaksi tavoiteluotettavuudeksi 3,75 uudissuunnitteluun ja 3,25 kanta-vausselvityksen tapauksessa. Toinen erikoisuus, joka taulukkoon liittyy, on että se ei ole täysin yhtäpitävä kaavan 3.25 kanssa. Esimerkiksi rivillä S1,E1 tavoiteluotettavuuden arvo on sama luokissa INSP2 ja INSP3, sama toistuu myös luokissa S2 ja S3. Tämän voisi tulkita niin, että mikäli rakenteen kantokyvyn menettäminen on äkillistä ja huonosti ennalta havaittavissa (E1), niin tavoiteluotettavuuden määrittämisen kannalta ei ole vaikutusta sillä, onko kyseisen rakenneosan tarkastaminen rutiininomais- ja säännöllistä vai onko yksityiskohtainen tarkastaminen mahdollista.

Menetelmän logiikka tavoiteluotettavuuden määrittämisessä on kuitenkin selkeä: tutkittavan vaurion seurauksien minimointi, ennakoitavuus sekä tietämys rakenteen nykytilasta pienentävät tutkittavalta rakenteelta vaadittua tavoiteluotettavuutta.

3.3.4. Lujuusreservi ja luotettavuus

Vaikka osavarmuusmenetelmät ovat yleisesti hyväksytyjä mitoitusmenetelmiä ja perustuvat usein pohjimmiltaan luotettavuusindeksi-ajatteluun sekä yleisesti hyväksytyihin vauriotodennäköisyyksiin, ovat ne kuitenkin suurelta osin uudissuunnittelun tarpeisiin kehitettyjä idealisointeja. Täten niiden voidaan katsoa yleisesti pätevän riittävällä tarkkuudella kaikkiin rakenteisiin, riippumatta tapauskohtaisesta geometriasta, kuorman laadusta ja toteutuneesta materiaalista. Näin ollen olemassa olevia rakenteita tarkastellessa voi niissä piillä huomattaviakin lujuusreservejä. Toisaalta rakenne voi olla myös huomattavasti huonommassa kunnossa kuin mitä on oletettu.

Rakenteen lujuusreservin ja kantavuuslaskennan kannalta järkevä keino on ensisijaisesti tutkia systeemin kapasiteettia muokatulla suunnittelumallilla ja käyttäen todellista liikennettä vastaavia kuormituksia. Luotettavuusanalyysin keinoin voidaan tutkia uudissuunnittelusta poikkeavienkin rakennemallien sekä muuttuneiden materiaaliominaisuuksien vaikutusta rakenteen luotettavuuteen. Toiseksi voidaan sallia rakenteelle suurempi vauriotodennäköisyys eli alhaisempi luotettavuus, kuten on toimittu Kanadan siltanormissa. (Canadian Bridge Code, CSA)

Olemassa olevien siltojen kohdalla voikin olla harhaanjohtavaa käyttää termiä lujuusreservi, koska asia on monisyisempi, kuten taulukossa 3.6 voidaan havaita. Rakenne on esimerkiksi suunniteltu käyttäen oletettuja kuormia ja lujuuksia, samoin kuin rakennanalyysi on tehty norminmukaisin olettamuksin ja yksinkertaistetuin rakennemallein. Täten tämä "lujuusreservi" on seurausta itse asiassa monesta erinäisestä suunnittelussa käytettävästä konservatiivisesta olettamuksesta. Tutkittaessa olemassa olevaa rakennetta jossakin määritellyssä mitoitustilanteessa voitaisiin käyttää termiä luotettavuusreservi, jolla tarkoitettaisiin osavarmuusmenetelmää ja perinteistä rakennemallia tarkemmilla menetelmillä määritettyä luotettavuutta tutkittavalle rakenteelle jotakin rajatilaa vastaan. Vaikka materiaalin lujuuden voidaan karrikoiden sanoa olevan se tekijä joka viimekädessä määrää rakenteen kantavuuden tai systeemin vaurioitumisen, lienee silti selkeämpää käyttää lujuusreservin sijasta termiä luotettavuusreservi. Tämä siksi, että ylimääräinen (tavoiteluotettavuuden ylittävä) luotettavuus ei kohdistu tai koostu pelkästään materiaalin lujuudesta vaan rakenteen analysointia on katsottava kokonaisvaltaisemmin prosessina.

Taulukko 3.6 Tärkeimpiä eroavaisuuksia sillan uudissuunnittelun ja kantavuusselvityksen välillä [17] (Suomennettu)

| Nimeke | Suunnittelu | Kantavuusselvitys |
|--|--|---|
| (1) Materiaalien ominaisuudet | Oletettu | Mitattu |
| (2) Pysyvät kuormat | Laskettu | Tarkasti määritetty |
| (3) Hyötykuormat | Oletettu | Selvitetty |
| (4) Rakennanalyysi | Normin mukainen | Tarkemmat menetelmät |
| (5) Kuormien vaikutusten selvittäminen | Taivutus, leikkaus, puristus, halkeilu | Terästen ankkurointi, detaljit voivat olla tärkeämmässä osassa |
| (6) Ympäristön rasitukset | Oletettu luokitus | Määritetään kohdekohtaisesti |
| (7) Luotettavuus | Normin asettamat varmuuskertoimet | Poikkeavat (pienenmmät) kertoimet mahdollisia saman luotettavuuden aikaansaamiseksi |

Taulukossa 3.6 on esitetty merkittävimpiä eroja rakenteiden uudissuunnittelun sekä kantavuusselvityksen välillä. Taulukossa esitettyjä nimekkeitä voidaan pitää myös suurimpina luotettavuusreservin lähteinä, joista voidaan saada etua rakenteen kantavuuden arvioinnissa. Olemassa olevasta rakenteesta saatavan kohdekohtaisen tiedon hyödyntäminen voi olla tarpeen ja hyödyllistä esimerkiksi suunniteltaessa rakenteen tai rakenneosan elinkaarta loppuunkäytön tai uusimistarpeen osalta.

Epälineaarisen analyysin soveltaminen

Eräs käyttökelpoinen keino tutkia rakenteen luotettavuutta on tehdä rakennanalyysi epälineaarisesti esimerkiksi plastisuusteorian ja mekanisminmuodostuksen mukaan, vaikkapa soveltamalla myötöviivateoriaa laattasillassa. Tällöin on varmistuttava siitä, että rakenne täyttää mm. plastisuusteorian mekanisminmuodostuksen edellytyksenä olevan muodonmuutoskyvyn ja sitkeyden vaatimukset. Vaikka plastisuusteoriaan pohjautuvan rakennanalyysin tuloksena saataisiin, että rakenteen murto ei ole sit-

keä, voi saatu hyöty olla silti merkittävä, koska murtokuorma saattaa olla moninkertainen kimmoteoriaan nähden.

Täten myös luotettavuus tällaista plastista murtoa vastaan on huomattavasti suurempi kuin perinteisessä rakenneanalyysissä käytettävää, kimmoteorian mukaista, murtoa vastaan. Vastaavasti tavoiteluotettavuutta voidaan säätää tarpeen mukaan huomioiden murtotapahtuman tyyppi. Näin ollen murtotilannetta vastaan asetettavaa tavoiteluotettavuutta voi olla syytä nostaa sillä perusteella, että plastisuusteorian mukaisen murtomekanismin mukaan tapahtuvan vaurioitumisen vahingolliset seuraukset ovat rakenteen kannalta mittavammat.

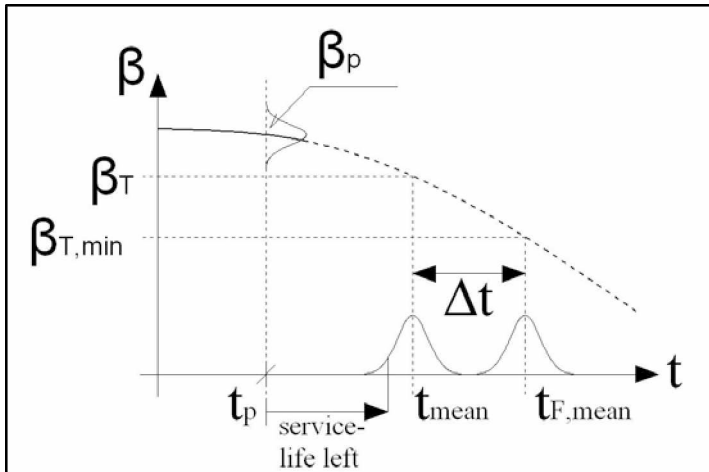
On kuitenkin oletettavissa myös tilanteissa, että rakenteelle muunnellulla rakennemallilla laskettu luotettavuusindeksi on niin paljon korkeampi, että etua saavutetaan vaikka tavoiteluotettavuutta jouduttaisiin vaurion seuraamusten vuoksi nostamaan. Toisin sanoen rakenteen laskennallinen luotettavuusindeksi nousee enemmän kuin siltä vaadittu tavoiteluotettavuus ja näin ollen epäyhtälön 3.20 mukainen ehto rakenteen riittävälle luotettavuudelle on edelleen voimassa.

3.3.5. Rakenteiden ikääntyminen ja käyttöikä

Rakenteen ja siinä käytettyjen materiaalien ikääntyessä tapahtuu materiaaliominaisuuksissa useimmiten huononemista. Rakennetta kohtaavat ympäristön mekaaniset ja kemialliset vaikutukset aiheuttavat rakenteen kapasiteetin laskua. Tämänkaltaista rakenteen turvallisuuden heikkenemistä voidaan kontrolloidusti seurata tekemällä riittävästi elinkaarenaikaisia tarkastuksia rakenteelle.

Joidenkin turmeltumisilmiöiden osalta on kehitetty malleja rakenteen vaurioitumisesta ajan funktiona, joita voidaan soveltaa rakenteen luotettavuuden kehittymisen arviointiin. Esimerkiksi raudotteiden korroosionopeutta erilaisissa olosuhteissa on tutkittu ja matemaattisia malleja teräspinta-alan häviämiseksi poikkileikkauksesta esitetty lähteessä [27]. Näin ollen voidaan todeta, että luotettavuusindeksi laskee rakenteen huononemisen vuoksi ja vauriotodennäköisyys kasvaa ajan funktiona, vaikka kuorma pysyisi vakiona.

Kysymys rakenteen käyttöiästä on hyvin tulkinnanvarainen ja sillä tarkoitetaan eri tapauksissa eri asioita. Esimerkiksi rakenteen käyttöikä voi päättyä käyttö- tai huoltavuusongelmien vuoksi, vaikka rakenne olisikin vielä rakenteellisen turvallisuuden kannalta hyväksyttävässä kunnossa. Rakenteen tulevaa käyttöikää voi olla mahdollista ennustaa luomalla malli rakenteen huononemisesta ajan funktiona, jos tiedetään tai voidaan asettaa jokin raja-arvo, jonka alle luotettavuus ei saa mennä.



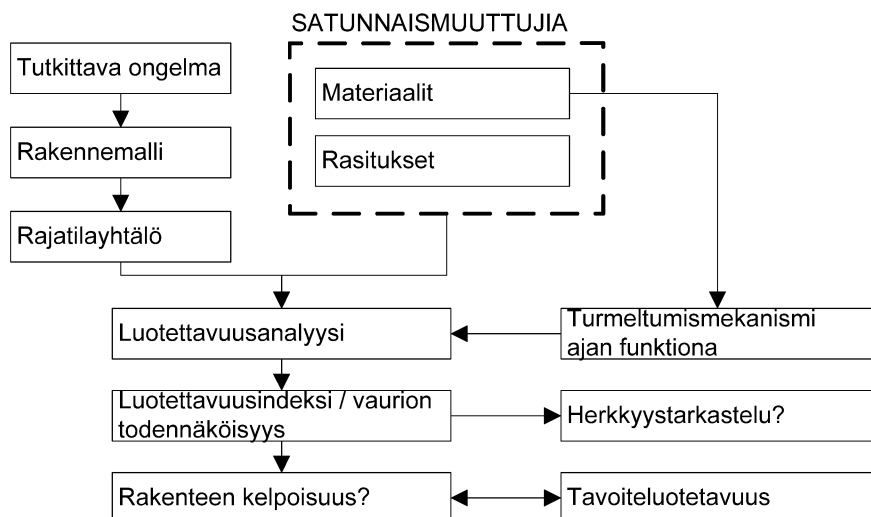
Kuva 3.5 Rakenteen luotettavuuden kehittyminen turmeltumisen seurauksena sekä käyttöikä.

Kuvassa 3.5 t_p edustaa nykyhetkeä ja vastaavasti β_p tämänhetkistä luotettavuutta joltakin ilmiötä vastaan. Tästä hetkestä eteenpäin katkoviiva kuvaa rakenteen luotettavuuden keskiarvon laskua matemaattisen mallin mukaisella käyttäytymisellä. Tässä on huomattava, että luotettavuuden kehittymisen matemaattinen malli ei ole eksakti vaan sisältää itsessään epävarmuutta. Täten rakenteen käyttöikä t_{mean} on itse asiassa myös käyttöiän keskiarvo, jos vaatimuksena on, että rakenteen luotettavuus säilyy tavoiteluotettavuutta β_T korkeampana. Vastaavasti, jos rakenteen käyttöikää halutaan jatkaa ja seurata vaurion kehittymistä, täytyy seurantajärjestely asettaa siten, että tutkimusväli on korkeintaan sen ajanjakson Δt suuruinen, jossa rakenteen luotettavuuden oletetaan mallin mukaan putoavan alle alimman sallitun tason. Tämän jälkeen on rakenne joko korjattava tai poistettava käytöstä.

3.4. Luotettavuuden laskennallinen määrittäminen

Luotettavuuden laskennallisen määrittelyn tavoitteena on selvittää rakenteen tai systeemin vaurioitumisen todennäköisyys selvitettyjen lähtötietojen perusteella. Jotta rakenteen luotettavuus voidaan luotettavasti selvittää, täytyy laskentamenetelmästä riippumatta olla selvillä seuraavat asiat:

- Tutkittava ilmiö tai rajatila
- Tärkeimmät ilmiöön vaikuttavat ominaisuudet tutkittavassa systeemissä
- Ilmiön matemaattinen malli



Kuva 3.6 Prosessi luotettavuuden määrittämiseksi.

Näiden lisäksi pitäisi olla jokin vertailukohta (tavoiteluotettavuus), jotta tuloksella olisi jotain käytännön merkitystä. Ainoastaan teoreettisen vauriotodennäköisyyden (todennäköisyys tapahtumalle, että rajatila ylittyy) perusteella ei voida tehdä kovin pitkälle meneviä päätelmiä rakenteen turvallisuudesta tai luotettavuudesta.

Esitelty rajatilayhtälö 3.10 saa monen muuttujan tapauksessa yleisen muodon:

$$G(R,S) = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = G(\bar{X}) \quad (3.26)$$

Rakenteen luotettavuutta määritettäessä rajatilafunktion avulla saatava vauriotodennäköisyys on terminä sinänsä hieman harhaanjohtava, koska kyse on todellisuudessa tutkittavan ilmiön matemaattisen mallin vauriotodennäköisyydestä. Ideaalitapauksessa, jossa matemaattinen malli vastaa täysin todellisuutta, vastaa myös rajatilafunktion avulla määritetty vauriotodennäköisyys todellisen maailman vauriotodennäköisyyttä.

3.4.1. Cornellin menetelmä

Cornellin menetelmää on kutsuttu myös MVFOSM-menetelmäksi (*mean value first-order second moment method*). Cornellin menetelmä luotettavuuden laskennallisessa määrittämisessä perustuu varmuusmarginaaliin sekä tämän hajontaan. Cornellin menetelmää käytettäessä oletuksena on, että rajatilafunktio G on lineaarinen ja muuttujat toisistaan riippumattomat. Kaavan 3.27 mukaan varmuusmarginaali voidaan esittää:

$$M = R - S \quad (3.27)$$

Tämä kaava on yhteneväinen rajatilafunktion kaavan 3.10 kanssa ollen satunnaismuuttujien R ja S lineaarikombinaatio. Näin voidaan määrittää varmuusmarginaalin odotusarvo, kuten kaavassa 2.21 on näytetty.

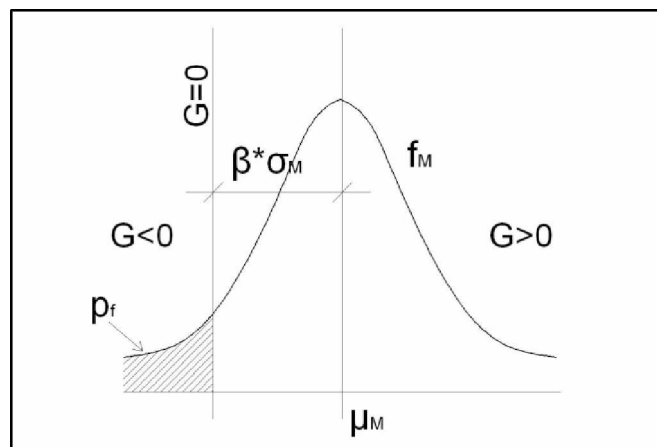
$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (3.28)$$

Vastaavasti voidaan määrittää varmuusmarginaalin hajonta kaavan 2.23 avulla:

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.29)$$

Näin on saatu varmuusmarginaalin odotusarvo sekä hajonta ratkaistua, joista edelleen voidaan kaavan 3.30 mukaisesti ratkaista Cornellin luotettavuusindeksi β_c ja edelleen todennäköisyys sille, että varmuusmarginaali M alittaa arvon 0 (vaurio-todennäköisyys).

$$\beta_c = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.30)$$



Kuva 3.7 Varmuusmarginaalin jakauma sekä rajatilafunktion suora $G=0$

Tällä yksinkertaisella menetelmällä on mahdollista ratkaista tarkasti systeemien luotettavuusindeksi ja vauriotodennäköisyys, mikäli kuorman ja kestävyysodotusarvot ja hajonnat tunnetaan tai voidaan erikseen laskea lähtötietojen vastaavista. Menetelmän käyttö rajoittuu yksinkertaisiin ongelmiin, joissa rajatilayhtälö on lineaarinen. Sen sijaan muuttujia rajatilayhtälössä voi olla useampiakin kuin 2 kappaletta, tällöin voidaan soveltaa aiemmin esitettyä kaavaa 2.21–2.23 varmuusmarginaalin odotusarvon ja hajonnan laskemiseksi.

Cornellin menetelmän käyttöä rajoittaa invarianssiongelmaksi kutusuttu ilmiö, joka tarkoittaa, että rajatilafunktion muotoilulla on merkitystä tulokseen. Näin ollen esimerkiksi ekvivalenteilla rajatilafunktioilla $G=R-S=0$ ja $G=\ln(R/S)=0$ tai yleisessä tapauksessa $G(X)=0$ ja $G(X)^3=0$, saadaan eri tulokset. Asiaa on tarkemmin selvitetty esimerkiksi viitteessä [19]. Rajoitteista ja ongelmista huolimatta Cornellin menetelmän peruseriaatteet luovat perustan monimutkaisempien ja yleispätevämpien menetelmien käyttöönotolle.

Geometrinen tulkinta

Oletetaan riippumattomat normaalijakautuneet satunnaismuuttujat R , ja S , joilla molemmilla on keskiarvot ja keskihajonnat (μ ja σ). Normeerataan nämä yksiköttömään R', S' -koordinaatistoon seuraavalla muunnoksella:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (3.31)$$

$$S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.32)$$

Näin satunnaismuuttujat R' ja S' ovat standardinormaalijakautuneita, eli niiden odotusarvo on 0 ja keskihajonta 1. Uudessa koordinaatistossa rajatilafunktio $G=R-S=0$ saa seuraavan muodon:

$$G = R' \cdot \sigma_R + \mu_R - S' \cdot \sigma_S - \mu_S = 0 \quad (3.33)$$

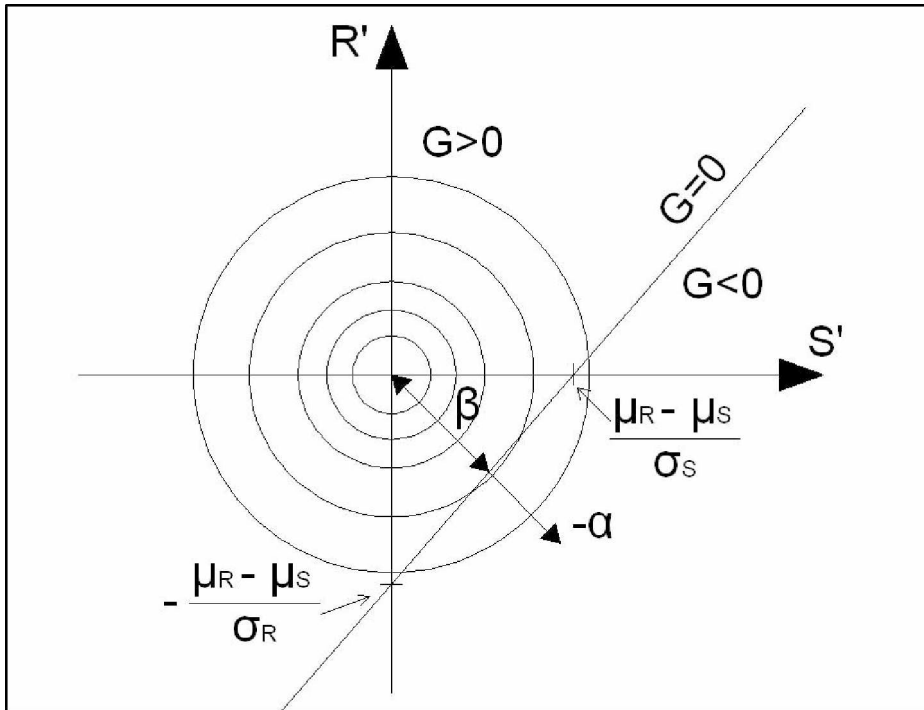
Alkuperäisessä koordinaatistossa alkuperäinen rajatilafunktio kulkee origon kautta ja yhdistetyn jakauman huippu on muualla (kohdassa $\mu_R; \mu_S$). R', S' -koordinaatistossa rajatilafunktio kulkee pisteiden $(R'; S') = (0; (\mu_R - \mu_S)/\sigma_S)$ ja $(-(\mu_R - \mu_S)/\sigma_R; 0)$ kautta. Ratkaisemalla pisteen $(0,0)$, etäisyys suorasta, jonka yhtälö normaalimuodossaan on rajatilafunktio 3.33.

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.34)$$

R', S' -koordinaatistossa yhdistetyn jakauman odotusarvo on origossa sekä hajonta $\sigma_M = 1$. Saadaan kuvan 3.8 ja kaavan perusteella odotusarvon etäisyydeksi origosta $d = \beta \cdot \sigma_M$, eli $d = \beta \cdot 1$, joten tässä tapauksessa saadaan luotettavuusindeksille lauseke:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.35)$$

Vektori α (kuvassa 3.8 $-\alpha$) on suuntavektori, luonnollisesti lyhin etäisyys suoralta tai pinnalta johonkin pisteeseen on kohtisuora etäisyys. Rajatilapinnalla sijaitseva piste, josta etäisyys origoon on pienimmällään on nimeltään *mitoituspiste* (engl. *MPP – Most Probable Point*).



Kuva 3.8 Rajatilapinta G esitettyinä normeeratussa R', S' koordinaatistossa.

Kuvasta 3.8 voidaan huomata, että rajatilapinta G ikään kuin leikkaa yhdistetyn jakauman tilavuudesta siivun. Tämä siivu jää otosavaruuden puolelle, jossa rajatilafunktio saa negatiivisia arvoja, eli kuvaa systeemin vauriota tai vauriotodennäköisyyttä.

Suuntavektorilla α on ominaisuutena, että sen avulla voidaan päätellä, mikä osuus on kullakin satunnaismuuttujalla systeemin rajatilaan joutumisella. Näitä kutsutaan myös herkkyysskerroimiksi. Edellä esitettyyn geometriseen tulkintaan perustuen saadaan herkkyysskerroimille α_i lausekkeet:

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.36)$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.37)$$

Tästä edelleen seuraa, että:

$$\sum \alpha_i^2 = 1 \quad (3.38)$$

Esimerkki

Oletetaan edellisessä ulokepalkkiesimerkissä esitetyn palkin taivutusmomenttikestävyys pisteessä A normaalijakautuneeksi $R = N(400;40)$ kNm . Käytetään kuormana edellisestä esimerkistä saatua kokonaistaivutusmomenttia pisteessä A ; $S = N(210;30,41)$ kNm . Nyt saadaan suoraan sovellettua kaavaa 3.34, koska rajatilafunktio on kuorman ja kestävyuden lineaarikombinaatio: $G=R-S$. Rasituksen ja kestävyuden oletetaan olevan toisistaan riippumattomia.

$$\beta = \frac{400 - 210}{\sqrt{40^2 + 30,41^2}} = 3,794$$

Tämä tarkoittaa kaavan 3.18 mukaisesti vauriotodennäköisyyden olevan

$$p_f = \Phi(-3,794) = 7,41 \times 10^{-5} \approx \frac{1}{13500}$$

3.4.2. Hasoferin-Lindtin menetelmä (FORM)

Perusteet

Edellä kappaleessa 3.4.1 esitettyyn Cornellin menetelmään perustuva, kehittyneempi, menetelmä systeemien luotettavuuden arvioimiseen on laajennettu Hasoferin-Lindtin menetelmä. Tämä menetelmä tunnetaan yleisesti myös nimellä FORM (*First-Order-Reliability Method*). Menetelmä perustuu pohjimmiltaan vastaavaan koordinaatiston normeeraamiseen, joka toteutettiin Cornellin menetelmän geometrisen tulkinnan yhteydessä. Cornellin menetelmällä voidaan vauriotodennäköisyyttä analysoida tarkasti vain lineaarisen rajatilapinnan tapauksessa. Sen sijaan FORM:a voidaan soveltaa myös tapauksiin, jossa:

- Satunnaismuuttujia on mielivaltainen määrä, n-kappaletta
- Rajatilafunktio voi olla lineaarinen tai epälineaarinen
- Satunnaismuuttujien jakaumat voivat olla normaaleja tai siitä poikkeavia
- Satunnaismuuttujien välillä voi olla korrelaatiota (ei käsitellä tässä) viite [9]

Näiden ominaisuuksien sekä suhteellisen helpon ohjelmoitavuuden takia menetelmä on hyvin laajasti käytetty luotettavuusanalyyseissä. Tarkkaan ratkaisuun menetelmällä päästään lineaarisen rajatilafunktion tapauksessa. Muussa tapauksessa ratkaisu on likimääräinen.

FORM-menetelmä perustuu rajatilayhtälön linearisointiin oletetussa mitoituspisteessä, jolloin ratkaisu on hyvin paljon samankaltainen kuin kappaleessa 3.4.1 ja kuvassa 3.8 on kahden muuttujan tapauksessa esitetty. Menetelmä on iteratiivinen prosessi, jossa rajatilayhtälöpintaan sovitetaan tangentti ja yhtälö linearisoidaan tangentin ja rajatilapinnan leikkauspisteessä. Näin pyritään löytämään 'minimietäisyys' rajatilayhtälön pinnalta origoon, joka siis vastaa yksinkertaisessa tapauksessa luotettavuusindeksiä β . Kirjallisuudessa on esitetty lukuisia menetelmiä mitoituspisteen etsintään. [29],[14],[19]

Menetelmä FORM

Koska prosessi on luonteeltaan iteratiivinen, on systeemin luotettavuuden määrittäminen FORM-menetelmällä syytä suorittaa järjestelmällisellä prosessilla. Menetelmän kuvaus on yhdistetty monissa eri lähteissä esitetyistä menetelmistä. [29],[14],[19],[9] jotta se kattaisi mahdollisimman monet tapaukset. Mikäli kaikkien satunnaismuuttujien jakaumat ovat normaalijakaumia, jää kohta 2 kokonaan pois samoin voidaan kohdan 6 osalta luopua muunnoksesta takaisin alkuperäiseen koordinaatistoon. Sen sijaan voidaan iteraatiota jatkaa suoraan saadun mitoituspisteen normeeraatuilla koordinaateilla.

Lähtötietona on rajatilyhtälö $G(X)=0$, jossa $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

1. Arvataan mitoituspiste (MPP) esimerkiksi jokaisen (n-1) satunnaismuuttujan keskiarvon kohdalla. $X^*=E(X)$ ja ratkaistaan rajatilyhtälöstä viimeisen muuttujan arvo siten, että $G(X^*)=0$. Näin varmistetaan, että mitoituspiste on rajatilanpinnalla.
2. Muiden kuin normaalijakautuneiden suureiden osalta suoritetaan approksimointi mitoituspisteessä ekvivalenttien normaalijakautumien avulla.
3. Normeerataan kaikki satunnaismuuttujat sekä rajatilyhtälö U-koordinaatistoon, jossa jakaumat ovat standardinormaalijakaumia. Vastaa- vasti kuin kaavassa 3.31– 3.33
4. Lasketaan gradienttivektori mitoituspisteessä, joka normeeraamalla saadaan herkkyykset (vektori α) jokaiselle muuttujalle pisteessä u^*
5. Lasketaan luotettavuusindeksi β eli 'etäisyys' standardinormaalissa U-koordinaatistossa origosta mitoituspisteeseen.
6. Lasketaan uusi mitoituspiste u^* ja suoritetaan muunnos kunkin muuttujan kohdalla takaisin alkuperäiseen koordinaatistoon X^* .
7. Toistetaan kohtia 2-7, kunnes luotettavuusindeksi ja/tai mitoituspiste konvergoivat kohti jotain tiettyä arvoa eli $|\beta_k - \beta_{k+1}|$ ja/tai $|u_k^* - u_{k+1}^*| \leq$ lasken- nan toleranssi.

(2) Ekvivalentit normaalijakaumat

Koska menetelmä on erityisesti kehitetty alun perin toimimaan normaalijakautuneilla satunnaismuuttujilla, täytyy muut kuin normaalijakautuneet satunnaismuuttujat saada käyttäytymään mitoituspisteeseen läheisyydessä normaalijakautuneen tavoin. Koska luotettavuusanalyysissä on käytännössä aina kyse enemmän tai vähemmän jakaumi- en päässä esiintyvistä arvoista, on jakaumien approksimointi normaalijakauman avul- la mitoituspisteessä mahdollista. (*engl. Tail approximation*).

Yksinkertaisesti valitaan kullekin ei-normaalijakautuneelle satunnaismuuttujalle mitoi- tuspisteessä ekvivalentti normaalijakautuma sellaisin parametrein, että alkuperäisen jakauman ja ekvivalentin normaalijakauman tiheys- ja kertymäfunktion arvot saavat samat arvot eli seuraavien yhtälöiden on täytyttävä yhtäaikaaisesti [14]:

$$f_i^N(x_i^*) = f_i(x_i) \quad (3.39)$$

$$F_i^N(x_i^*) = F_i(x_i) \quad (3.40)$$

joissa $f(\circ)$ viittaa mielivaltaisen jakauman tiheysfunktioon,
 $F(\circ)$ vastaavasti kertymäfunktioon,
 i yläindeksi * mitoituspisteeseen
 N yläindeksi N ekvivalenttiin normaalijakaumaan

Tällöin on huomattava, että kullekin muuttujalle tulee mitoituspisteeseen ekvivalenttia normaalijakaumaa varten uusi keskiarvo ja keskihajonta. Nämä saadaan laskettua seuraavasti:

$$\mu_i^N(x_i^*) = x_i^* - \sigma_i^N(x_i^*) \cdot \Phi^{-1}[F_i(x_i^*)] \quad (3.41)$$

$$\sigma_i^N(x_i^*) = \frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F_i(x_i^*)]\}}{f_i(x_i^*)} \quad (3.42)$$

joissa $\varphi(\circ)$ = standardinormaalijakauman tiheysfunktio
 $\Phi(\circ)$ = standardinormaalijakauman kertymäfunktio

Näin menetellen saadaan kukin satunnaismuuttuja muunnettua normaalijakautuneeksi mitoituspisteessä x^* parametrein $(\mu_i^N(x_i^*); \sigma_i^N(x_i^*))$.

(3) Normeeraus yksiköttömään U-koordinaatistoon

Suoritetaan vastaavalla tavalla kuin kaavoissa 3.31–3.33

$$U_i = \frac{X_i^* - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (3.43)$$

Josta seuraa, että rajatilayhtälöön sijoitetaan muuttujat X_i muodossa.

$$X_i^* = U_i \cdot \sigma_{X_i} + \mu_{X_i} \quad (3.44)$$

Näin ollen rajatilayhtälö $g(\mathbf{X}^*)$ muuntuu muotoon $g(\mathbf{U})$.

(4) Gradienttivektorin määrittäminen mitoituspisteessä

N-ulotteisessa avaruudessa kulkevan rajatilapinnan gradientti mitoituspisteessä saadaan osittaisderivoimalla rajatilafunktio tässä pisteessä jokaisen satunnaismuuttujan suhteen. Tämä voidaan esittää seuraavasti:

$$\nabla g(\bar{u}^*) = \left. \frac{\partial g(\bar{U})}{\partial U_i} \right|_{\bar{u}^*} \quad (3.45)$$

joka on pystyvektori, jossa rivejä n kappaletta. Tästä voidaan soveltamalla kaavaa 3.46 saada yleinen esitys n -ulotteisessa avaruudessa herkkyykskertoimille α_i , jotka geometrisen tulkinnan mukaan ovat gradientin suuntakosinit. Vektorimuodossa seuraavasti:

$$\bar{\alpha} = \frac{\nabla g(\bar{u}^*)}{|\nabla g(\bar{u}^*)|} \quad (3.46)$$

(5) Luotettavuusindeksi β

Luotettavuusindeksi voidaan tämän jälkeen määrittää kaavalla:

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{g(\bar{u}_k^*)}{|\nabla g(\bar{u}_k^*)|} \quad (3.47)$$

jossa alaindeksi k viittaa k :nnellä iteraatiokierroksella saavutettavaan arvoon.

(6) Lasketaan uusi mitoituspiste u_{k+1}

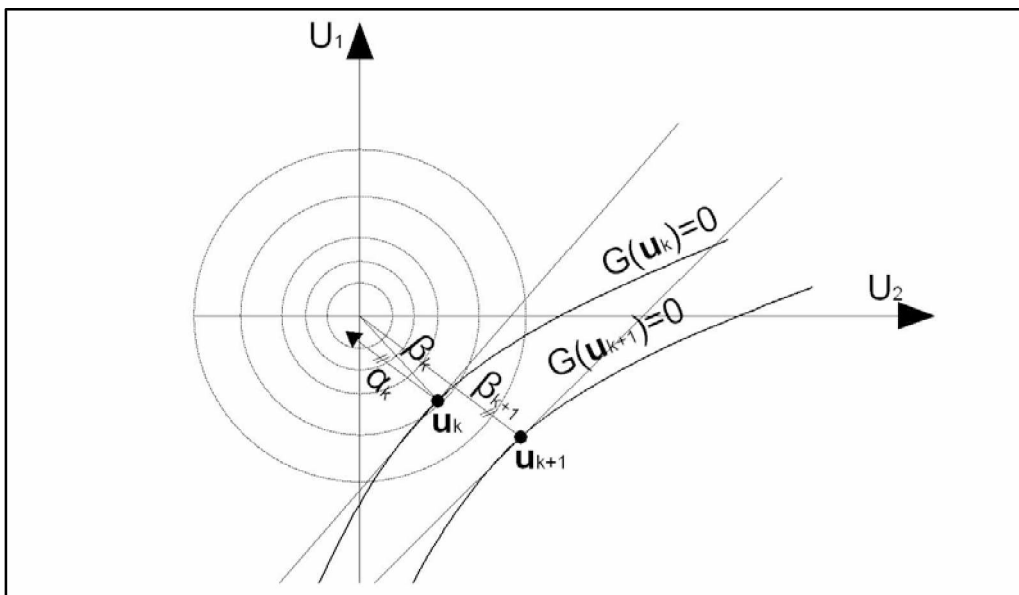
Vastaavasti uusi mitoituspiste seuraavalle iterointikierrokselle saadaan laskettua edellisen kierroksen suuntavektorin α ja saadun luotettavuusindeksin β tulona.

$$\bar{u}_{k+1} = -\bar{\alpha}_k \cdot \beta_{k+1} \quad (3.48)$$

(7) Seuraava iteraatiokierros

Uusi mitoituspiste u_{k+1} muunnetaan takaisin alkuperäiseen koordinaatistoon muuttuja-alkioiden $n-1$ osalta ja ratkaistaan viimeinen muuttuja jälleen kohdan (1) mukaisesti. Tämän jälkeen saatu mitoituspiste voidaan syöttää uutena arvauksena aloittaen uusi kierros. Näin jatketaan kunnes β konvergoi kohti jotakin arvoa, joka on systeemin luotettavuusindeksi. Viimeinen saatu mitoituspiste sisältää kunkin muuttujan mitoituskoordinaatin, joka on eri asia kuin suunnittelussa käytettävä mitoitusarvo, joka puolestaan ratkaistaan tavoiteluotettavuuden kautta.

Liitteessä 2 on esitetty vuokaaviona FORM-prosessin kulku riippumattomien satunnaismuuttujien tapauksessa. Kirjallisuudessa esim. [19] on esitetty myös sellaisten satunnaismuuttujien tapauksessa, joilla on keskinäistä korrelaatiota (*AFORM – Advanced First Order Reliability Method, Rosenblatt Transformation*). Nämä kuitenkin sivuutetaan tässä yhteydessä laskennan liiallisen monimutkaistumisen sekä satunnaismuuttujien keskinäisen korrelaation sekä tällaisten muuttujien yhdistetyn jakauman epäselvän luonteen vuoksi.



Kuva 3.9 Mitoituspisteen etsintäproseduuri normeeratussa U -koordinaatistossa.

Kuten kuvasta 3.9 havaitaan, FORM -menetelmä, ei ole täysin tarkka. Menetelmässä mitoituspisteeseen asetettu tangenttitaso leikkaa kuvassa 3.9 suuremman tilavuuden (vauriotilavuus) todennäköisyysmassasta, kuin mitä alkuperäinen rajatilayhtälö (kuvan tapauksessa). Kuvassa vaurioitumisalue rajatilapinnan oikealla / alapuolella. FORM-menetelmän virhe on sitä suurempi, mitä suurempi on kyseessä oleva vauriotodennäköisyys ja mitä epälinearisempi rajatilayhtälö on. Kuitenkin tavallisissa rakennetekniikan sovellutuksissa ja etenkin murtorajatilan ollessa kyseessä todennä-

köisyydet ovat hyvin pieniä ja rajatilayhtälöiden kaarevuus suhteellisen pientä, jolloin leikkautuvan siivun virhe voidaan myös todeta pieneksi.

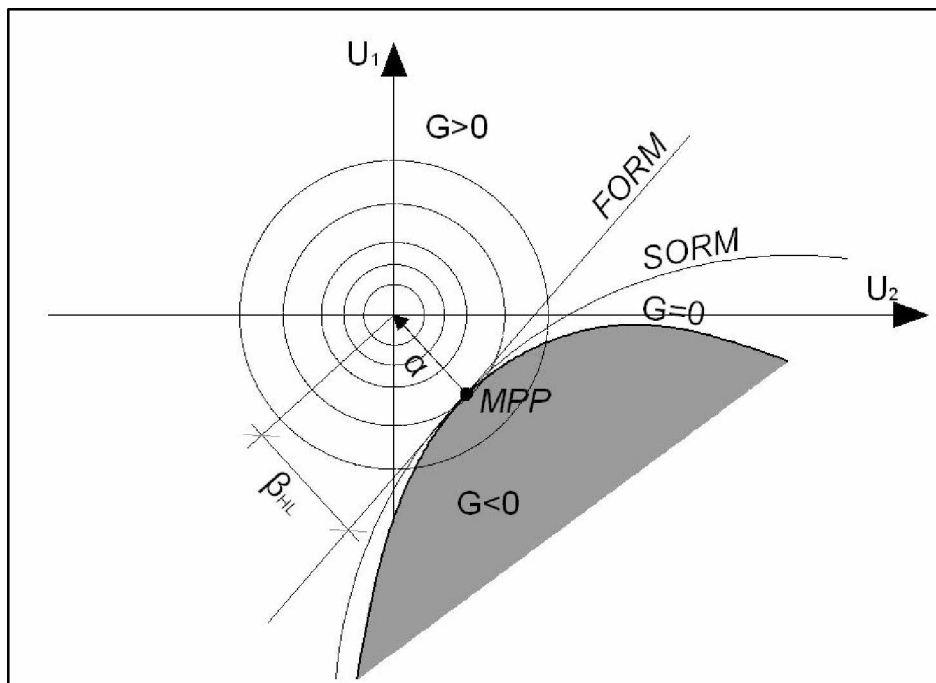
3.4.3. SORM

Edellä kuvatussa FORM-menetelmässä voimakkaasti epälineaarisilla rajatilayhtälöillä esiintyvän epätarkkuuden poistamiseksi on kehitetty edistyneempiä menetelmiä. SORM-menetelmä (*Second Order Reliability Method*) perustuu samankaltaiselle ajatukselle kuin FORM, mutta tangenttisuoran sijaan mitoituspisteeseen sijoitetaan ympyränkaari (moniulotteisessa tapauksessa kaareva pinta), jolla todennäköisyysmas-
sasta erotetaan vaurioitavuus. Käytännössä tämä tehdään tarvittaessa FORM-
iteraation jälkeen, eli kun FORM-menetelmän arvo konvergoi johonkin β_{HL} :n arvoon, suoritetaan lopputulokselle korjaus, SORM-menetelmällä saatavalla ”kertoimella”. Tämä näkyy selvimmin K. Breitungin [30] asymptoottisten approksimaatioiden teoriassa seuraavasti:

$$P_F = \Phi(-\beta_{HL}) \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_{HL} \cdot \kappa_i}} \quad (3.49)$$

jossa β_{HL} = Ensimmäisen kertaluvun, FORM:lla saatu, luotettavuusindeksi
 κ_i = Rajatilafunktion pääkaarevuuksien arvot mitoituspisteessä MPP

Kaavan 3.49 ratkaisu lähestyy tarkkaa arvoa, kun $\beta_{HL} \rightarrow \infty$ ja tulon $\beta_{HL} \cdot \kappa$ säilyessä vakiona. [31]



Kuva 3.10 Ensimmäisen (FORM) ja toisen kertaluvun (SORM) tasoapproksimaatiot rajatilafunktiolle pisteessä MPP.

Kirjallisuudessa [31], [28] on esitetty ja vertailtu monia menetelmiä SORM-korjauksen tekemiseksi. Tässä yhteydessä ei suoriteta tarkempaa vertailua eri menetelmien välillä tai niiden soveltuvuutta erilaisten rajatilafunktioiden approksimointiin.

Esitetään kuitenkin näihin SORM-menetelmiin kirjallisuudessa [31] esitettyjä yleisiä näkökohtia ja rajoitteita:

- Insinöörisovellutuksiin riittävään tarkkuuteen päästään lähes kaikilla yleisimmillä SORM-menetelmillä. Etenkin, kun rajatilyhtälön kaarevuussäde mitoituspisteessä on suuri ja satunnaismuuttujia pieni joukko.
- Korjauksen suuruuteen vaikuttavat ainakin rajatilafunktion epälineaarisuus (pääkaarevuuksien summa pisteessä MPP), ensimmäisen kertaluvun FORM-iteraatiolla saadun β_{HL} :n suuruus, rajatilafunktioon liittyvien satunnaismuuttujien määrä.
- Jos rajatilapinnan pääkaarevuudet ovat erimerkkisiä mitoituspisteessä (satulapinta), aiheutuu kaikilla menetelmillä suuria virheitä

Yksinkertaistettu menetelmä SORM -korjauksen tekemiseen

Lähdeviitteessä [31] on esitetty yksinkertaistettu menetelmä SORM – menetelmän soveltamiseksi epälineaarille rajatilafunktiolle U-koordinaatistossa. Rajatilafunktiolle Taylorin sarjojen avulla kehitetty toisen kertaluokan approksimaatio U-koordinaatistossa saa muodon:

$$G(\bar{U}) = \beta_{HL} - \bar{\alpha}^T \bar{U} + \frac{1}{2} (\bar{U} - \bar{U}^*)^T [B] \cdot (\bar{U} - \bar{U}^*) \quad (3.50)$$

jossa α = Mitoituspisteen gradientin suuntavektori (ks. kaava 3.46)
 β_{HL} = Ensimmäisen kertaluvun approksimaatiolla saatu luotettavuusindeksi
 $[B]$ = Rajatilyhtäön normeerattu Hessen matriisi pisteessä U^* seuraa vasti

$$[B] = \frac{\nabla^2 G(\bar{U}^*)}{|\nabla G(\bar{U}^*)|} \quad (3.51)$$

Hessen matriisi:

$$\nabla^2 G(\bar{U}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 G}{\partial u_1^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial u_1 \partial u_2} & \dots & \frac{\partial^2 G}{\partial u_1 \partial u_n} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial u_2 \partial u_1} & \frac{\partial^2 G}{\partial u_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 G}{\partial u_2 \partial u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 G}{\partial u_n \partial u_1} & \frac{\partial^2 G}{\partial u_n \partial u_2} & \dots & \frac{\partial^2 G}{\partial u_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Pääkaarevuuksien κ_i ; $i = 1, \dots, n-1$ summa mitoituspisteessä (n on satunnaismuuttujien määrä rajatilyhtälössä):

$$K_s = \sum_{j=1}^n B_{jj} - \bar{\alpha}^T [B] \bar{\alpha} \quad (3.53)$$

Keskimääräinen rajatilapinnan kaarevuussäde on siten:

$$R = \frac{n-1}{K_s} \quad (3.54)$$

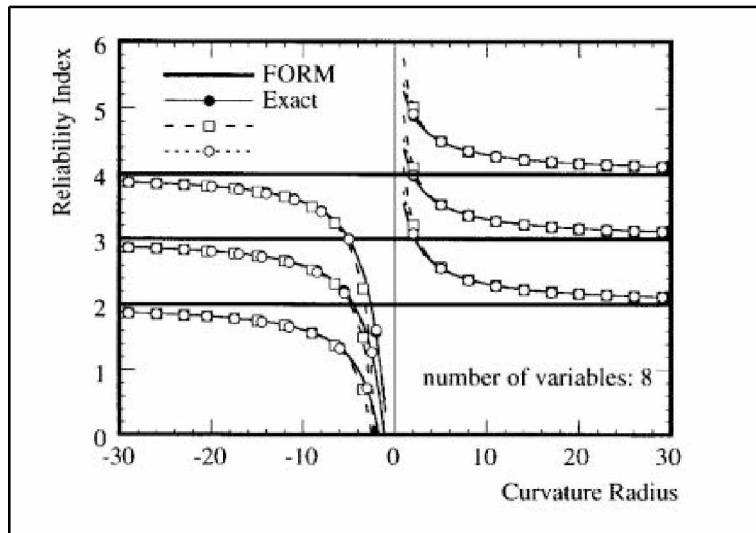
Kun $R > 0$, on rajatilapinta kupera origoon päin
 Kun $R < 0$, on rajatilapinta kovera origoon päin

Toisen kertaluvun luotettavuusindeksi saadaan viitteessä [31] esitetyillä empiirisillä kaavoilla muotoon:

$$\beta_s = \left(1 - \frac{K_s}{3\beta_{HL} + \frac{3(n-1)}{K_s} + 1} \right) \beta_{HL} + \frac{1}{2} K_s, \text{ kun } K_s \geq 0 \quad (3.55)$$

$$\beta_s = \left(1 - \frac{K_s^2}{3(n - \beta_{HL} + 3)} \right) \beta_{HL} + \frac{1}{2} K_s, \text{ kun } K_s < 0 \quad (3.56)$$

Edellä esitetyt ovat voimassa niissä tapauksissa, joissa satunnaismuuttujia ei ole liikaa eikä kaarevuussäde R ole liian pieni. Sellaisia tapauksia varten, joissa edellä esitetyt eivät ole voimassa on edelleen kehitetty monimutkaisempia (empiirisiiä) kaavoja [31].



Kuva 3.11 *SORM-analyysin tuloksen poikkeaminen FORM-tuloksesta rajatilapinnan kaarevuussäteen funktiona 8 satunnaismuuttujan tapauksessa, Paksut viivat FORM $\beta_{HL}=2,3,4$, katkoviivat empiirisillä kaavoilla saatuja SORM-approksimaatioita, ehjä viiva tarkka ratkaisu. [31]*

Kuvasta voidaan todeta, että SORM-approksimaation suorittaminen on melko turhaa, jos on voimassa $|R| > 30 \dots 50$. Tällöin riittävä tarkkuus aikaansaadaan myös FORM-menetelmällä. Viitteessä [32] on empiirisellä menetelmällä todettu FORM-menetelmällä saadun tuloksen olevan riittävän tarkka normaaleille insinööriongelmile, kun on voimassa:

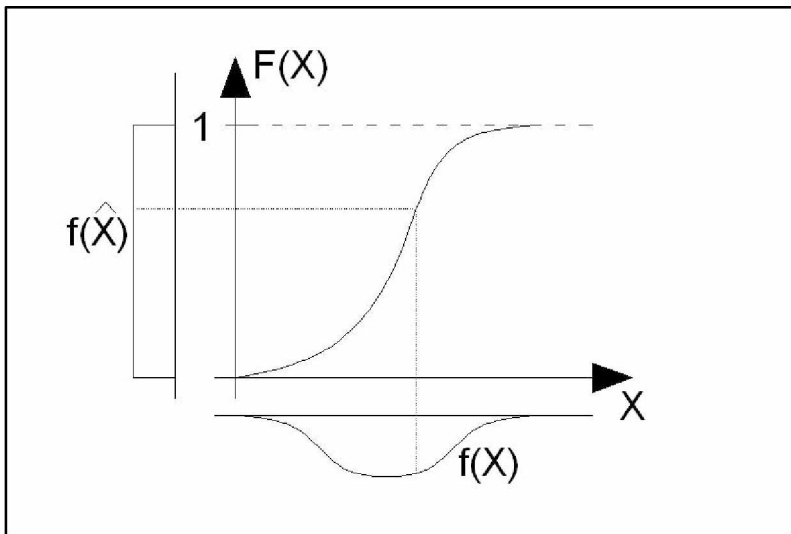
$$|K_s| \leq \frac{1}{\beta_{HL}} \quad (3.57)$$

tai

$$|R| \geq \beta_{HL}(n-1) \quad (3.58)$$

3.4.4. Monte Carlo-simulaatio

Monte Carlo-simulaatio (*myös stokastinen simulointi*) on tilastotieteessä varsin yleisesti käytetty menetelmä monimutkaisten satunnaisilmiöiden mallintamiseen. Menetelmä on peruseriaatteiltaan hyvin yksinkertainen ja perustuu tietokoneiden suureen laskentatehoon.



Kuva 3.12 Käänteiskertymämenetelmän periaatekuva

Stokastisessa simuloinnissa kaikille satunnaismuuttujille generoidaan satunnaisesti jokin arvo hyväksikäyttäen näennäissatunnaislukuja. Generointi tapahtuu asettamalla kullekin satunnaismuuttujalle jokin sääntö, jolla generoitu näennäissatunnaisluku muutetaan satunnaismuuttujaksi (teräksen lujuus, betonin lujuus, tuulikuorma). Tämä muunnos tehdään yksinkertaisesti käänteiskertymämenetelmällä:

1. Arvotaan tasan jakautunut satunnaisluku \hat{x} väliltä $[0;1[$. Tämä tarkoittaa, että jokaisen tältä väliltä arvottavan luvun todennäköisyys on yhtä suuri. (kuva 3.12)
2. Lasketaan tällä luvulla kertymäfunktion käänteisfunktion arvo x

$$x = F^{-1}(\hat{x})$$

Toistetaan tämä, kunnes kaikilla laskentaan liittyvillä satunnaismuuttujilla on jokin satunnaisarvo

3. Suoritetaan laskenta edellisessä kohdassa (2) generoiduilla arvoilla. Esimerkiksi suoritettaessa luotettavuusanalyysiä jollekin rakenteelle tai systeemille syötetään generoidut arvot rajatilafunktion ja...
4. a) ...saadaan tulos $G < 0$ tai $G > 0$. Eli rakenteen tapahtumat "ei kestä" tai "kestää". Toistetaan satunnaismuuttujien generointi ja edellä esitetty laskenta vaiheet 1-3 riittävän monta kertaa (N) ja laskemalla ne kierrokset, joilla tulos

oli " $G < 0$ ". ($n_{G < 0}$). Vauriotodennäköisyys saadaan tämän jälkeen laskemalla yksinkertaisesti:

$$\hat{p}_f = \frac{n_{G < 0}}{N}$$

b) ...saadaan jakauman estimaatti varmuusmarginaalille $M=R-S$, josta on mahdollista päätellä edelleen luotettavuusindeksi \bar{x} ja vauriotodennäköisyys p_f . Näin voidaan menetellä, vaikka simulaatiossa ei olisi realisoitunut yhtään kappaletta tulosta " $G < 0$ ", mikäli varmuusmarginaalin jakauma saadaan sovitettua riittävän tarkasti johonkin jakaumaan.

Monte Carlo-simulaatiossa rajatilafunktio voi olla lähes millainen hyvänsä, kunhan se erottaa otosavaruudessa vaurioalueen turvallisesta alueesta eli on jatkuva. Etuna verrattuna FORM ja muihin menetelmiin on lisäksi, että rajatilafunktion ei tarvitse olla kaikkialla derivoituva. Monte Carlo-simulaatio ei ole täysin tarkka menetelmä, kuitenkin riittävän suurella simulaatioiden lukumäärällä vauriotodennäköisyys konvergoi kohti tiettyä arvoa.

$$\hat{p}_f = \frac{n_{G < 0}}{N} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} p_f \quad (3.59)$$

Monte Carlo-simulaatio on hyvin laskentaintensiivinen menetelmä. Varsinkin vauriotodennäköisyyksien ollessa pieniä - kuten rakennetekniikan sovellutuksissa usein on - täytyy simulaatiokierroksia olla runsaasti, jotta saadaan edes yksi tapahtuma "ei kestä". Tämä ei kuitenkaan riitä vaan, jotta laskelman luotettavuustaso olisi riittävä itsessään, on simulaatiokierroksia oltava riittävä määrä. Esimerkiksi jos oletetaan, että vauriotodennäköisyys jollekin rakenteelle on $p_f = 10^{-6}$, on loogista, että edes jonkinlaisen tuloksen saamiseksi, olisi simulaatiokierroksia odotettavissa miljoona kappaletta. Toisaalta jos miljoonalla kierroksella realisoitunut tulosten $G < 0$ määrä on 1 tai 2 voidaanko tästä vielä kovin luotettavasti päätellä todellista vauriotodennäköisyyttä vai onko kyse vielä sittenkin sattumasta?

Vauriotodennäköisyys saadaan Monte Carlo-simulaatiota käyttäen laskettua edellä esitetyn mukaisesti laskemalla valittujen (jokin realisoitunut simulaatiotulos) tapahtumien osuus kaikista simulaatiokierroksista. Tässä tapauksessa saadaan vauriotodennäköisyyden $p_f = P(G < 0)$ piste-estimaatiksi:

$$\hat{p}_f = \frac{N_f}{N} \quad (3.60)$$

jossa \hat{p}_f = vauriotodennäköisyyden p_f piste-estimaatti
 N_f = simulaatiokierrosten lukumäärä jotka täyttävät ehdon $G < 0$
 N = simulaatiokierrosten kokonaismäärä

Tuloksen luotettavuus riippuu voimakkaasti suoritetuista simulaatiokierroksista (N). Saadun tuloksen luottamusväliä ja sen rajoja voidaan kuvata kaavalla 3.61.

$$\hat{p}_f \pm t_{(\alpha/2)} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_f \cdot (1 - \hat{p}_f)}{N}} \quad (3.61)$$

jossa $t_{(\alpha/2)}$ = tiettyyn luottamustasoon liittyvä t-jakaumaan liittyvä kerroin.

Suurella N :n arvolla voidaan käyttää normaalijakauman Z -arvoa. Esimerkiksi halutesa tulokselle 95 % luottamusväli valitaan $t_{(\alpha/2)}$ arvoksi 1,96. Luottamusväli merkitsee käytännössä sitä, että voidaan $(1-\alpha)*100$ % varmuudella sanoa, että odotusarvo on tällä välillä. Odotusarvo on siis tuntematon vakio (tässä tapauksessa simulaatiolla saatu vauriotodennäköisyys). Toisin sanoen:

$$\langle p \rangle_{1-\alpha} = P \left(\hat{p}_f - t_{(\alpha/2)} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_f \cdot (1 - \hat{p}_f)}{N}} \leq p_f \leq \hat{p}_f + t_{(\alpha/2)} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_f \cdot (1 - \hat{p}_f)}{N}} \right) \cong 1 - \alpha \quad (3.62)$$

jossa α = Luottamusparametri, tässä siten että $1-\alpha = 95$ %

Kaavasta 3.61–3.62 havaitaan, että suurempi luottamus aikaansaadaan simulaatiokierrosten pysyessä vakiona kasvattamalla luottamusväliä. Toisaalta, jos luottamusväliä halutaan pienentää, joudutaan tinkimään luottamustasosta. Ainoa keino säilyttää luottamustaso sekä samanaikaisesti kaventaa luottamusväliä on kasvattaa simulaatiokierrosten määrää. Luottamusvälin pituus pienenee kutakuinkin verrannollisena simulaatiokierrosten määrän neliöjuureen. Jos vauriotodennäköisyydestä ei ole olemassa minkäänlaista arviota ennen Monte Carlo-simulaatiota, käytännön ongelmaiseksi muodostuu valita sopiva määrä simulaatiokierroksia, jotta tulos itsessään olisi luotettava. Jälkikäteen, simulaation jälkeen on toki mahdollista arvioida simulaation tuloksen luotettavuutta.

Esimerkki

Suoritetaan Monte Carlo simulaatio jollekin mallille miljoona kertaa ($N = 10^6$) ja saadaan realisoituneeksi tulokseksi $N_F = 65$ kappaletta. Siten piste-estimaatti vauriotodennäköisyydelle on muotoa:

$$\hat{p}_f = \frac{65}{10^6} \approx \frac{1}{15400}$$

Ja tätä vastaava 95 % luottamusväli:

$$\langle p \rangle_{0,95} = P(6,5 \cdot 10^{-5} - k \leq p_f \leq 6,5 \cdot 10^{-5} + k)$$

$$\text{jossa } k = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot (1 - 6,5 \cdot 10^{-5})}{10^6}}$$

$$\langle p \rangle_{0,95} = \{4,91 \cdot 10^{-5}; 8,08 \cdot 10^{-5}\} \approx \left\{ \frac{1}{20350}; \frac{1}{12400} \right\}$$

Tulos tarkoittaa siten, että ”voimme olla 95 % varmoja siitä, että tulos on edellä mainittujen arvojen välissä” tai että oikea tulos poikkeaa vähemmän kuin $\pm 24,3$ %. Jos ajatusta jatketaan vielä siten, että simulaatio suoritetaan kymmenen miljoonaa kertaa ($N = 10^7$) ja realisoitunut tulos $N_F = 650$ kappaletta, pysyy piste-estimaatti samana ja 95 % luottamusväliksi saadaan:

$$\langle p \rangle_{0,95} = \{6,00 \cdot 10^{-5}; 7,00 \cdot 10^{-5}\} \approx \left\{ \frac{1}{16700}; \frac{1}{14300} \right\}$$

joka edelleen tarkoittaa sitä, että 95 % luottamusasteella voidaan todeta tuloksen poikkeavan estimaatista enintään $\pm 7,70$ %. Tämä vaati simulaatiomäärän kymmenkertaistamista edelliseen verrattuna.

Monte Carlo-simulaatiosta on edellisen raan (*Crude Monte Carlo Simulation*) versiota lisäksi kehitetty erilaisiin simulointitarpeisiin soveltuvia versioita, joilla laskenta-aikaa pyritään vähentämään. Menetelmissä simulaatiota keskitetään merkityksellisille alueille (joilla on suuri merkitys tulokseen), muiden alueiden jäädessä vähemmälle huomiolle, simulaatio mukautuu siten tutkittavaan ongelmaan ja käyttää edellisten simulaatiokierrosten tuloksia hyväksi seuraavilla kierroksilla. (Tällaisia kehittyneempiä Monte Carlo-menetelmiä ovat esimerkiksi: *Axis Orthogonal Importance Sampling*, *Spherical Importance Sampling*, *Latin Hypercube Sampling*).

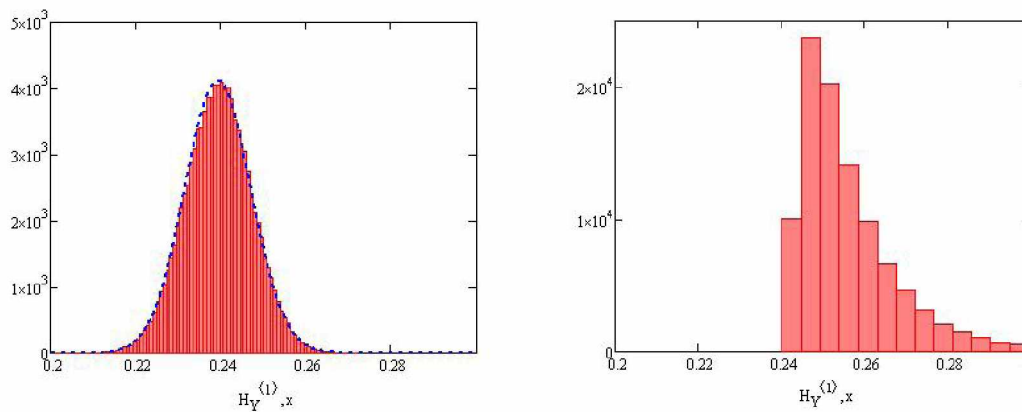
Monte Carlo simulaatio, Suokannan sillan liittopoikkileikkaus

Monte Carlo -simulaatio on erityisen käyttökelpoinen funktioille, jotka ovat jatkuvia mutta eivät ole jatkuvasti derivoituvia. Tällainen voi olla esimerkiksi liittopoikkileikkauksen taivutusmurtokestävyysfunktion (neutraaliakseli voi sijaita teräsrakenteen yläpuolella, laipassa, tai uumassa). Deterministinen laskenta on esitetty lähdeviitteessä [18]. Tutkitaan Monte Carlo -simulaatiolla rakennusmateriaalien lujuuden hajonnan vaikutusta taivutusmomenttikestävytyteen. Sillasta otettujen koekappaleiden perusteella saatiin viitteessä [18].

Taulukko 3.7 Lohkoista otettujen materiaalinäytteiden lujuuksien odotusarvot ja keskihajonnat. koekappaleita otettu n -kappaletta. [18]

| Lohko 1 | | | Lohko 2 | | |
|----------|-----------------|----------------|----------|-----------------|----------------|
| | Betoni [Mpa] | Teräs [Mpa] | | Betoni [Mpa] | Teräs [Mpa] |
| μ | 42,9 | 280,3 | μ | 38,8 | 300,6 |
| σ | 4,5 | 8,316 | σ | 7,98 | 4,639 |
| n | 7 | 9 | n | 12 | 9 |

Oletetaan, että otetut näytteet edustavat materiaalien lujuuksia. Käyttämällä viitteen [18] kaavoja liittopoikkileikkauksen plastisen taivutusmomenttikestävyyslaskentaan saadaan Lohkon 1 osalta ratkaistua yksittäisen liittopoikkileikkauksen (yksi teräsprofiili + ympäröivä betoni) plastinen taivutusmomenttikestävyys.



Kuva 3.13 Suokannan ratasillan yksittäisen liittopalkkipoikkileikkauksen taivutusmomenttikestävyysjakaumia Monte Carlo-simulaatiosta (MNm). a) Lujuusjakaumat normaalit b) Lujuusjakaumat log-normaalit

Kuvassa 3.13 on esitetty Monte Carlo-simulaatiolla saadut jakaumat liittopalkkipoikkileikkauksen kestävyydelle. Laskennassa on käytetty taulukossa 3.7 esitettyjä Lohkon 1 arvoja kuvassa 3.10a) olettaen lujuusjakaumat normaaleiksi ja kuvassa 3.10 b) olettaen lujuusjakaumat log-normaaleiksi. Vertaamalla kuvia 3.10 a) ja b) havaitaan lopputuloksissa melkoinen ero. Mikäli oletetaan lähtötietojen jakaumat normaaleiksi saadaan tässä tapauksessa myös murtokapasiteetin jakauma noudattamaan hyvin tarkasti normaalijakaumaa (kuvassa 3.10 a) sininen viiva). Olettamalla teräksen ja betonin lujuudet log-normaaleiksi kestävyysjakaumasta tulee hyvin erimuotoinen verrattuna kohtaan a).

Simulaatiokierroksia toteutettiin tässä yhteydessä 100 000 kappaletta ja saadusta tulosdatasta on mahdollista laskea yksittäisen liittopalkkileikkauksen murtokapasiteetin jakauman tunnusluvut:

| Murtokuorman jakauman tunnuslukuja | Lähtötietojakaumat lujuuksille | |
|------------------------------------|--------------------------------|-----------|
| | Log-Normaalit | Normaalit |
| μ [Mu] | 257 kNm | 239 kNm |
| σ [Mu] | 14 kNm | 8 kNm |
| $Mu_{0,05}$ | 243 kNm | 227 kNm |

Käytettäessä teräksen ja betonin lujuudelle log-normaaleja jakaumia saadaan murtokapasiteetin odotusarvolle ja 5 % alafraktilille hieman suuremmat arvot kuin normaalijakaumia käytettäessä. Tässä yhteydessä on huomattava, että Monte Carlo-simulaation yhteydessä saatua tulosta (tässä tapauksessa murtokapasiteetin jakauma) ei tarvitse välttämättä sovittaa mihinkään olemassa olevaan jakaumaan, vaan esimerkiksi 5 % alafraktili voidaan päätellä suoraan tutkimalla tulosdataa numeerisessa muodossa empiirisestä kertymäfunktioista.

3.4.5. Laskennan epätarkkuuksien huomioinnista

Edistyneetkin laskentamenetelmät luotettavuuden määrittämiseksi perustuvat tutkitavan ilmiön matemaattiseen mallintamiseen. Kuten kappaleessa 3.2.2 esitettiin, raja-tilafunktio on rakenteen vaurioitumisen matemaattinen malli. Tämä malli voi olla hyvin tunnettu, johdettavissa geometrisesti tai mekaniikan sääntöjen avulla (esimerkiksi vetosauvan murto). Toisaalta vaurioitumisen malli voi olla voimakkaasti empiiriseen kokemukseen perustuva (betonirakenteen leikkausmurto).

Ilmiöön vaikuttavien satunnaismuuttujien määrittämisessä voi myös olla epätarkkuutta. Esimerkiksi otoskoko ja satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaavan funktion välitseminen vaikuttavat suureen satunnaisuuden mallintamisen luotettavuuteen. Vaikutusta lienee myös sillä, mitataanko jotain vaikuttavaa ominaisuutta materiaalista suoraan vai epäsuorasti (toisten mitattavien ominaisuuksien perusteella).

Viitteessä [2] on esitetty eräs lähestymistapa näiden (yleisten epätarkkuuksien) hallitsemiseen luotettavuusanalyysin suorittamisen yhteydessä. Näitä voidaan pitää eräänlaisina ”luotettavuusanalyysin mallikertoimina”. Perusperiaatteena näiden käytössä on, että tutkittava jakauma, esimerkiksi materiaalin lujuus tai kuorman intensiteetti, summataan tai kerrotaan toisen määritellyn satunnaismuuttujan kanssa, jolloin tarkasteltavan jakauman muoto muuttuu usein leveämmäksi eli jakauman hännät tulevat paksummiksi epävarmuuden lisääntyessä.

Mallin sekä materiaalien parametrien epätarkkuudet

Mallin epätarkkuudet kapasiteetissa huomioidaan satunnaismuuttujalla I_m , joka on log-normaali-jakautunut keskiarvolla 1,0 ja jonka variaatiokerroin on V_{I_m} , joka laskeaan kaavalla 3.62. Kapasiteettiin vaikuttavat satunnaismuuttujat (pääasiassa lujuuDET) kerrotaan toisella apusatunnaismuuttujalla I_m .

$$V_{I_m} = \sqrt{V_{I_1}^2 + V_{I_2}^2 + V_{I_3}^2 + 2(\rho_1 V_{I_1} + \rho_2 V_{I_2} + \rho_3 V_{I_3})} \quad (3.63)$$

Taulukko 3.8 Kaavan 3.62 parametrien vaihteluvälejä [2] koostettu.

| | i=1 | i=2 | i=3 |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| V_{I_i} | 0,04 / 0,06 / 0,09 | 0,04 / 0,06 / 0,09 | 0,04 / 0,06 / 0,09 |
| ρ_i | -0,3 / 0,0 / 0,3 | -0,3 / 0,0 / 0,3 | -0,3 / 0,0 / 0,3 |

Satunnaismuuttujaan I_m vaikuttavat laskentamallin tarkkuus, materiaaliparametrien määrittämisen tarkkuus sekä materiaalien tunnistamisen tai suunnitelmanmukaisuuden tarkkuus. Nämä huomioidaan taulukosta 3.8 saatavien arvojen avulla. Taulukossa esitettyjen parametrien valinta riippuu seuraavista tekijöistä:

- i = 1 Laskentamallin tarkkuus (Hyvä / Normaali / Huono)
- i = 2 Epävarmuus materiaaliominaisuuksien päättelyssä (Pieni / Normaali / Korkea)
- i = 3 Materiaalien tunnistaminen / suunnitelmienmukaisuus (Hyvä / Normaali / Huono)

Taulukon parametrit vaihtelevat karkeasti siten, että pienintä arvoa käytetään, kun tarkasteltavaan suureeseen liittyvä epävarmuus on pientä. Näin esimerkiksi tilanteessa, jossa tarkasteltava rakenne on yksinkertainen ja ilmiötä kuvaa yksinkertainen rakennemalli, materiaalin lujuus on varmistettu useilla kyseisestä kohteesta otetuilla rakennekoekappaleilla. Toisaalta, jos laskennassa käytetään oletuksena suunnitelmissa esitettyjä materiaaleja, joiden lujuudet päätellään esimerkiksi kuvien 2.8–2.10 taulukkojen avulla, on epävarmuus materiaaliominaisuuksien päättelyssä korkeampi. Tarkempia kriteerejä sekä ehtoja parametreille on esitetty viitteessä [2].

Tässä yhteydessä on syytä kiinnittää huomioita laskentamallin tarkkuuteen, monet normeissa esitetyt yksinkertaistukset ovat varsin konservatiivisia. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että laskentamalli olisi näissä tapauksissa välttämättä epätarkka.

Esimerkki: Mallin epätarkkuuksien huomiointi viitteen [2] -mukaisella menetelmällä.

Tarkastellaan tapausta, jossa epäsuorasti, esimerkiksi suunnitelma-asiakirjoista on esitetty tutkittavalle betonimateriaalille karakteristinen lujuus 30 MPa. Taulukosta 2.8 voidaan tällöin saada betonin lujuudelle C odotusarvo μ_C ja keskihajonta σ_C . Tällaisenaan menetelmään liittyvää epävarmuutta voidaan pitää melko suurena (jos muita täydentäviä tutkimuksia ei materiaalin osalta siis tehdä).

Oletetaan siis, että taulukon 3.8 mukaan: laskentamallin tarkkuus on normaali, epävarmuus materiaaliominaisuuksien päättelyssä: *a) korkea b) normaali* ja materiaalien suunnitelmienmukaisuudesta on epäily (Huono).

Näin saadaan laskettua log-normaalijakautuneelle apumuuttujalle I_m odotusarvo 1,0 ja variaatiokerroin tapauksessa a) $V_{I_m} = 35,7 \%$ ja b) $V_{I_m} = 26,3 \%$.

Kuvan 2.8 taulukosta saadaan: $\mu_C = 36,2 \text{ MPa}$; $\sigma_C = 5,04 \text{ MPa}$, jakauma on log-normaali. Taulukossa karakteristinen arvo on 10 % fraktiili. [2]

Betonin lujuudelle tulisi siten käyttää laskennassa arvoa, joka on saadaan kertomalla taulukossa esiintynyt lujuuden jakauma aiemmin määritetyllä apumuuttujalla.

$$C' = C \cdot I_m \quad (3.64)$$

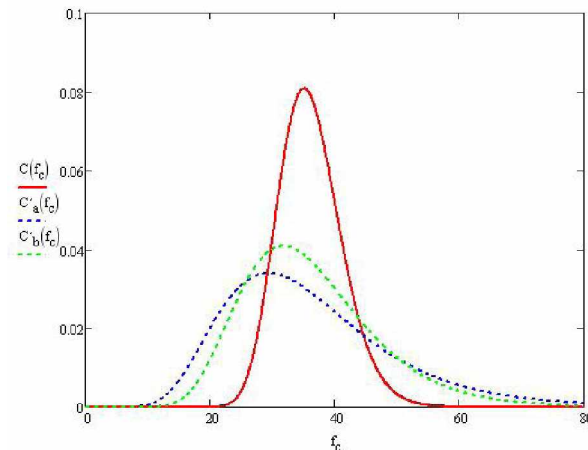
jossa C' = laskennassa käytettävä, epävarmuudet huomioiva lujuuden jakauma.

Monte-Carlo simulaatiolla (100 000 kierrosta riittänee) voidaan ratkaista parametrit jakaumalle C' .

- tapaus a) $\mu_{C'} = 36,2 \text{ MPa}$ ja $\sigma_{C'} = 13,996 \text{ MPa}$.
- tapaus b) $\mu_{C'} = 36,2 \text{ MPa}$ ja $\sigma_{C'} = 10,865 \text{ MPa}$.

Huomataan, että epävarmuustekijän huomioiminen aiheuttaa melko suuren vaikutuksen lujuuden jakaumaan. Odotusarvon pysyessä ennallaan keskihajonta variaatiokerroin miltei kolminkertaistui. Havainnollisuuden vuoksi lasketaan vielä 10 % alafraktiili (kuvan 2.8 taulukon ensimmäisessä sarakkeessa myös 10 % fraktiili; 30 MPa) betonin lujuudelle C' käyttäen apuna kappaleen 2.3.4 esimerkissä esitettyä menetelmää

saadaan tapauksessa a) 22,23 MPa ja b) 23,84 MPa. Joten oletetut epävarmuudet lähtötietojen luotettavuudessa aiheuttivat tällä menetelmällä havainnollistettuna 10 % fraktiilin putoamisen noin 26%:lla. Kuvasta 3.14 voidaan myös havaita jakauman muodon voimakas muuttuminen lujuusominaisuuteen liittyvän epävarmuuden lisäytyessä.



Kuva 3.14 Betonin lujuuden C jakauma kuvan 2.8 taulukon mukaan (punainen ehjä viiva) ja viitteessä [2] esitetyllä tavalla (lähtötiedon epävarmuudet huomioiden) korjattu arvo C' . (tapaus a) sininen ja b) vihreä katkoviiva)

Kuormitusten epätarkkuus

Kuten materiaalien ja rajatilojen tarkasteluun, myös kuormien mallintamiseen voi liittyä vastaavaa epätarkkuutta. Kuormia mallinetaan laskennassa monesti piste-, viivatai tasaisilla kuormilla. Viitteessä [2] on esitetty vastaava menetelmä näiden epätarkkuuksien huomioimisessa niin pysyvillä kuin tieliikennekuormilla.

Jokaisen pysyvän kuorman tapauksessa kyseessä olevan kuorman jakaumaan lisätään satunnaismuuttuja I_f , joka on normaalijakautunut keskiarvolla 0 ja variaatiokertoimella, joka on 5 % kyseessä olevan pysyvän kuorman arvosta. [2]

Muuttuvien kuormien tapauksissa kuormituksen jakauma kerrotaan satunnaismuuttujalla I_f , joka on normaalijakautunut keskiarvolla 1,0 ja variaatiokertoimella V_f 0,10...0,15...0,20 riippuen kuormitusmallin tarkkuudesta. Viitteessä [2] ei kuitenkaan kovin seikkaperäisesti selosteta sitä, millä ehdoin kuorma on riittävän hyvin mallinnettu.

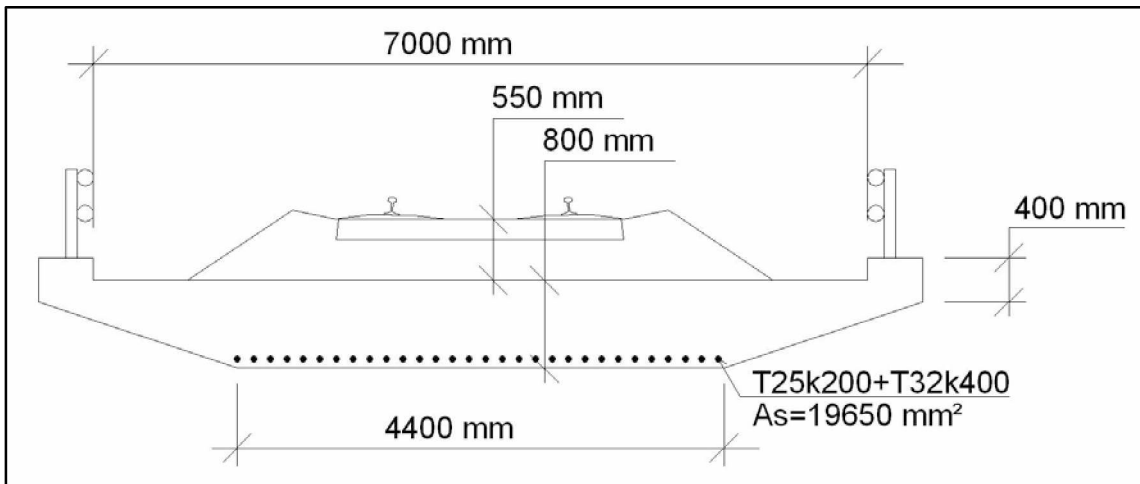
3.4.6. Laskentaesimerkki: rautatiesillan luotettavuus

Tutkitaan fiktiivisen rautatiesillan luotettavuutta hyväksikäyttäen akselimassatutkimuksessa [11] saatuja tuloksia akselipainojen jakaumasta. Tässä esimerkissä laskennan kulku etenee seuraavasti:

- 1) Lähtötietojen selvittäminen ja kerääminen
- 2) Rakenteeseen vaikuttavan kuorman määrittäminen
- 3) Rakenteen luotettavuuden määrittäminen

Silta

Tutkittava silta on tyypiltään yksiaukkoinen teräsbetoninen laattasilta (JM=10m), jota kuormittaa rautatieliikenne yhdellä raiteella. Esimerkin fiktiivinen silta on tarkastettu (teräsmäärä murtorajatilassa) LM71-25 kuormituskaaviole.



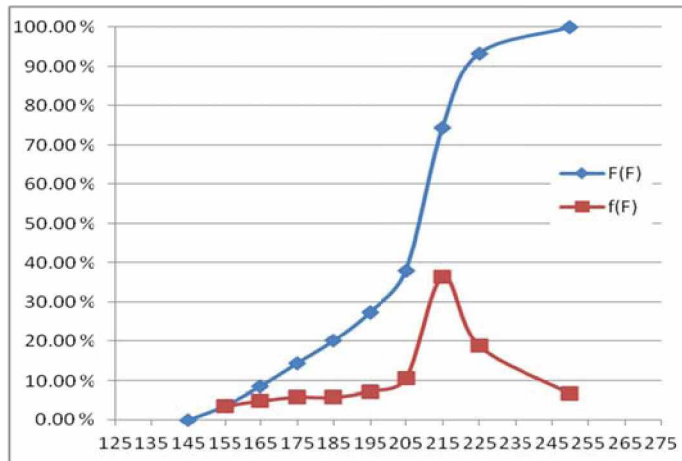
Kuva 3.15 Esimerkin siltarakenteen poikkileikkaus

Tarkemmat tiedot sillasta liitteessä 3

Vaikuttavan kuorman määrittäminen:

Tiedetään, että kuormattuja tavaravaunuja kulkee keskimäärin 1000 akselia vuorokaudessa. Lisäksi tiedetään, että nämä ovat rataosalla liikkuvasta kalustosta keskimäärin painavimpia, joten rautatiesiltaan vaikuttavien kuormien mallintaminen murtotarkastelua varten voidaan tehdä mallintamalla ainoastaan tavaravaunut. (On oletettavissa, että taivutusmomentin ääriarvot sillassa esiintyvät kuormattujen tavaravaunujen vaikuttaessa).

Käytetään rautatieliikennekuorman mallintamiseen Monte Carlo -simulaatiota. Simulaation lähtötietoina käytetään teli- akseli ja vaunuvälien osalta sopivia arvoja tavaravaunuille. Akselipainojen osalta hyödynnetään soveltaen akselimassatutkimuksessa [11] tehtyjä havaintoja staattisista akselipainoista. Varsinainen simulaatio tehdään käyttäen sysäyskertoimella korotettuja akselipainoja. Näin menetellään siksi, että mittauksissa on staattinen akselipaino voitu määrittellä huomattavasti tarkemmin kuin dynaaminen pyöräkuorma ja siitä pääteltävä dynaaminen akselipaino. Lisäksi sysäyskerroin huomioi siltarakenteen dynaamisen käyttäytymisen vaikutuksen rasitukseen, ainakin karkealla tasolla.



Kuva 3.16 Staattisten akselipainojen jakauman kertymä- (sininen) ja tiheysfunktio (punainen)

Dynaaminen kerroin on lisätty yksittäin kuhunkin akseliin riippumattomasti eli kunkin akselin staattiseen painoon vaikuttaa satunnainen dynaaminen lisä. Dynaaminen lisä on mallinnettu lognormaali-jakautuneena satunnaismuuttujana, viitteessä [33] esitetyn mukaisesti.

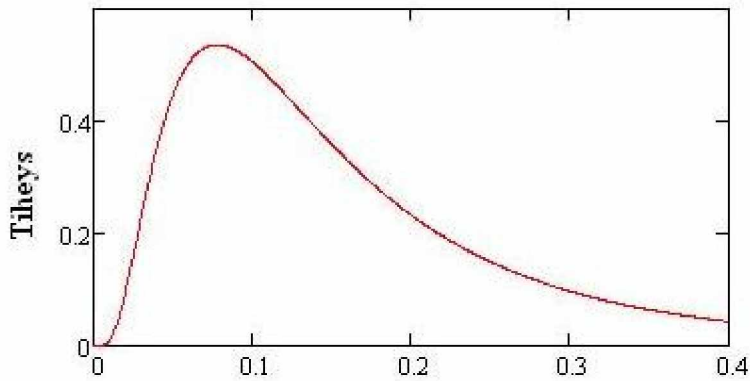
$$\mu_{\varphi} = 0,65 \frac{K}{1 - K + K^2} \quad (3.65)$$

$$\sigma_{\varphi} = 0,025 \left(1 + 18 \frac{K}{1 - K + K^2} \right) \quad (3.66)$$

$$\text{jossa } K = \frac{v}{2 fL} \quad (3.67)$$

jossa v = 80 km/h, liikennöinti nopeus
 f = Sillan alin ominaistajuus taivutusvärähtelylle
 L = Sillan jännemitta

Saadaan dynaamisen lisän jakauman parametreiksi, $\mu_{\varphi} = 0,173$ ja $\sigma_{\varphi} = 0,146$.

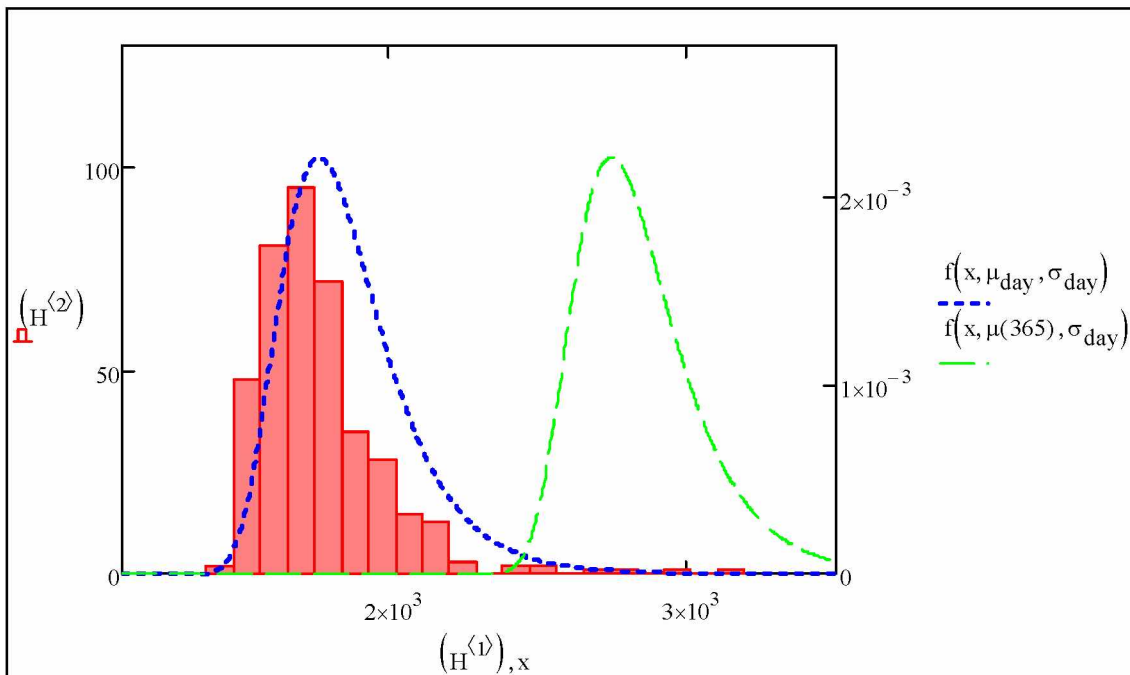


Dynaaminen lisä

Kuva 3.17 Dynaamisen lisän tiheysjakauma teräsbetonisillalle, kun $L=10$ m ja $v=80$ km/h.

Tavarajunaliikenteen simulaation tulokset:

Simulaation tuloksena saadaan rakenteeseen vaikuttavan, rautatieliikenteestä syntyvän taivutusmomenttirasituksen päivittäisten ääriarvojen jakauma.



Kuva 3.18 Päivittäisten ääriarvojen jakauma simulaation perusteella (tolpat), päivittäisen ääriarvon Gumbel-jakauma (sininen katkoviiva), vuosittaisen ääriarvon Gumbel-jakauma.

Koska rakenteen luotettavuuteen vaikuttaa kuormituksen ääriarvo jollain tietyllä aikavälillä, täytyy ääriarvojakaumaa skaalata oikealle aikavälille (sellaiselle jolle luotettavuutta tutkitaan).

Gumbel-jakauman tiheysfunktio on muotoa:

$$f(x) = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\left(\frac{x-u}{\frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma}\right) - \left(\frac{x-u}{\frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma}\right)^2} \quad (3.68)$$

Ja kertymäfunktio vastaavasti:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (3.69)$$

jossa apumuuttujat u ja a :

$$u = \mu_1 - \frac{\gamma}{a} \quad (3.70)$$

$$a = \frac{\pi}{\sqrt{6} \cdot \sigma} \quad (3.71)$$

jossa γ = Eulerin-Mascheronin vakio 0,5772
 μ_1 = Ääriarvojakauman perusjakson ääriarvojen keskiarvo
 σ = Ääriarvojakauman keskihajonta

Gumbel-jakauman odotusarvo perusjakson n -kerrannaisen mittaiselle ajanjaksolle saadaan (ääriarvojakauman skaalaus).

$$\mu_n(n) = \mu_1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma \cdot \ln(n) \quad (3.72)$$

Rajatilafunktion määrittäminen:

Tutkitaan rakenteen taivutusmurtoa keskellä jännettä. Näin tiedetään, että teräsbetonipoikkileikkauksen taivutusmurtokapasiteetti perustapauksessa, jossa alapinnan veto otetaan teräksillä ja yläpinnan puristus betonilla, on muotoa:

$$M_u = b \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \left[f_y - \rho \frac{f_y^2}{2 \cdot f_c} \right] \quad (3.73)$$

jossa b = Puristuspinna / poikkileikkauksen leveys
 d = Poikkileikkauksen tehollinen korkeus
 ρ = Geometrinen raudoutussuhde
 f_y = Teräksen lujuus
 f_c = Betonin puristuslujuus

Luodaan tästä rajatilafunktio:

$$G(\bar{X}) = d \cdot A_s \cdot \left[f_y - \frac{A_s \cdot f_y^2}{b \cdot d \cdot 2 \cdot f_c} \right] - M_Q - M_G - M_T$$

jossa A_s = Teräspinta-ala rakenteen alapinnassa
 M_Q = Taivutusmomentti liikenteen vaikutuksesta
 M_G = Taivutusmomentti rakenteiden painosta
 M_T = Taivutusmomentti tukikerroksen painosta

$$\bar{X} = \left[f_y \quad f_c \quad M_Q \quad d \quad A_s \quad M_G \quad M_T \right]$$

Luotettavuusanalyysi:

Luotettavuusanalyysin suorittamiseksi syötetään lähtötietojen jakaumat seuraavan taulukon mukaisesti.

Edellä esitetyn perusteella voidaan syöttää satunnaismuuttujat

| | μ | V | σ | Jakauma |
|-------------------------------|---------|--------|----------|--------------------------|
| Rakenne: | | | | |
| Betonin lujuus [MPa] | 47.0 | 15 % | 7.05 | LogNormaali |
| Teräksen lujuus [MPa] | 544.0 | 4.60 % | 25.00 | LogNormaali |
| Tehollinen korkeus [mm] | 740.0 | 2 % | 11.10 | Normaali |
| Teräsala [mm ²] | 19650.0 | 0.13 % | 24.56 | Normaali |
| Pur. pinnan leveys [mm] | 5200.0 | - | - | Deterministinen |
| Kuormat: | | | | |
| Taivutusmomentit [kNm] | | | | |
| Liikennekuorma* | 3397.0 | 6.27 % | 213.00 | Gumbel (I-tyyppin Extr.) |
| Rakenteen omapaino | 1725.0 | 8 % | 138.00 | Normaali |
| Tukikerros | 603.3 | 25 % | 150.81 | Lognormaali |

* 50 vuoden ääriarvojakauma

Tässä yhteydessä oletetaan – yksinkertaistamisen vuoksi – että tapaus on ideaali ja sen vuoksi ei materiaaliparametreihin tai muihin vaikuttaviin satunnaismuuttujiin huomioida lisäepävarmuuksia kohdan 3.4.5 esittämällä tavalla. Rakenteen luotettavuuden määrittämiseen on vertailun vuoksi käytetty 4 eri menetelmää, joiden tulokset on esitetty seuraavassa taulukossa.

Taulukko 3.9 Luotettavuusanalyysin tulokset eri menetelmillä

| | p_f | β |
|------------------------|----------|--------------|
| VAP 1.6 MCS | 9.84E-05 | 4.16*/3.72** |
| VAP 1.6 FORM | 1.12E-05 | 4.24 |
| FORM-algoritmi MathCad | 1.35E-05 | 4.20 |
| SORM- MathCad | 1.44E-05 | 4.18 |

*) Laskettu approksimaatio varmuusmarginaalin jakaumaparametreista kaavalla 3.18

**) Laskettu vauriotodennäköisyydestä

Havaitaan, että rakenteen luotettavuusindeksi on näillä tiedoilla noin 4,2. Erot FORM-menetelmien välillä johtuvat todennäköisesti algoritmien poikkeamisesta toisistaan sekä laskennan epätarkkuuksista (käsittely numeerista).

3.5. Osavarmuuskertoimien määrittämisestä

FORM-analyysistä saatuja tuloksia voidaan käyttää hyväksi osavarmuuskertoimien määrittämisessä esimerkiksi seuraavalla viitteissä [9] [14] esitetyillä tavalla.

Herkkyyskerroimet

FORM-menetelmällä saatu gradienttivektori, eli vektori, jossa on kuhunkin perusmuuttujaan liittyvä herkkyyskerroin α_i kuvaa rajatilan herkkyyttä kyseisen suureen suhteen. Pieni itseisarvo perusmuuttujaan liittyvällä α -kerroimella tarkoittaa pientä vaikutusta kokonaisuuteen (rajatilaan joutumiseen), vastaavasti suuri itseisarvo tarkoittaa perusmuuttujan vaikutuksen olevan suuri. α -kerroimen etumerkistä on puolestaan mahdollista saada lisätietoa satunnaismuuttujan vaikutuksesta rajatilayhtälöön, satunnaismuuttujaan liittyvä positiivinen etumerkki ”tarkoittaa, rajatilafunktion kannalta edullista muuttujaa ts. lisää varmuutta”. Negatiivinen α -kerroin puolestaan indikoi ”haitallista vaikutusta rajatilaan joutumisen kannalta”. Esimerkiksi yksinkertaisessa rajatilafunktiossa $G=R-S$, α -kerroimet muuttujille R ja S ovat 0,7 ja -0,7. Kapasiteetti R selvästi on varmuutta lisäävä tekijä, kun taas rasitus S on turvallisuuden kannalta haitallinen tekijä.

Suunnittelupiste

Kuten kappaleessa 3.4 on esitetty, kunkin herkkyyskerroimen suuruus määräytyy kaikkien perusmuuttujien tilastollisten tunnuslukujen sekä käytettävän rajatilafunktion perusteella ollen kaavojen 3.36, 3.37 ja 3.46 perusteella u-koordinaatistoon muunnetun rajatilafunktion normeerattu gradientti. Suunnittelupiste puolestaan saadaan riittävän monen FORM-iteraatio kierroksen jälkeen \bar{x} :n konvergoitua riittävällä tarkkuudella kohti jotakin arvoa. Suunnittelupiste saadaan approksimoitua myös seuraavasti:

$$x_i^* = \mu_i - \alpha_i \cdot \beta_{(T)} \cdot \sigma_i \quad (3.74)$$

Normaalijakautuneille suureille suunnittelupisteen x_i^* määritykset ovat tarkat, muille approksimaatiot. Kaavasta 3.74 huomataan myös α -kerroimen merkisäännön toimivuus. Suunnittelupistettä laskettaessa positiivinen α -kerroin ”pientää kestävyysasteen positiivisesti vaikuttavien suureiden”, negatiivinen puolestaan ”kasvattaa rakenteen kannalta haitallisten suureiden arvoa”. Koska kaavan 3.38 mukaisesti α -kerroimien neliösumman on oltava arvoltaan 1, tarkoittaa tämä sitä, että varmuus jakautuu usean muuttujan tapauksessa muuttujan merkitysvyyden mukaan. Satunnaismuuttujan suunnittelupisteen poikkeama odotusarvosta määräytyy kyseisen muuttujan α -kerroimen, keskihajonnan sekä rajatilayhtälön luotettavuusindeksin kautta. Vastaavasti satunnaismuuttujan suunnitteluarvon poikkeama odotusarvosta määräytyy muuttujan α -kerroimen, keskihajonnan sekä rajatilayhtälön ja tavoiteluotettavuusindeksin kautta.

Tässä yhteydessä on huomioitava, että kyseisen satunnaismuuttujan suunnitteluarvon (mitoitusarvon) määrittämiseen voidaan käyttää tavoiteluotettavuutta β_T . On myös syytä tehdä selvä ero suunnitteluarvon (mitoitusarvon) ja suunnittelupisteen välille. Suunnittelupiste on kunkin muuttujan arvo MPP:stä tehdyn koordinaatistomuunnoksen jälkeen. Suunnitteluarvo puolestaan on normien tavoiteluotettavuuden myötä laskettava arvo kullekin muuttujalle, jolla kyseisessä rajatilassa päästään tavoiteluotettavuuden tasoon.

Teräsbetonipalkki

Tutkitaan teräsbetonipalkin poikkileikkausta, jossa vaikuttaa pysyvistä sekä hyötykuomista syntyvät taivutusmomentit. Oletetaan laskennan helpottamiseksi, että esimerkin kaikki muut suureet poislukien kuormat ja lujuudet ovat deterministisiä. Teräsbetonipalkin poikkileikkaukselle parametrit ovat siten:

Taulukko 3.10 Esimerkin teräsbetonipalkin materiaaliominaisuudet, mitat ja kuormat.

| | μ | V | σ | Jakauma |
|-------------------------------|--------|--------|----------|--------------------------|
| Rakenne: | | | | |
| Betonin lujuus [MPa] | 35.0 | 40.0 % | 14.00 | LogNormaali |
| Teräksen lujuus [MPa] | 540.0 | 11.4 % | 61.60 | LogNormaali |
| Tehollinen korkeus [mm] | 600.0 | - | - | Deterministinen |
| Teräsala [mm ²] | 2000.0 | - | - | Deterministinen |
| Pur. pinnan leveys [mm] | 300.0 | - | - | Deterministinen |
| Kuormat: | | | | |
| Taivutusmomentit [MNm] | | | | |
| Hyötykuorma | 0.15 | 20.0 % | 0.030 | Gumbel (I-tyyppin Extr.) |
| Rakenteen omapaino | 0.20 | 8.0 % | 0.015 | Normaali |

Todellisuudessa varsinkin tehollisen korkeuden vaihtelulla voi olla oleellinen merkitys rajatilayhtälössä ja sen vuoksi palkin geometrian (tehollinen korkeus ja raudoteala) satunnaisuus tulisi huomioida.

Suoritetaan luotettavuuden määrittäminen FORM-algoritmilla käyttäen rajatilafunktiona:

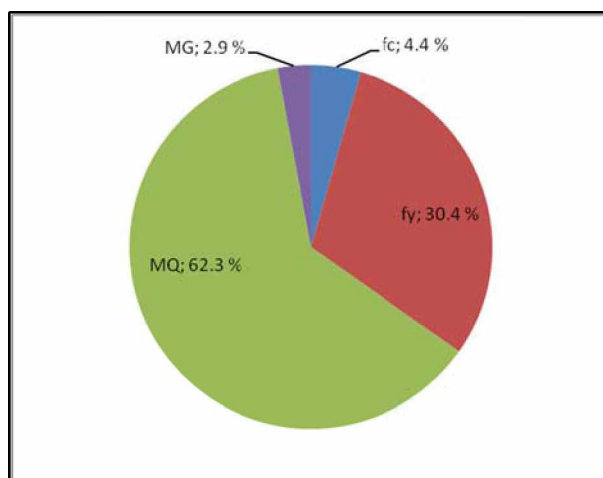
$$G(\bar{X}) = d \cdot A_s \cdot \left[f_y - \frac{A_s}{b \cdot d} \frac{f_y^2}{2 \cdot f_c} \right] - M_Q - M_G \quad (3.75)$$

VAP-ohjelmalla laskettuna luotettavuusindeksin arvoksi saadaan $\beta=3,34$. Ja herkkyyksikertoimiksi ja suunnittelupisteen arvoiksi:

Taulukko 3.11 Herkkyyksikertoimet ja suunnitteluarvot satunnaismuuttujille.

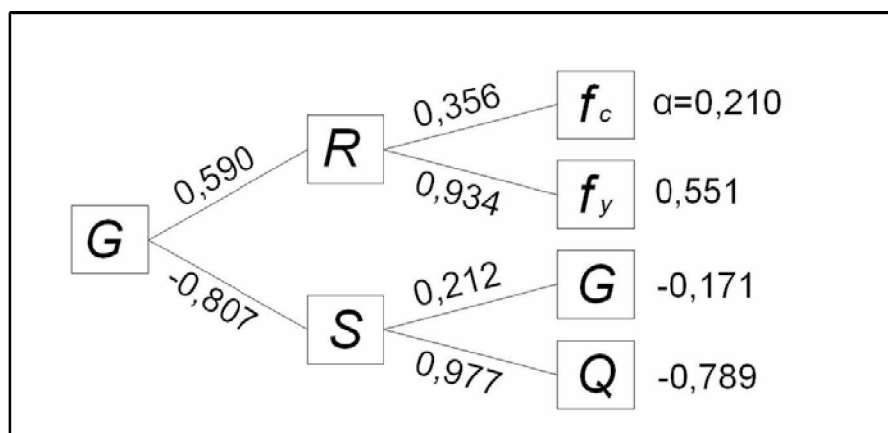
| | α | $x_i^*_{VAP}$ | x_i^* | $x_i^*_{ITER}$ |
|---------------------------|----------|---------------|---------|----------------|
| Muuttuja: | | | | |
| Betonin lujuus (f_c) | 0.210 | 25.789 | 25.180 | 25.784 |
| Teräksen lujuus (f_y) | 0.551 | 435.163 | 426.635 | 434.439 |
| Hyötykuorma (MQ) | -0.789 | 0.265 | 0.229 | 0.263 |
| Rakenteen omapaino (MG) | -0.171 | 0.209 | 0.209 | 0.209 |

Taulukossa 3.11 on suunnittelupisteen arvot saatu suoraan ohjelman tulostiedostosta (sarake x_i^{*VAP}) sekä laskettu approksimaatio kaavan 3.74 avulla (x_i), muille muuttujille lukuun ottamatta rakenteen omaa painoa, jossa tulos on sama ja tarkka molemmilla tavoilla (oman painon oletettiin olevan normaalijakautunut). Normaalijakautuneiden muuttujien tapauksessa kaavan 3.74 antama tulos on tarkka. Käsin laskennalla ohjelman kanssa samaan tulokseen päästään hyödyntämällä ekvivalenttien normaalijakautuneiden kaavoja (kappale 3.43, kaavat 3.40 ja 3.41), jolloin laskennasta tulee iteratiivinen. Alkuarvauksena mitoituspisteen arvoksi x syötetään approksimaatio, joka on saatu kaavalla 3.74. Tämän jälkeen ratkaistaan pisteessä ekvivalentit suureet μ_{ekv} ja σ_{ekv} , joiden avulla voidaan ratkaista uusi mitoituspiste x . Tätä jatketaan kunnes x konvergoi haluttuun tarkkuuteen. Näin pitäisi päästä samaan tulokseen kuin VAP-ohjelma, kuitenkin johtuen numeerisesta epätarkkuudesta täysin identtinen ratkaisu jää saavuttamatta.



Kuva 3.19 Esimerkin muuttujien suhteellinen vaikutus (α^2) rajatilaan joutumisen kannalta.

Koska herkkyyskerroinvektori α kuvaa rajatilayhtälön herkkyyttä kullekin muuttujalle samalla ollen rajatilayhtälön gradienttivektori mitoituspisteessä, on mahdollista soveltaa derivoinnin ketjusääntöä rajatilan analysoimisessa alla olevan kuvan 3.20 mukaisesti.



Kuva 3.20 Herkkyyskerroimet ja ketjusääntö

Kuvan tapauksessa on mahdollista päätellä tuloksen lopullisista herkkyyskerroimista välituloksia. Esimerkiksi kuinka suuri osuus kapasiteetista R tulee teräksen lujuudesta ja kuinka paljon betonin lujuudesta. Edelleen täytyy jokaisessa haarautumiskohdassa olla voimassa yhtälö 3.38 eli α -kerroimien neliösumman on oltava 1. Vastaavasti ku-

van 3.20 polkua edetessä kertoimet voidaan kertoa keskenään, jolloin saadaan viimeinen arvo kullekin muuttujalle. Esimerkiksi $0,590 \cdot 0,356 = 0,210$. Asiaa on esitelty tarkemmin viitteessä [21]

Osavarmuusluvut ja niiden tausta:

Koska kullekin muuttujalle voidaan erikseen määrittää ominaisarvo x_k , käyttämällä esimerkiksi 5 % fraktiilia tai muuta sopivaa arvoa, on mahdollista laskea jokaiselle satunnaismuuttujalle ominaisarvon ja suunnitteluarvon suhde.

$$\gamma_i = \frac{x_{ki}}{x^*_i}, \text{ kun } \alpha > 0 \quad (3.76)$$

$$\gamma_i = \left(\frac{x_{ki}}{x^*_i} \right)^{-1}, \text{ kun } \alpha < 0 \quad (3.77)$$

Tämä suhde on kunkin muuttujan osavarmuuskerroin. Tästä havaitaan yhä selvemmin, että osavarmuuskertoimen suuruus riippuu siitä, mikä on alun perin valittu fraktiiliksi kunkin muuttujan ominaisarvolle sekä siitä mikä on tavoiteluotettavuustaso. Tämä tarkoittaa sitä, että eri normien varmuuskertoimia ei ole mahdollista suoraan verrata keskenään varmuustaserojen päättelemiseksi.

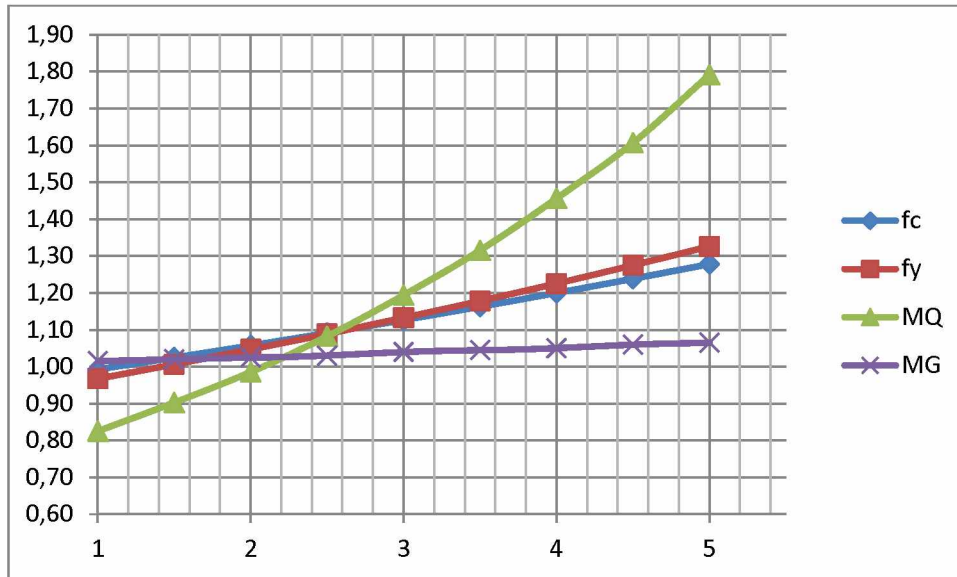
Olemassa olevien rakenteiden analysoinnissa edellä esitettyä tietoa hyödyntämällä on mahdollista määrittellä uusia varmuuskertoimia ja saada hyötyä varmuustasosta tinkimättä esimerkiksi tilanteille, jossa analyysi suoritetaan tavallisuudesta poikkeavin menetelmin ja materiaaliparametrein. Käytännön kannalta tämä voisi tulla kyseeseen lähinnä uusien normien laadinnassa sekä varmuustasojen kalibroinnissa poikkeuksellisten rakennemallien, materiaaliominaisuuksien tai muun epätavanomaisuuden vuoksi.

Taulukko 3.12 Karakteristiset arvot ja osavarmuuskertoimet esimerkin satunnaismuuttujille luotettavuustasolla $\beta=3,34$ esimerkin tapauksessa.

| $\beta = 3,34$ | x_{ki} | γ_i |
|-----------------------------|----------|------------|
| Muuttuja: | | |
| Betonin lujuus [Mpa,-] | 30 | 1.163 |
| Teräksen lujuus [Mpa,-] | 500 | 1.149 |
| Hyötykuorma [MNm, -] | 0.206 | 1.286 |
| Rakenteen omapaino [MNm, -] | 0.200 | 1.045 |

Taulukko 3.13 Osavarmuusluvut kullekin muuttujalle erilaisilla tavoiteluotettavuuden β_T arvoilla esimerkin tapauksessa.

| β_T | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Betonin lujuus | 0.993 | 1.025 | 1.058 | 1.091 | 1.126 | 1.163 | 1.200 | 1.238 | 1.278 |
| Teräksen lujuus | 0.967 | 1.006 | 1.047 | 1.089 | 1.133 | 1.178 | 1.226 | 1.275 | 1.326 |
| Hyötykuorma | 0.825 | 0.903 | 0.985 | 1.083 | 1.194 | 1.316 | 1.456 | 1.607 | 1.791 |
| Rakenteen omapaino | 1.015 | 1.020 | 1.025 | 1.030 | 1.040 | 1.045 | 1.050 | 1.060 | 1.065 |



Kuva 3.21 Teräsbetonipalkki-esimerkin osavarmuusluvut kullekin muuttujalle tavoiteluotettavuusindeksin β_T funktiona.

Kuvasta 3.21 ja taulukosta 3.13 huomataan, että tavoiteluotettavuuden kasvaessa osavarmuusluvut kasvavat eritahtisesti. Ne joilla on vähemmän merkitystä rajatilaan joutumisen kannalta, kasvavat hitaammin. Tämä on seurausta kaavasta 3.74. Tässä yhteydessä täytyy lisätä, että edellä lasketut esitetyt osavarmuusluvut pätevät vain tässä esimerkissä. Normien kalibroimisessa vaaditaan laajempia tarkasteluja.

4 Olemassa olevien rakenteiden luotettavuudesta

Olemassa olevien rakenteiden luotettavuuden ja turvallisuuden analysoinnissa eroavaisuutena uusien rakenteiden sekä uudisrakentamisen ja -suunnittelun rajatilayhtälöiden käyttöön on se, että tutkittava rakenne toimii ja on toiminut sellaisena kuin se on. Näin ollen ainoastaan mitoituskäyriä sekä yksinkertaisia rakennemalleja käyttämällä on vaikea päästä selvään ratkaisuun rakenteen toiminnasta tai sen luotettavuudesta todellisuudessa. Käytännön rakenne voi toimia hyvin paljon eri tavalla kuin mitä oletuksien mukaan oletetaan tai jopa erilailla kuin suunnittelussa käytetty rakennemalli antaa ymmärtää. Tämän vuoksi olemassa olevista rakenteista ja niiden kunnosta sekä toiminnasta on syytä kerätä mahdollisimman paljon tietoa ennen rakenne- ja luotettavuusanalyysin tekemistä.

4.1. Rakennesysteemien luotettavuus ja vaurionsietokyky

Ulkoisista tekijöistä johtuvat rakenteiden äkilliset vaurioitumiset ja sortumat johtuvat yleensä jostakin ennalta-arvaamattomasta tapahtumasta eivät niinkään tilastollisesta vauriomahdollisuudesta – rajatilafunktion varmuusmarginaalin vasemmasta hännästä. Onnettomuustilanteisiin voidaan varautua käyttämällä mitoituksessa onnettomuuskuormia, mutta vain tiettyyn rajaan asti. Onnettomuuskuormilla voidaan varautua ainoastaan sellaisiin tilanteisiin, jotka voidaan ennustaa. Täysin mallin ulkopuolelta tulevia poikkeustilanteita voi olla mahdoton hallita, sillä jos ne olisivat hallittavissa, eivät ne olisi poikkeuksellisia tai ennalta-arvaamattomia.

Tämänkaltaisia ennakoimattomia ja rakenteen käyttötarkoituksesta huomattavasti poikkeavia tapahtumia voivat olla esimerkiksi: erilaiset törmäykset, äärimmäiset luonnonvoimat, ihmisen virheellisestä toiminnasta johtuvat tapahtumat, sabotaasi, terrorismi. Rakenteiden tulisi kuitenkin olla sellaisia, että edes poikkeavan tilanteen vaikuttaessa ne eivät sortuisi kokonaan vaan vauriotapahtuma olisi vaiheittainen ja aikaa vaurion havaitsemiseen ja tarvittaviin toimiin vahingon seurausten minimoimiseen jäisi riittävästi.

Rakenteiden tai systeemien vaurionsietokyky (*engl. robustness*) voidaan määritellä rakenteen kyvyksi selviytyä ennalta arvaamattomista tai epätavallisista olosuhteista. Tämä tarkoittaa sitä, että rakenteella on riittävästi muodonmuutoskykyä ja kapasiteettia myös sellaisia kuormia tai tapahtumia vastaan joita varten sitä ei ole alun perin suunniteltu. Rakennesarjoitusta suunniteltaessa tulisi pohtia rakenteen vaurionsietokyvyn tasoja, jatkuvan sortuman estäminen on yksi vaurionsietokykyajattelun käytännön sovellutus normeissa. Rakenteen vaurionsietokykyyn ja sen huomioimiseen suunnittelussa on esitetty näkökohtia kirjallisuusviitteessä [43].

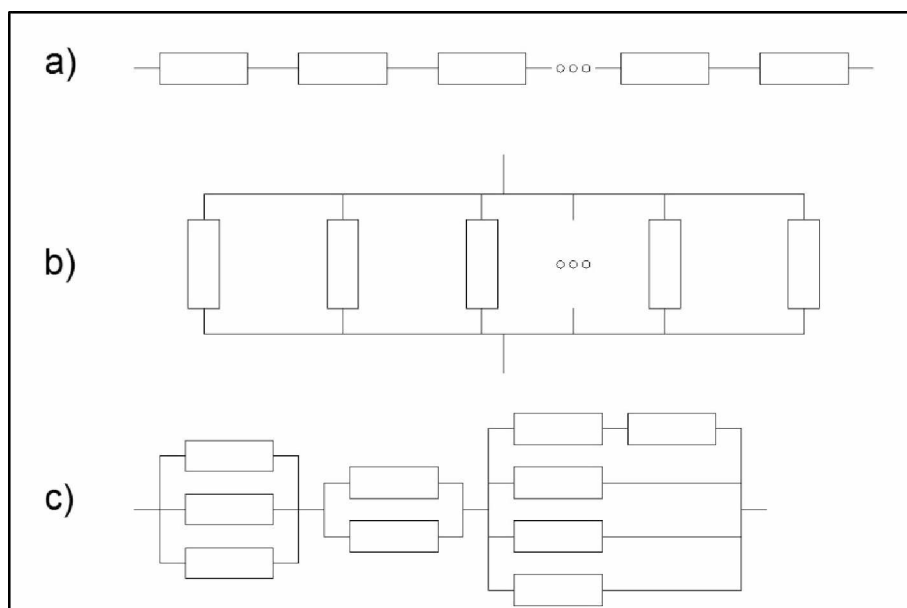
Esimerkiksi tulisiko sillan välituki toteuttaa yhdellä suurella vai kahdella pienemmällä pilarilla, jos ajatellaan törmäystä joka katkaisee tai poistaa välituen pilarin paikaltaan? Jos jatkuva sortuma on estetty, yhden välituen puuttuminen kokonaisuudessaan (yhden pilarin tapaus) ei sorruta koko siltaa, muodonmuutokset kannessa puuttuvan pilarin kohdalla ovat huomattavan suuret, mutta rakenteella on kuitenkin kyky

välittää puuttuvan pilarin kuorma muille pilareille. Lisäksi tällöin siltakannella olijat ovat havainneet vaurion ja lakanneet käyttämästä siltaa. Rakenne on kuitenkin menettänyt käytettävyytensä ja edessä on suuret korjaukset. Kahden pilarin välituen tapauksessa, toisen pilarin äkillisestä katketessa voi toinen pilari kyetä edelleen kannattelemaan rakennetta välituen kohdalla, vaikka sitä ei näin olisi suunniteltu, jolloin kannelle syntyvät vauriot voivat olla huomattavasti pienemmät.

4.1.1. Rakennejärjestelmän vaurionsietokyvyn perusteita

Rakenejärjestelmät voidaan kuvata yksinkertaisesti elementtimallien (kuva 4.1) avulla kytkemällä mahdollisesti vikaantuvia osia sarjaan tai rinnan. Tällä yksinkertaisella tavalla voidaan hahmottaa rakenejärjestelmän kokonaistoimintaa. Jokainen elementti mallissa kuvaa yhtä vauriomoodia tai vaurioituvaa rakeneosaa. Vastaavasti kaavio kuvaa koko rakennetta. Perustapaukset ovat sarjasysteemi ja rinnakkainen systeemi (kuvassa 4.1 a) ja b)).

Kuvasta 4.1 voidaan heti havaita, että rinnakkainen järjestelmä b) on perustapauksista sietää paremmin vaurioitumista ts. vähemmän riippuvainen yhden komponentin vaurioitumisesta, kun taas sarjasysteemissä yhden komponentin vikaantuminen katkaisee koko systeemin. Yleisesti kuviteltavissa olevat rakenejärjestelmät ovat näiden yhdistelmiä. Nämä ovat kuitenkin helpohkosti palautettavissa perustapausten muotoon, sarjaan kytkettyjä rinnakkaissysteemejä tai sarjasysteemejä rinnakkain.



Kuva 4.1 Esimerkkejä rakenejärjestelmistä a) sarjasysteemi b) rinnakkainen systeemi c) yhdistetty systeemi

Laskennallisesti tarkasteltuna systeemin luotettavuuden suhtautuminen yksittäisen rakeneosan luotettavuuteen voidaan perustapauksissa ja jos yksittäisten rakeneosien vauriotodennäköisyyksien välillä ei ole korrelaatiota, esittää seuraavien kaavojen avulla:

Sarjasysteemille:

$$P_F = 1 - P_S = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \quad (4.1)$$

Rinnakkaiselle systeemille kun kuormien uudelleen jakautumista ei huomioida:

$$P_F = \prod_{i=1}^n P(F_i) \quad (4.2)$$

Mikäli osien vauriotodennäköisyyden välillä on keskinäistä korrelaatiota, saadaan sarjasysteemille ja rinnakkaissysteemin vauriotodennäköisyydelle seuraavat rajat:

Sarjasysteemi:

$$\max_{i=1}^n \{P(F_i)\} \leq P_F \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \quad (4.3)$$

Täysi korrelaatio Ei korrelaatiota

Rinnakkaissysteemille kun kuormien uudelleen jakautumista ei huomioida:

$$\prod_{i=1}^n P(F_i) \leq P_F \leq \max_{i=1}^n \{P(F_i)\} \quad (4.4)$$

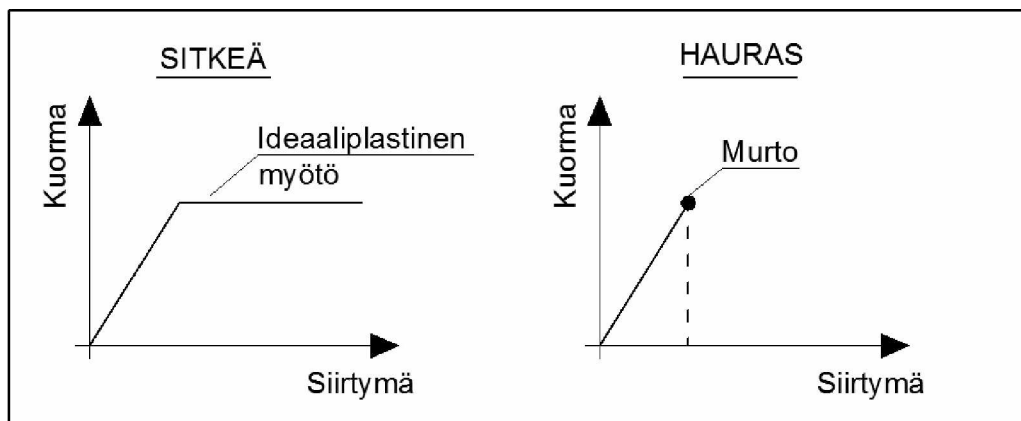
Ei korrelaatiota Täysi korrelaatio

Tämä on loogista, koska täyden korrelaation vallitessa sarjasysteemin vauriotodennäköisyyden alaraja on suurin yksittäisen elementin vauriotodennäköisyys. Toisin sanoen "ketju on enintään yhtä luotettava kuin sen vähiten luotettava yksittäinen lenkki".

Vastaavasti, jos rinnakkainen systeemi on sen kaltainen, että yksikin vaurioitumaton elementti riittää pitämään systeemin vaurioitumattomana on koko systeemin vauriotodennäköisyys yksittäisten elementtien vauriotodennäköisyyksien tulo. Looginen seuraus näistä oletamuksista on, että systeemin vaurioitumistodennäköisyys on enintään yhtä suuri kuin suurin vauriotodennäköisyys yksittäiselle elementille.

4.1.2. Rakenteen murtumistavoista

Kun rakennusmateriaalia kuormitetaan murtotilaan, ovat materiaalin murtumiskäyttäytymisen ääripäät sitkeä ja hauras murtotapa. Monissa tapauksissa ollaan jossain näiden ääripäiden välillä. Rakenneosa koostuu materiaaleista ja rakenneosan toiminta murtotilassa voi yhtäläillä olla sitkeää tai haurasta. Aina ei ole selvää, että jos rakenneosa sisältää haurasta materiaalia, olisi sen murtumistapa aina hauras. Esimerkiksi betonin puristusmurto ei ole sitkeä, silti on mahdollista valmistaa sitkeitä teräs-betonirakenteita tiettyjen reunaehtojen vallitessa.

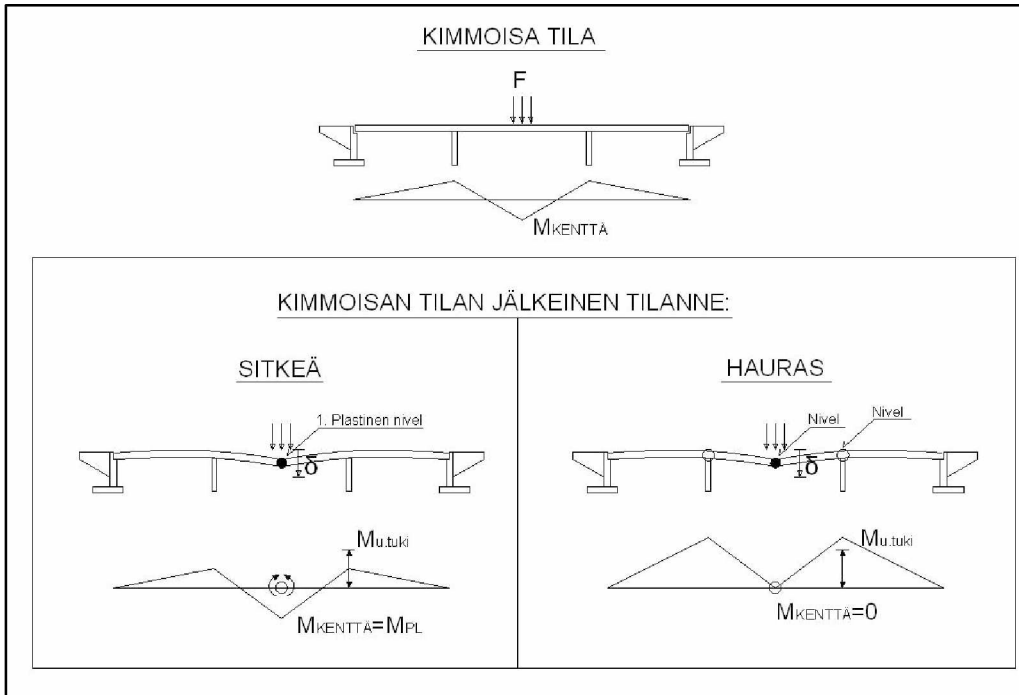


Kuva 4.2 Materiaalin tai rakenneosan mahdollisia murtokäyttäytymisiä

Rakennesysteemien kannalta tämä tarkoittaa puolestaan sitä, että yksittäisellä rakenneosalla voi murtotapansa myötä olla merkittävä vaikutus rakenteen vaurionsietokykyyn. Rakennesysteemin jäännöslujuuteen yksittäisen rakenneosan vaurioituttua vaikuttaa tämän rakenneosan murtotavan sitkeys tai hauraus. Toisin sanoen: jääkö vaurioitunut rakenneosa kannattelemaan muuta systeemiä esimerkiksi kuvan 4.6 tapaisella plastisella kapasiteetillaan, vai siirtyvätkö kuormat muiden rakenneosien kannateltaviksi.

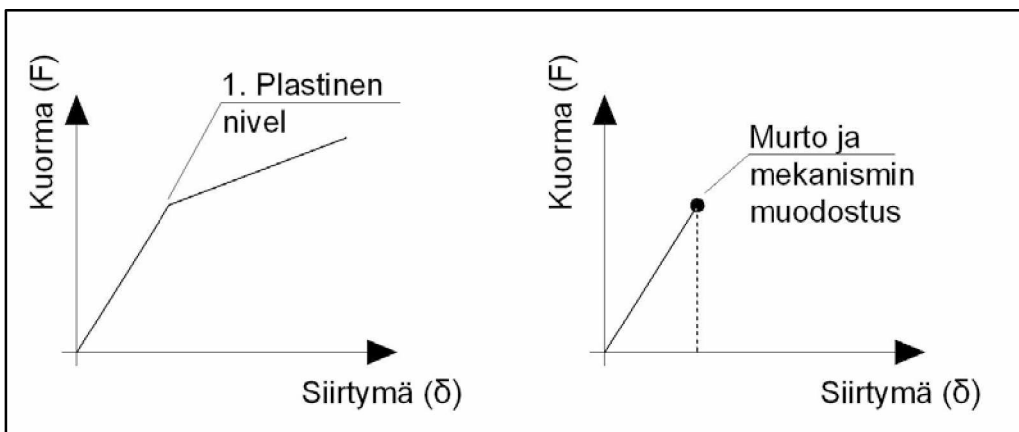
Murtotavalla on myös suuri vaikutus rakenteelta vaadittuun tavoiteluotettavuuteen, kuten kohdassa 3.3 esitettiin. Mikäli rakenteella on riittävästi muodonmuutoskykyä tai vikaantumisen jälkeisiä moodeja, voidaan sille sallia suurempi vauriotodennäköisyys. Tästä esimerkkinä voi olla vaikkapa jatkuvan palkin tai laatan mekanisminmuodostus kuormituksen ylittäessä ensimmäisen rajakuorman arvon. Kuormituksen kasvaessa tämän jälkeen rakenteen muodonmuutokset kasvavat nopeammassa tahdissa ja ovat pysyviä. Tällaisessa tapauksessa kysymys siitä, tulisiko tavoiteluotettavuutta soveltaa jo ensimmäiseen vauriomoodiin joutumisen kannalta vai vasta rakenteen lopulliseen murtoon on varmasti tapauskohtainen eikä yleispätevää vastausta voi antaa. Karkeana pohdintana voisi ajatella, että jos ensimmäinen moodi katsotaan rakenteen vaurioksi, eikä sen jälkeistä kapasiteettia hyödynnetä kantavuustarkastelussa, voidaan hyväksyä alempi luotettavuusindeksi. Perusteena tälle on kappaleessa 3.3 esitetty ajatus siitä, että mitä pienemmät ovat rajatilaan joutumisen seuraukset, sitä suurempi todennäköisyys vauriolle voidaan sallia.

Siltarakenteen kannalta asiaa voidaan havainnollistaa seuraavan esimerkkikuvan avulla. Staattisesti määräämättömässä rakenteessa voi kuvan kuormitustilanteessa syntyä plastinen nivel keskelle aukkoa, kun kuorman aiheuttama rasitus ylittää suuruudeltaan rakenteen kimmoisan kapasiteetin.



Kuva 4.3 Rakenteen sitkeä ja hauras käyttäytyminen ensimmäisen rajakuorman ylittymisen jälkeen.

Kimmoisan tilan jälkeisessä tilanteessa mikäli rakenne on toiminnaltaan kuvassa 4.3
 1) Sitkeä, voi kuorma edelleen kasvaa, joskin muodonmuutokset kasvavat tällöin nopeammin kuin alkutilanteessa. 2) Hauras; jossa keskiaukkoon syntyvä nivel menettää kantavuutensa.



Kuva 4.4 Kuvan 4.3 sillan käyttäytyminen rajakuorman ylityksen jälkeen.

Rakenteen käyttäytyminen rajatilassa (siirtymä kuorman funktiona) on esitetty kuvassa 4.4 sekä sitkeälle että hauraalle tapaukselle. Sitkeää tapaus voidaan kuormittaa vielä rajakuorman ylittymisen jälkeen, koska plastinen nivel jatkaa kiertymistään ottamatta kuitenkaan enempää taivutusmomenttia. Tämä vaihe kestää kunnes seuraavan kohdan rajakuorma ylittyy ja syntyy uusi nivel esimerkiksi tuelle.

Sitä vastoin hauraalla tapauksella murto on äkillinen ja keskiaukko menettää kantokykynsä sillä seurauksella, että ympäröivät palkit alkavat toimia ulokkeina ja on mahdollista, että välittömästi keskiaukon nivelen synnyttyä aiheutuu tilanne, jossa myös kapasiteetti tuella ylittyy ja muodostuu mekanismi, koska syntynyt nivel ei käyttyädy plastisesti. Tämän esimerkin rakenteet ovat pelkistettyjä ja useimmat rakenteet ovat

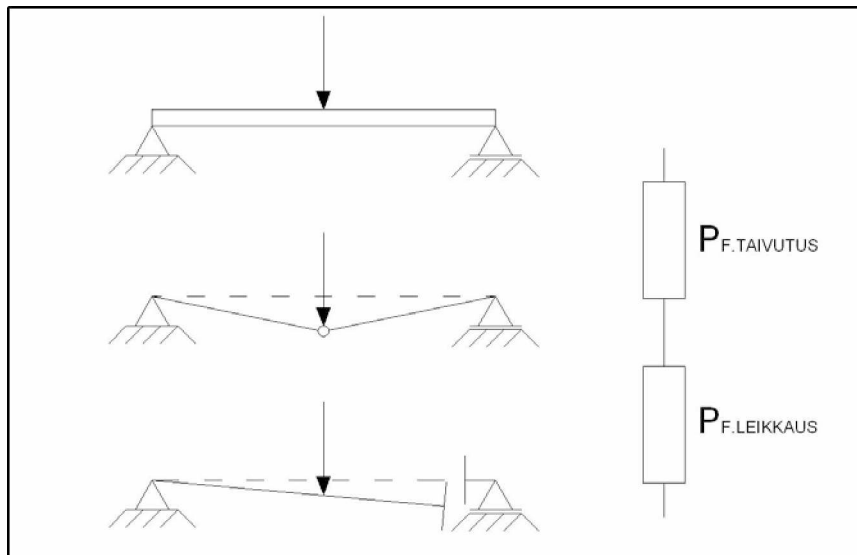
jotakin näiden väliltä eli esimerkiksi käyttäytyvät sitkeästi tiettyyn rajaan asti jakaen kuormia uudelleen vielä kantaville osille.

4.1.3. Rakenteen toiminnan muuttuminen

Sarjasysteemi

Perustapauksista sarjasysteemissä ei ole systeemin vaurionsietokyvyn kannalta merkitystä onko yksittäisen elementin murtotapa sitkeä vai hauras. Ensimmäisen elementin joutuessa rajatilaan koko systeemi joutuu rajatilaan, puhtaalla sarjasysteemillä ei ole ensimmäisen vaurion jälkeisiä moodeja. Tämän vuoksi rakennesysteemit tulisi suunnitella siten, että ne eivät olisi liian sarjamaisia.

Esimerkki sarjasysteemistä voisi olla staattisesti määrätty yksiaukkoinen palkki, jossa tarkasteltavia vauriotyyppejä on kaksi: taivutusmurto ja leikkausmurto. Mekanismi muodostuu ja rakenne sortuu, jos jompikumpi näistä kahdesta rajatilasta ylittyy.



Kuva 4.5 1-aukkoisen palkin vauriomoodit; taivutus- ja leikkausmurtuminen

Kuvasta huomataan, että rakenteen luotettavuuden ylärajan määrittää heikompi tutkittavista ilmiöistä, jolloin jäljelle jäävällä ei ole merkitystä heikomman elementin vaurioitumisen jälkeisiin tapahtumiin. Matemaattisesti esitettynä: tapahtuma A = taivutusmurto, tapahtuma B = leikkausmurto.

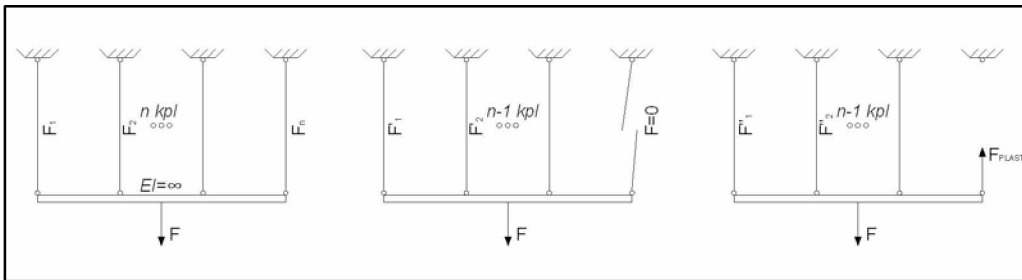
$$P_F = P(A \cup B) \quad (4.5)$$

Rinnakkainen systeemi ja kuormien uudelleenjakautuminen

Rinnakkaisessa systeemissä on vaurionsietokyvyn kannalta merkitystä sillä, onko yksittäisen rakenneosan murtotapa sitkeä vai hauras. Rinnakkainen systeemi vaurioituu/sortuu vasta kun sen kaikki komponentit ovat vaurioituneet. Rakennesysteemit on useimmiten suunniteltu siten, että jokainen rinnakkainen osa kantaa normaalitilanteessa sille tulevan kuorman eli systeemissä ei ole normaalitilanteessa täysin ylimääräisiä osia.

Jos yksittäisen osan murtumistyyppi on hauras eikä vaurioitunut osa osallistu enää systeemin toimintaan, voi rakennesysteemiä kohdata domino-ilmio. Tämä tarkoittaa, että vaurioituneen osan kuormat jakautuvat muille rinnakkaisille osille. Tämän jälkeen, jos rinnakkaiset osat eivät vaurioitu (eli sortuma jatku), voidaan kuormaa lisätä kunnes taas seuraava yksittäinen osa vaurioituu.

Vastaavasti toisessa ääripäässä, jossa yksittäisen rakenneosan murtumistyyppi on sitkeä (kuvan 4.2 a)) kaltainen on tällä suuri merkitys rakenteen ensimmäisen rakenneosan murron jälkeiseen käyttäytymiseen. Vaurioitunut osa ei menetä tällöin äkisti lujuuttaan vaan vastustaa edelleen systeemin tilan muutosta.



Kuva 4.6 a) Rinnakkainen systeemi jossa n -elementtiä b) ensimmäinen elementti murtuu hauraasti c) ensimmäinen elementti murtuu sitkeästi

Kuvassa 4.6 a) rakennejärjestelmää kuormittava voima jakautuu tasan vetosauvoille. Yksittäiselle sauvalle on tällöin voima $F_i = F/n$. Kuvassa 4.6 b) ensimmäisen vetosauvan murto on hauras, jolloin sauva ei välitä enää voimaa. Näin ollen kaikille ehjille sauvoille syntyy kuormitus $F'_i = F/(n-1)$. Vastaavasti kuvan 4.6 c) tapauksessa ensimmäisenä murtuvan vetosauvan murto on sitkeä. Tällöin jäljellejääville ehjille sauvoille syntyy kuormitus $F''_i = (F - F_{n,PLAST})/(n-1)$. On selvää, että jos kuorma F jatkaa edelleen kasvamistaan ensimmäisen rakenneosan vaurion jälkeen, on kuvan 4.6 c) järjestelmä näistä vaurionsietokykyisin. Vastaavasti, kuvan 4.6 b) tapauksessa todennäköisyys jatkuvalla sortumalla on suuri, varsinkin jos yksittäisten rakenneosien mitoitus on viety äärimmilleen siten, että ylimääräistä kapasiteettia ei juuri ole.

Mitoituksessa käytettävällä varmuuskertoimella on siis suuri merkitys tämänkaltaisen systeemin c) vaurionsietokyvyssä. Muille elementeille siirtyvä rasitus on n -elementin rinnakkaissysteemeissä eli vain hetki ennen murtoa vaurioituneella rakenneosalla ollut rasitus täytyy ottaa muilla rakenneosilla:

$$F_{TRANS} = \frac{1}{n-1} \cdot \gamma \cdot F_i \quad (4.6)$$

jossa γ edustaa yksittäisen osan kokonaisvarmuutta.

$$\gamma = \frac{R_i}{F_i} \quad (4.7)$$

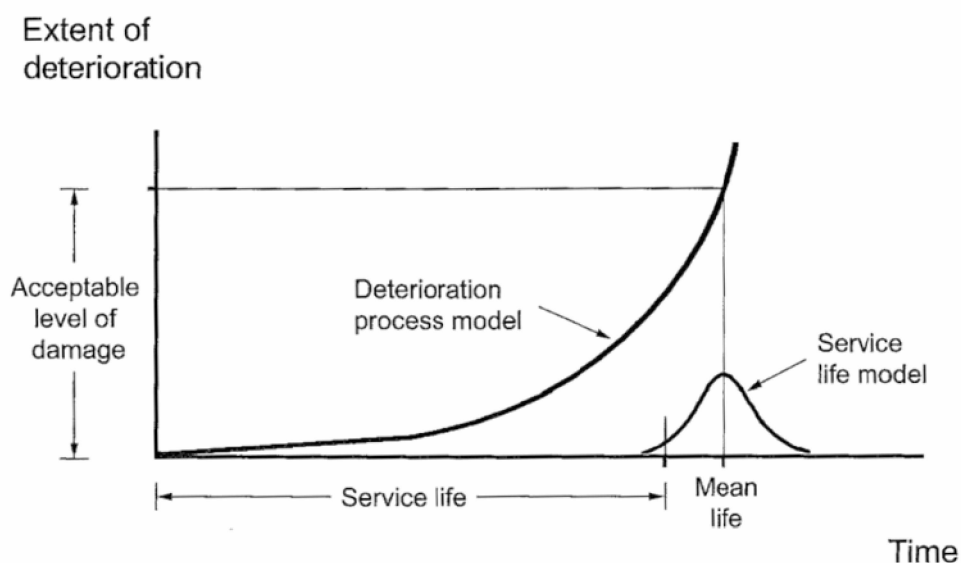
jossa R_i = Murtokapasiteetin ominaisarvo rakenneosalle
 F_i = Rakenneosan kuorman ominaisarvo

Myös yksittäisen rakenneosan tapauksessa voi lopulliseen kantavuuden menettämiseen olla useita askelia. Tyypillisin yksinkertainen esimerkki on sellaisen yksiaukkoi- sen palkin toiminta, jossa toinen tuki ei ole liikutuki. Rakenteella tai rakenneosalla

voi olla hyvinkin suuri jälkikriittinen kapasiteetti, koska rakennemalli muuttuu edullisemmaksi alkuperäiseen verrattuna. Tässä tapauksessa rakenteeseen muodostuu taiputus- tai vauriokapasiteetin ylityttyä riittävän monta plastista niveltä, jolloin kuorma välittyy pääosin vedon avulla – rakenne kantaa kuorman köysirakenteena.

4.1.4. Etenevät vauriot

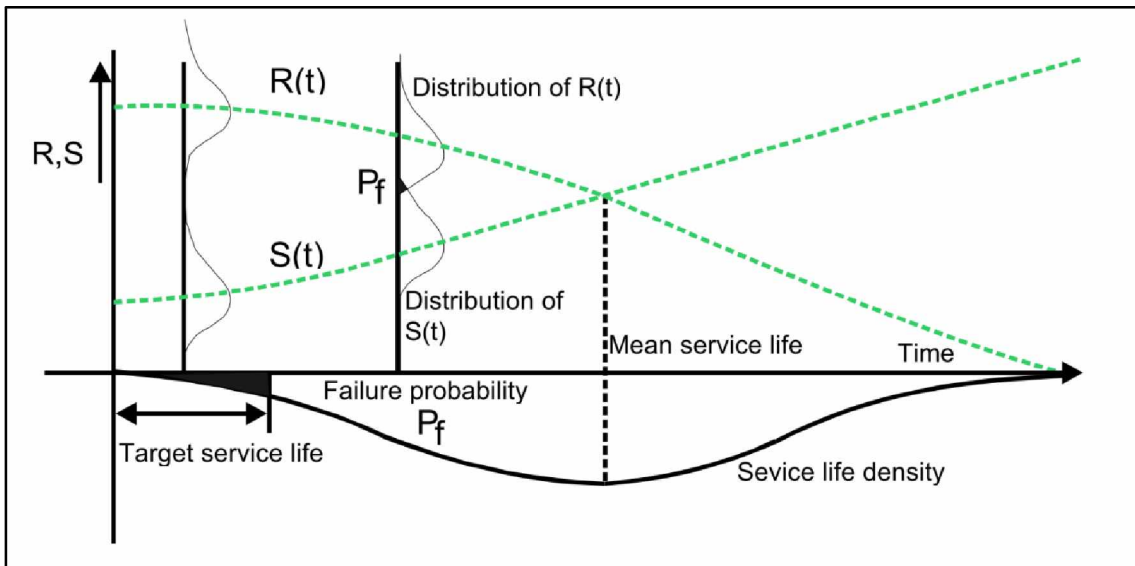
Rakenteen vikaantuminen voidaan käsittää myös rakenteen tai rakennejärjestelmän sisäisistä syistä johtuvaksi varmuuden alenemiseksi. Rakenneosan tai rakennusmateriaalin turmeltuminen tai ominaisuuksien huonontuminen ajan funktiona vaikuttaa loogisesti myös rakenteen kapasiteetin kehittymiseen.



Kuva 4.7 Periaatekuva rakenteen käyttöiän määrittämisestä/ennustamisesta [8]

Materiaalien turmeltumisen myötä rakenteen kapasiteetin odotusarvo μ_R laskee, samalla rakenteen kapasiteettiin liittyvä epävarmuus voi kasvaa, jos materiaaliominaisuuksien hajonta ja epävarmuus kasvavat. Rakenteen ikääntyessä ja materiaalien huonontuessa, kestävyuden jakauma siirtyy vasemmalle päin ja levenee (esim. kuva 3.2). Vastaavasti rasituksen epävarmuus voi kasvaa ajan funktiona samoin kuin sen odotusarvokin. Tämä johtuu useiden rakenteeseen vaikuttaville kuormille ominaisesta taipumuksesta noudattaen jotakin ääriarvojakaumaa. Tarkasteluajan kasvaessa myös odotettavissa oleva maksimikuorma kasvaa.

Kuvassa 4.8 on esitetty kapasiteetin R ja rasituksen S jakaumien muuttumista ajan funktiona. pystyakselilla on kapasiteetin ja rasituksen suuruus, vaakakselilla aika. Vihreä katkoviiva kuvaa kapasiteetin tai rasituksen odotusarvon kehittymistä ajan funktiona. Vaakakselin alapuolella on vauriotodennäköisyyden tiheysfunktio ajan funktiona. Näin ollen voidaan päätellä, että on noin 50 % todennäköisyys, että rakenne kestää vaurioitumatta ajanhetkeen 'mean service life' asti, eli siihen pisteeseen, jossa kapasiteetimuuttujan ja rasitusmuuttujan odotusarvot leikkaavat eli jakaumat ovat kokolailla päällekkäin. Vastaavasti voidaan ajatella, että todennäköisyys rakenteen vauriolle suunnitellun käyttöiän 'target service life', (kuvassa mustattu fraktiili) aikana tulee olla pieni.

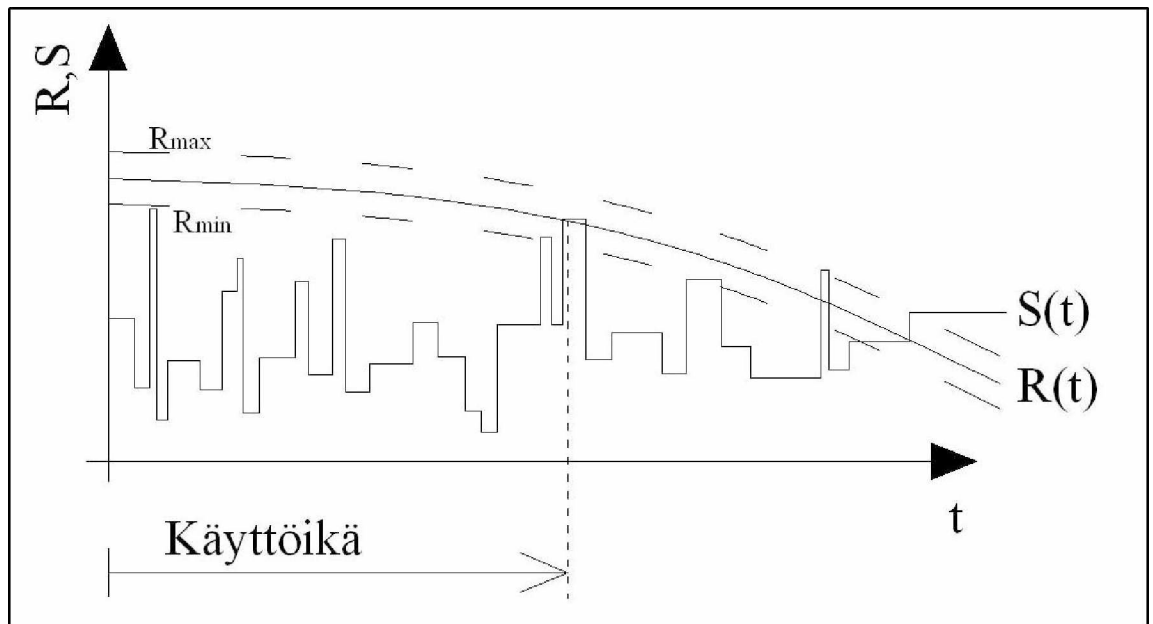


Kuva 4.8 Periaatekuva rasituksen ja kapasiteetin ajallisesta muuttumisesta. [34]

Jos rakenteen huonontuminen ajan funktiona ja siihen liittyvä epävarmuus tunnetaan, voidaan rakenteen kapasiteetin kehitys ratkaista ajan funktiona. Esimerkiksi betonirakenteen tapauksessa karbonatisoitumisrintaman eteneminen voidaan ennustaa, samoin korroosion alkamisajankohta. Tämän jälkeen, mikäli olosuhteet tunnetaan, voidaan luoda malli korroosion etenemiselle betonirauδοitteessa. Käytännössä laskelein on mahdollista saada ennuste raudoitemäärän vähenemiselle teräs-betonipoikkileikkauksessa ja sitä kautta rakenteen kapasiteetille. Ilmiön ollessa suhteellisen tunnettu, kuten karbonatisoitumiseen liittyvä korroosio, on mallin luominen verrattain suoraviivaista. Voimakkaasti satunnaisen ilmiön tapauksessa, kuten kloridikorroosio voi mallin luominen olla huomattavasti hankalampaa varsinkin yksittäiselle detaljille tai tietylle rakenneosalle tai sen tietylle poikkileikkaukselle. Suuressa mittakaavassa voidaan jälleen tilastollisin menetelmin saada hyväkin ennuste tai estimaatti rakenteen kantavuuden kehitykselle vaikkapa kloridikorroosion tapauksessa tutkittaessa kokonaisuutena koko laattasillan alapintaa.

Aikariippuvainen luotettavuusanalyysi

Kun tutkimuksen kohteena on luotettavuuden kehittyminen sillan jäljellä oleva käyttöikä aikana, on oleellista huomioida käynnissä olevien turmeltumismekanismien vaikutus rakenteen tai rakenneosan luotettavuuteen. Kuvan 4.8 ajatus voidaan selkeämmin esittää myös seuraavalla tavalla kuvassa 4.9, jossa kuorman kokonaisvaikutuksen intensiteetti on esitetty ajan suhteen vaihtelevana (yksittäisinä havaintoina). Yksinkertaisesti murtorajatilaa tutkittaessa rakenteen käyttöikä voidaan olettaa päättyvän siihen, kun kuormituksen vaikutus ylittää rakenteen kapasiteetin ensimmäisen kerran.



Kuva 4.9 Rakenteen kapasiteetin aleneminen sekä rakenteeseen kohdistuva kokonaiskuormitus ajan funktiona.

Kuvasta 4.8 ja 4.9 voidaan havaita, että myös rakenteen käyttöikä on käytännössä satunnaismuuttuja. Vaikka vaurioitumismalli rakenteen kapasiteetin laskulle tunnettaisiin miten hyvin tahansa, on ilmenevä rasitus satunnainen ja jollakin todennäköisyydellä kuvan 4.9 kuormituspiikki voi esiintyä myös aiemmin ja suurempana kuin kuvan tapauksessa. Toisaalta rakenteen kunto ajan funktiona sisältää epävarmuutta, joka on kuvassa 4.9 esitetty katkoviivalla. Kuvan 4.9 tapauksessa käyttöikä voisi loppua jo ensimmäiseen piikkiin vasemmassa reunassa, mikäli olisi niin, että rakenteen kuntoennuste olisikin alafraktilisissaan tällä hetkellä.

Kuvan 4.8 mukaisesti rakenteen kapasiteetti tai rasitus eivät pysy vakioina ajan suhteen vaan muuttuvat. Jos rakenteelle tarkastelujakson $(0, T)$ aikana syntyvät toisistaan riippumattomat rasitustapahtumat S_i , tapahtuvat ajanhetkinä t_i , on kumulatiivinen vauriotodennäköisyys tarkasteluajanjaksolla muotoa [35]:

$$P_F(T) = 1 - P[R(t_1) > S_1 \cap R(t_2) > S_2 \cap \dots \cap R(t_n) > S_n] \quad (4.8)$$

jossa $R(t_i)$ vastaa rakenteen kapasiteettia hetkellä t_i . Toisinsanoen kullakin tarkastelujakson ajanhetkellä on oltava voimassa, $R_i > S_i$. Jotta voitaisiin huomioida rakenteen kapasiteetin väheneminen ajan funktiona, on esimerkiksi viitteissä [36] ja [35] esitetty vaurioitumisfunktion käsite. Olkoon se tässä yhteydessä vaikkapa $y(t)$. Funktio $y(t)$ määrittää jäljellä olevan prosenttiosuuden alkukapasiteetista ajanhetkellä t seuraavasti.

$$R(t) = R_0 \cdot y(t) \quad (4.9)$$

jossa R_0 = Kapasiteetti tarkastelujakson alussa, satunnaismuuttuja.

Esimerkiksi teräsbetonipoikkileikkaukselle vaurioitumisfunktio on teräskorroosion tapauksessa määritetty muotoon:

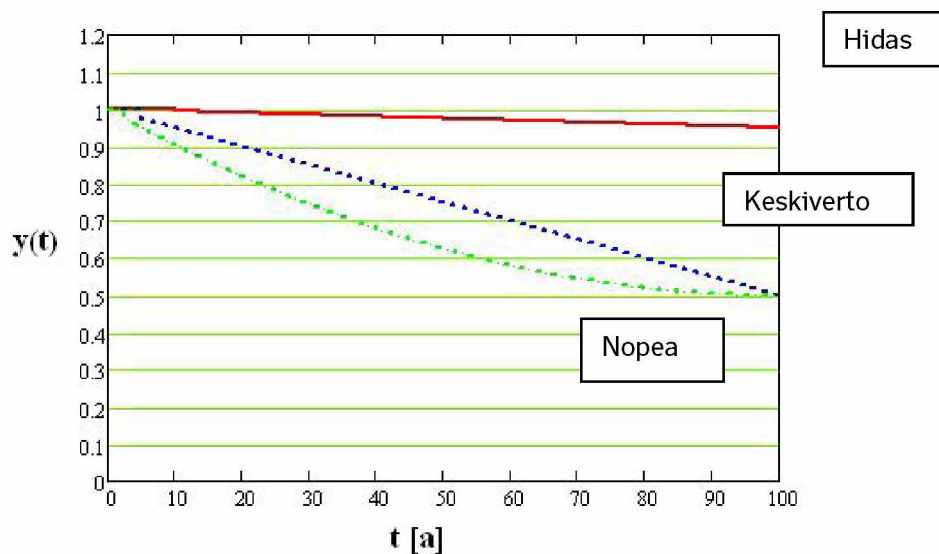
$$y(t) = 1 - k_1 \cdot t - k_2 \cdot t^2 \quad (4.10)$$

jossa kertoimet k_1 ja k_2 ovat vaurioitumisnopeuden määrittävät kertoimet, jotka on johdettu rajallisesta otosmäärästä teräsbetonipalkkeja jotka on kokeellisesti altistettu korroosio-olosuhteille.

Taulukko 4.1 Kertoimet kaavaan 4.10 riippuen rakenteen turmeltumisnopeudesta.[37]

| Rakenteen kunnan huononeminen | k_1 | k_2 | T_i [a] |
|-------------------------------|--------|---------|--------------|
| Hidas | 0,0005 | 0 | 10 |
| Keskiverto | 0,005 | 0 | 5 |
| Nopea | 0,01 | 0,00005 | 2,5 |

Taulukon 4.1 viimeinen sarake T_i määrittää korroosion alkamisajankohtaa tarkastelujaksolla. Käyttämällä tämän taulukon arvoja vaurioitumisfunktiossa tulee siten automaattisesti oletus, että mikäli korroosio alkaa tarkastelujaksolla nopeasti, on myös rakenteen huononeminen nopeata.



Kuva 4.10 Rakenteen kapasiteetti alkuperäisestä kaavan 4.10 ja taulukon 4.1 kertoimien mukaisesti ajan funktiona.

Viitteissä ei ole otettu kantaa taulukossa 4.1 esitettyjen kertoimien satunnaismuutteluun vaan näitä on pidetty vakioina. Tarkempien tutkimusten perusteella olisi varmasti mahdollista luoda myös toisenlaisia vaurioitumisfunktioita kertoimien teräsbetonipoikkileikkaukselle.

Etenevien vaurioiden osalta on syytä kiinnittää huomiota edellä mainittujen lisäksi myös vaurioitumisen matemaattisen mallin tai murtotavan muuttumiseen ajan funktiona. Teräsrakenteissa saattaa korroosion myötä poikkileikkausmitat pienentyä si-

ten, että rakenteen murtuminen tapahtuu stabiilisuuden menetyksen kautta, esimerkiksi nurjahdus tai lommahdus.

Tiettyjen rakenteiden osalla murtotapa saattaa muuttua sitkeästä hauraaksi. Esimerkiksi betonin pakkasrapautuessa riittävästi teräsbetonipoikkileikkaus saattaa muuttua normaaliraudoitettu ylliraudoitetuksi tai vastaavasti poikkileikkauksen teräsmäärän vähenemisen tai terästen tartunnan pettämisen myötä aliraudoitetuksi. Tällaisissa tapauksissa rakenteen murtotapa on alkuperäisestä poikkeava (jopa äkillinen, hauras), joten tavoiteluotettavuus on asetettava korkeammalle tällaista rakennetta tutkittaessa.

Tällaisia asioita ei yhdellä rajatilayhtälöllä luonnollisesti pystytä selvittämään, vaan kukin vauriomuoto on tutkittava erikseen sekä mahdollisesti ratkaistava riittääkö koko rakenteen pettämiseen, mikäli yksi näistä moodeista toteutuu eli onko systeemi sarjamainen vai rinnakkainen ks. kappale 4.1.1.

4.2. Rakenteiden kantavuuteen liittyvän epävarmuuden vähentäminen

4.2.1. Koekuormittaminen

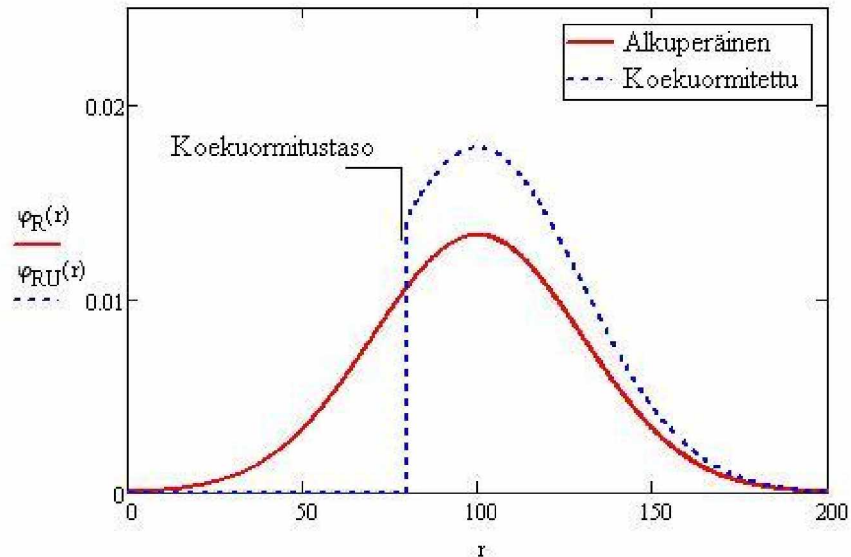
Sillanrakennuksessa ja siltojen kantavuuden arvioinnissa koekuormitusten järjestäminen on ollut eräs historian saatossa käytetyistä menetelmistä tapauksissa, joissa sillalle asetetusta painorajoituksesta halutaan päästä eroon tai tilanteessa jossa sillan yli halutaan kuljettaa poikkeuksellisen raskasta erikoiskuljetusta. Koekuormituksen tarkoituksena ei ole ratkaista sillan äärimmäistä kantavuutta, vaan asettaa sillalle valvotuissa olosuhteissa sellainen kuormitus, jonka aiheuttama rasitus vastaa tutkittavan rasitussuureen osalta suurimman mahdollisen liikennekuorman aiheuttamaa rasitusta. Näin menetellen voidaan koekuormituksen tarkoituksesta riippuen, joko poistaa painorajoitus tai säilyttää se ennallaan, mikäli sillan kunnan huononemisen vuoksi on ennen koekuormitusta ollut syytä epäillä painorajoituksen riittävyttä.

Mikäli koekuormituksen tuloksia sovelletaan luotettavuusanalyysiin, on mahdollista saada rakenteen toiminnasta ja kunnosta arvokasta lisätietoa sekä saada vahvistusta tai korjausta rakenteen analyysiin käytettävän laskentamalliin. Tapauksissa, joissa rakennemalli on epäselvä, toisin sanoen ei välttämättä tiedetä tarkalleen millaista mallia tulisi staattiselle systeemille käyttää, voidaan koekuormitusjärjestelyllä ja mittauksilla empiirisesti tehdä havaintoja rakenteen toiminnasta. Verratessa laskentamallia todellisen rakenteen käyttäytymiseen kuormitettaessa, voidaan laskentamallin todeta ennustavan rakenteen käyttäytymistä varsin konservatiivisesti. Syitä tällaiseen poikkeamaan ovat mm. rakenteen toiminta kokonaisuutena, kuormien jakautuminen, tukien vapausasteiden epäideaalisuus, ei-rakenteellisten osien toiminta.

Kuten kappaleen 2.2.3 esimerkissä Bayesin teoreeman yhteydessä asiaa sivuttiin, koekuormittamalla rakennetta saadaan välittömästi tieto, että rakenteen kapasiteetti on suurempi kuin koekuormituksella aikaansaatu rasitus. Tästä seuraa, että kapasiteetin epävarmuus vähenee. Bayesin teoreeman avulla lausuttuna seuraavasti [22]:

$$P_F = P(R' - s \leq 0 | R > l) = \frac{P(R \leq s \cap R > l)}{P(R > l)} \quad (4.11)$$

Eli toisin sanoen: Millä todennäköisyydellä rakenne sortuu rasituksella s (= rajatilayhtälö saa pienemmän arvon kuin 0), jos se on kestänyt koekuormituksen aikaansaaman rasituksen l .



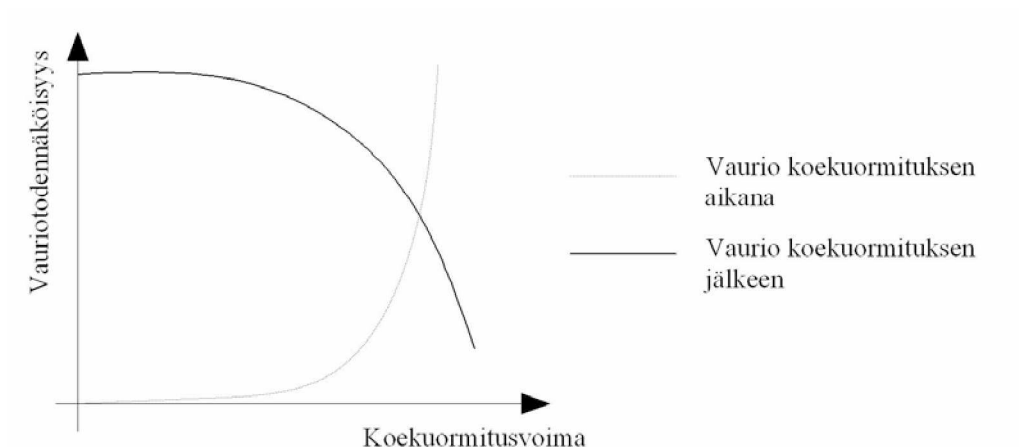
Kuva 4.11 Alkuperäinen kapasiteetin jakauma sekä koekuormituksen jälkeen päivitetty jakauma.

Kuva 4.11 esittää kapasiteettimuuttujan satunnaisuuden muutosta onnistuneen koekuormituksen suorittamisen myötä. Koekuormitetun rakenteen kapasiteetin tiheysfunktio voidaan katkaista koekuormitustason kohdalla, tässä tapauksessa 80 % odotusarvosta. Jäljellejäävää osaa on luonnollisesti skaalattava, jotta tiheysfunktio täyttäisi kappaleen 2.2.2 kohdassa sille asetetun ehdon 2.28.

Rakenteiden koekuormittaminen on työlästä ja aikaa vievää, usein myös kallista. Mikäli rakenteen toimintaa tai kantavuutta päädytään kuitenkin tarkastelemaan koekuormituksen avulla, täytyy sopivan koekuormituksen valinnassa huomioida seuraavat perusnäkökohdat:

- Koekuormitusrasituksen ollessa liian suuri, kasvaa riski sille, että rakenne vaurioituu tai sortuu koekuormituksen aikana. (testaamiseen liittyvä riski)
- Pienellä koekuormitustasolla ei voida saada suurta hyötyä sillan luotettavuuden kannalta ks. kuva 4.12

Näin ollen ongelmaksi muodostuu sopivan koekuormitusvoiman ja sen aiheuttaman rasitustason määrittäminen. Tilastollisella lähestymistavalla luotettavuusanalyysiä hyödyntäen on mahdollista haarukoida sopivaa koekuormitustasoa, jolla sillan kantavuus ja turvallisuus ulkoisille kuormille voidaan vahvistaa siten, että riski vaurioitumisesta koekuormituksen aikana ei kasva liian suureksi. Tässä voidaan hyödyntää hyöty-kustannus-analyysiä ja sallia erilaisia vauriotodennäköisyyksiä eri tilanteissa. Esimerkiksi valvotuissa oloissa koekuormitettavalle ja muulta liikenteeltä suljetulle sillalle on mahdollista sallia suurempi vauriotodennäköisyys kuten kappaleessa 3.3 on esitetty.



Kuva 4.12 Vauriotodennäköisyydet koekuormitusvoiman funktiona

Rakenteen luotettavuutta on mahdollista päivittää myös kohtelemalla rakennetta kohdanneita kuormia koekuormituksen tavoin. Kauan käytössä ollut rakenne on käytännössä osoittanut, että sen kapasiteetti on suurempi kuin suurin tänä ajanjaksona rakennetta kuormittanut rasitus. Rakenteen kunnan huononeminen ajan funktiona pienentää tosin tästä saatua hyötyä. Tällä tavalla ajateltuna koekuormituskuorma ja sen aikaansaama rasitus täytyy käsitellä myös satunnaismuuttujana, koska koekuormitustasoa ei ole varmennettu.

Viitteessä [35] on esitetty, että rakennetta käyttöiän aikana kuormittanut suurin kuorma ts. liikennekuorman ääriarvon keskiarvo voidaan laskea Gumbel-jakauman kautta asettamalla $n=n_s$, jossa n viittaa ajanjaksoon, jonka ajalta kuormien ääriarvojen jakauma tunnetaan.

4.2.2. Monitoroinnin soveltaminen

Luotettavuusanalyysin soveltaminen olemassaolevalle rakenteelle vaatii rakennemallin sekä rakenteen vaurioitumismallin ja näihin liittyvien satunnaismuuttujien selvittämistä. Käytettävät rakennemallit voivat olla hyvinkin idealisoituja sekä vaikuttavat parametrit hyvinkin kevein perustein määritettyjä.

Rakenteen monitoroinnilla on mahdollista saada reaaliaikaista lisätietoa rakenteen toiminnasta kuormituksen alaisena ja tutkia käytettävän rakennemallin vastaavuutta todellisuuteen. Tämän lisätiedon avulla on mahdollista päivittää rakenteen vauriotodennäköisyyttä sekä saada mahdollisesti lisätietoa rakenteen toiminnasta. Esimerkiksi, jos rakenteelle tuleva muuttuva kuormitus tunnetaan, on mahdollista päätellä rakennemallin avulla rakenteen taipuma tai jännitykset. Olemassa olevasta rakenteesta voidaan vastaavasti kuormituksen vaikuttaessa tehdä mittauksia jostakin helposti mitattavasta suureesta ja tehdä päätelmiä rakenteen kunnosta.

- Mikäli todellisesta rakenteesta mitatut suureet ovat pienempiä kuin mitä rakennemallilla saadut, on rakennemalli ylikonservatiivinen tai rakenteessa käytetyt materiaalit parempia, kuin mitä on mallissa oletettu
- Vastaavasti vaikutus voi olla myös toiseen suuntaan. Eli todellinen rakenne osoittautua huonommaksi, kuin mitä malli ennustaa.

- Rakenteesta voidaan mitata haluttua ominaisuutta joko suoraan tai epäsuorasti.

Viitteessä [22] on esitetty esimerkin avulla rakenteen luotettavuuden päivittäminen epäsuorasti koejärjestelyin saadun mittaustuloksen avulla.

Liipasinarvot ja sovellutukset

Olemassa olevan rakenteen käytön aikaisen monitoroinnin sovellutuksena voidaan mainita mitattavien raja-arvojen asettamisen, joiden avulla valvotaan rakenteen kunnon kehittymistä. Toisin sanoen määritetään jokin mitattava suure (esimerkiksi siirtymä tai kiihtyvyys), jolla tiedetään olevan yhteys rakenteen kunnon kanssa. Kuten aiemmassakaan, tässäkin yhteydessä ei ole välttämätöntä, että korrelaatio mitattavan suureen ja rakenteen turvallisuuteen vaikuttavan suureen välillä ei ole täydellinen.

Liipasinarvo määritetään siten, että sen ylittyessä rakenteen vauriotodennäköisyys on kasvanut yli hyväksyttävän rajan ts. luotettavuus laskenut alle tavoiteluotettavuuden. Tällä tavoin voisi olla mahdollista hyödyntää loppuun käytettäviä rakenteita entistä paremmin. Liipasinarvoa määritettäessä on huomioitava monitorointi ja mittausjärjestelmän luotettavuus eli tilanne, jossa mittaaminen antaa väärää tietoa rakenteen toiminnasta. Tämä voidaan käsittää jonkinasteisena mallivirheenä – mahdollisuutena sille, että tilanne onkin huonompi kuin mitä saadut mittaustulokset antavat ymmärtää.

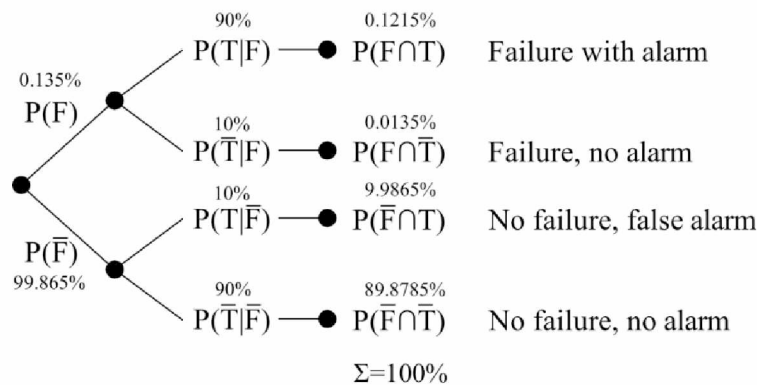
Kuten muukin monitoroinnin soveltaminen luotettavuuden määrittämisessä tai parantamisessa, perustuu ajatus liipasinarvoista Bayesin teoreemalle ja vaurion seurausten vähentämiselle jolloin vauriotodennäköisyys voidaan määritellä seuraavasti: Yllättävä vaurioituminen voi tapahtua ainoastaan silloin, kun rakenne ylittää rajatilan ja monitorointimenetelmä antaa valheellisen tuloksen. Eli toisin sanoen rakenne vaurioituu, mutta liipasinarvo ei ylity tai seurantajärjestelmä ei reagoi ylitykseen. Tämä voidaan esittää Bayesin kaavan avulla seuraavasti:

$$P(F | \bar{T}) = \frac{P(F \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(\bar{T} | F) \cdot P(F)}{P(\bar{T} | F) \cdot P(F) + P(\bar{T} | \bar{F}) \cdot P(\bar{F})} \quad (4.12)$$

jossa tapahtumat

| | |
|---|-----------------------------|
| F | = Rakenne joutuu rajatilaan |
| T | = Liipasinarvo ylittyy |

ja vastaavasti \bar{F} ja \bar{T} näiden komplementtitodennäköisyydet. Sama voidaan esittää kuvassa 4.13 olevan tapahtumapuun avulla.



Kuva 4.13 Monitoroinnin ja rakenteen vaurioitumisen suhteutuminen vikapuomuodossa ja eri lopputulemat.

Avainasemassa monitoroinnin hyödyntämisessä rakenteen käytönaikaisen luotettavuuden ja rakenteen toiminnan muutoksesta saatavan riittävän aikaisen varoituksen kannalta on monitorointimenetelmän herkkyys ja tarkkuus, eli positiivinen ja negatiivinen ennustusvoima. Herkkyydellä (*sensitivity, recall rate*) tarkoitetaan menetelmän kykyä tunnistaa positiiviset tapaukset positiivisiksi, vastaavasti tarkkudella (*specifity*) tarkoitetaan menetelmän kykyä tunnistaa negatiiviset negatiivisiksi. Näiden kahden ei tarvitse olla identtisiä keskenään).

Liipasinarvon käyttämistä voidaan soveltaa rakenteiden monitoroinnissa kahdella tavalla:

1) Vauriotodennäköisyyden uudelleenmäärittäminen: kuvan 4.13 perusteella voidaan todeta, että vaarallisin tilanne syntyy, kun systeemissä tapahtuu sekä rakenteellinen vaurio että monitorointijärjestelmän vikatilanne (vauriota ei pystytä ennakoimaan). Rakennesysteemi, jonka rakenteellinen vauriotodennäköisyys alittaa tavoiteluotettavuuden, voidaan asettaa monitoroinnin alaiseksi ja määritellä tapahtuma ”rakenteen vaurioituu” uudelleen. Uudessa määrittämisessä vaurioksi käsitetään edellä esitetty tilanne, jossa ennakoimaton rakenteellinen vaurio tapahtuu. Esimerkiksi, jos rakenteelle on saatu laskemalla vauriotodennäköisyys $p_{f,calc} = 1,35 \cdot 10^{-3}$, joka vastaa luotettavuusindeksin arvoa $\beta = 3,0$ kuvan 4.13 monitorointimenetelmällä ja kaavan 4.12 perusteella vauriotodennäköisyys ehdolla ”liipasinarvo ei ylity” on $1,50 \cdot 10^{-4}$, joka vastaa luotettavuusindeksin arvoa $\beta = 3,61$.

2) Tavoiteluotettavuuden uudelleenmäärittäminen: Kun rakenteelle ja vauriotyypille on rajatilan seuraamusten myötä saatu määritettyä luotettavuuden tavoitearvo (tavoiteluotettavuus, β_{target}), voidaan kaavan 4.12, ja kuvan 4.13, hyväksytty rakenteellinen vauriotodennäköisyys $P(F)$ sovittaa siten, että uusi rakenteen vaurioitumistodennäköisyys täyttää ehdon:

$$P(F|\bar{T}) \leq \Phi(-\beta_{target}) \quad (4.13)$$

jossa kaikilla järkevillä monitorointitavoilla

$$P(F|\bar{T}) < P(F) \quad (4.14)$$

Kaavan 4.14 sisältö voidaan kiteyttää siten, että todennäköisyys sekä monitoroinnin epäonnistumiselle sekä rakenteelliselle vauriolle on pienempi kuin rakenteellisen vaurion todennäköisyys yksinään.

Näin ollen todennäköisempi rakenteen joutuminen rajatilaan hyväksytään, kun monitoroinnilla on mahdollista saada tästä ennakkovaroitus ja toisaalta sellaisen tapahtuman, jossa rakenne joutuu rajatilaan ja monitorointijärjestelmä antaa väärää tietoa rakenteen kunnosta, todennäköisyys täyttää luotettavuusehdon 3.20. Tässä tavassa on kyse käytännössä ensimmäisenä esitellyn sovellutuksen käänteisestä käytöstä. Esimerkiksi, jos on määritetty $\beta_{target} \geq 3,5$ ($p_{f,target} = 2,33 \cdot 10^{-4}$), voidaan kohdassa 1) esitetty monitorimattoman rakenteen luotettavuustaso käsittää liian alhaiseksi. Jos voidaan selvittää myös monitoroinnin luotettavuus, eli kyky ennustaa, rakenteen vaurioita oikeellisesti, on mahdollista kuvan 4.13 ja kaavan 4.12 perusteella rakenteellisen vaurion tavoiteluotettavuutta laskea $\beta_{target, monitor} \geq 2,865$.

Teräsbetonipalkin halkeilu ennen murtumista

Monitoroinnin ei tarvitse aina olla sähköistä tai muulla tavoin organisoitua mittauksista. Monitoroinniksi voidaan lukea kaikki rakenteen toiminnasta jollain tavalla ylläpitäjälle tai käyttäjälle välittyvä tieto. Tällaiseksi käy esimerkiksi visuaalinen havainto vaikkapa halkeamien avautumisesta kuormituksen alla, joka voi antaa viitteitä rakenteen vaurioitumisesta.

Normaaliraudoitettun teräsbetonipalkin tapauksessa tällainen tutkittava tulevan vaurion ennusmerkki voi olla esimerkiksi palkin vedetyn pinnan halkeilu kuormitettaessa. Vastaavasti edellä esitetyn mukaan on mahdollista laskea jakaumat murtomomentille M_u sekä halkeamamomentille M_{cr} . Näitä jakaumia tutkimalla voidaan todeta vastaavasti tietyllä kuormituksella halkeaman todennäköisyys sekä murtumisen todennäköisyys. Vastaavasti voidaan edelleen pohtia todennäköisyyttä sille, että rakenteen murtuminen tapahtuu ennen merkittävää halkeilua, jolloin rakenne joutuu murtoon varoittamatta tapahtumasta. Näin voi käydä esimerkiksi jännitetyn palkin tapauksessa, jossa puristuspinna murtuu ennen kuin rakenteen vedetty merkittävästi halkeilee.

4.3. Kuntotutkimuksilla saatavan lisätiedon hyödyntäminen

Olemassaolevien siltojen kuntoa ja sen kehittymistä valvotaan kuvan ja liitteen 2 kuvan alussa esitetyn tarkastusrutiinin mukaisesti. Vuositarkastukset ja yleistarkastukset toteutetaan lähinnä sellaisella tarkkuudella, että suuret vikaantumiset tai nopeasti etenevät vauriot eivät pääse yllättämään, toisin sanoen rakenteen kunnan huononemiseen päästään puuttumaan riittävän ajoissa.

Erikoistarkastukset ovat puolestaan pidemmälle meneviä, kohdennettuja toimenpiteitä, jotka suunnitellaan vuosi- ja yleistarkastusten pohjalta jos tarvetta ilmenee. Tässä yhteydessä erikoistarkastuksella tarkoitetaan tarkastusta ja menetelmiä joilla saadaan todennettua rakennusmateriaalien ominaisuuksia olemassaolevasta rakenteesta.

4.3.1. Luotettavuuden päivittäminen

Kuntotutkimusten perusteella yksittäisestä rakenteesta saatava, materiaalikokeisiin perustuva kuntotieto voi suppeasta otoskoosta johtuen olla varsin epäluotettavaa. ks. 5 % fraktiilin määrittäminen kappale 2.34 sekä viite [12]. Tämä johtuu pienellä otoskoolla saatavien jakaumien tunnuslukujen epävarmuudesta, laskettu odotusarvo ja keskihajonta ovat itsessäänkin satunnaismuuttujia, joilla on odotusarvo ja hajonta. Lähtötiedon luotettavuutta voi parantaa kasvattamalla otoskokoa. Otoskoon kasvattaminen olemassa olevista rakenteista otettuna aiheuttaa puolestaan yleensä lisäkustannuksia.

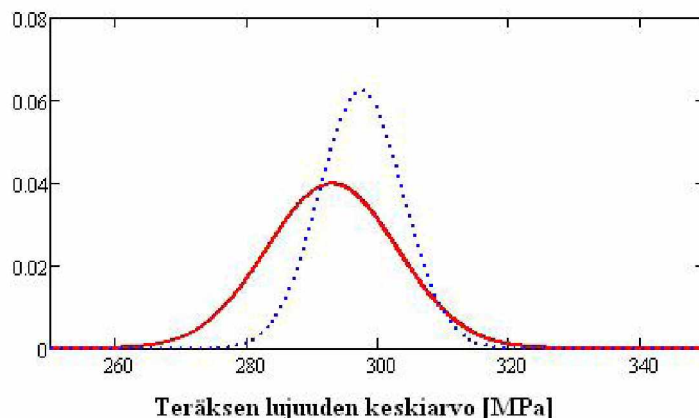
Arvioita yksittäisen materiaalin tai rakenneosan kunnosta voidaan tarkentaa tilastollisin menetelmin. Lähtökohtana on jokin tunnettu jakaumaolettaus materiaalille, jota sitten tarkennetaan kohteesta saatavalla lisätiedolla. Näin menetellen voidaan saada tarkempaa tietoa rakenteen kunnosta ja esimerkiksi todellisesta materiaali-juudesta. Viitteessä [22] on esitelty tämänkaltaisten menetelmien sovellutuksen perusteita esimerkin avulla. Sovelletaan tätä Suokannan sillan materiaalinäytteistä saattuihin tuloksiin sekä oletuksiin. Oletetaan teräsprofiilin lujuudelle priorinen jakauma (aikakaudelle tyypillinen Fe37, materiaali-parametrit viiteen [2] mukaisesti), jossa lisäksi odotusarvo oletetaan tuntemattomaksi ja keskihajonta (tai sen yläraja) tunnetuksi. Näin siis päädytään seuraaviin lähtötietoihin:

- Teräksen myötölujuus normaalijakautunut $f_y \sim N(\mu_{f_y}, \sigma_{f_y})$
- $\sigma_{f_y} = 25 \text{ MPa}$ [2]
- $\mu_{f_y} \sim N(\mu', \sigma')$, jossa $\mu' = 293 \text{ MPa}$ ja $\sigma' = 10 \text{ MPa}$ (odotusarvon jakauman parametrit) [2],[22]

Yhdeksälle rakenteesta otetulle koepalalle tehdyn testin tuloksena saadaan:

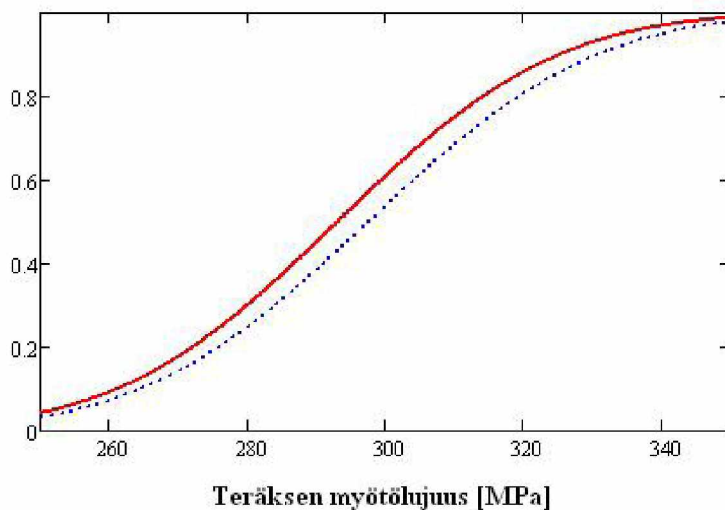
$$\hat{f}_y = \{302.7 \quad 304.7 \quad 302.5 \quad 299.6 \quad 303.4 \quad 294.5 \quad 300 \quad 291.9 \quad 305.7\}$$

Viitteessä [22] esitetyn mukaisesti saadaan laskettua teräksen lujuuden odotusarvolle tiheysjakauma:



Kuva 4.14 Teräksen lujuuden odotusarvon jakauma priorinen (punainen ehjä viiva), sekä koetuloksien päivitetty (sininen katkoviiva)

Tästä edelleen on mahdollista laskea teräksen myötölujuuden jakauma, johon huomioidaan ennako-oletukset (jakaumat, suunnitelman mukaisille materiaaleille) sekä koekappaleista saadut tulokset. Kertymäfunktio teräksen myötölujuuden jakaumalle.



Kuva 4.15 Teräksen myötölujuuden todennäköisyysjakauman kertymäfunktio priorinen (punainen ehjä viiva), sekä koetuloksin päivitetty (sininen katkoviiva)

Teräksen karakteristinen lujuus (5% fraktiili) on siten:

- prioriselle jakaumalle $f_{yk} = 225$ MPa, Fe37, viite [22] tai kuva 2.9
- päivitetylle jakaumalle $f_{y,0.05} = 255$ MPa, koetulokset huomioiden

Tässä yhteydessä saatiin siten teräksen myötölujuuden 5 %-fraktiilin arvoon huomattava hyöty ottamalla rakenteesta koekappaleita, joiden lujuus testattiin. Lisäksi on todettava, että tilastollisen epävarmuuden huomioivat kertoimet esim. [12] voidaan tässä menetelmässä jättää huomiotta. Tämä on selvä hyöty, sillä mikäli on olemassa alkuotaksuma, voidaan tätä tietoa vahvistaa hyvinkin pienellä koekappalemäärällä ja kasvattaa lähtötietojen tilastollista luotettavuutta. Toisaalta on mahdollista, myös, että jakauma päivittyy toiseen suuntaan, jos materiaali osoittautuu heikommaksi kuin mitä on alkuotaksumassa tai suunnitelmien perusteella otaksuttu.

Referenssirakenteen hyväksikäyttäminen

Edelläesitettyä materiaaliominaisuuden päivittämistä voidaan soveltaa myös toisella tapaa. Koska rautatiesillat on usein rakennettu tietylle rataosalle usein samanaikaisesti, kun rataosaa on rakennettu, voidaan niiden materiaalien laadun sekä rakenteen kunnon kehittymisen olevan melko lailla yhtenevä, mikäli jossain spesifissä paikassa ei ole poikkeuksellista ympäristöarastusta.

Viitteessä [22] on esitetty esimerkki, jossa tutkitaan eri rakennusten betonin lujuutta koekappalein. Rakennuksia on 8 kappaletta ja betonilieriöitä on otettu yhteensä 54 kappaletta. Ongelmana on selvittää betonin puristuslujuuden ominaisarvo. Kokeiden perusteella saadaan taulukoituja seuraavat arvot sarakkeisiin: 1) Kohde, 2) puristuslieriöiden lukumäärä, 3) Puristuskokeiden tuloksen keskiarvo, 4) Puristuskokeiden tuloksen keskihajonta, 5) Laskettu kaavan 2.35 avulla 5 %-fraktiili puristuslujuudelle huomioiden vain ko. rakennuksen tulokset, 6) Laskettu 5 % fraktiili puristuslujuudelle käyttäen hyväksi koko populaation realisoituneita tuloksia.

| Rakennus | n [kpl] | x [Mpa] | σ [Mpa] | R _k [Mpa] | |
|----------|---------|---------|----------------|----------------------|-------|
| | | | | no-prior | prior |
| S1 | 9 | 15,7 | 4,46 | 7,0 | 8,7 |
| S2 | 9 | 17,5 | 2,8 | 12,0 | 12,4 |
| S3 | 11 | 17,3 | 5,11 | 7,6 | 9,2 |
| S4 | 4 | 17,9 | 4,91 | 5,0 | 10,3 |
| S5 | 2 | 22,5 | 0,71 | 17,0 | 13,4 |
| S6 | 5 | 13,2 | 1,44 | 9,8 | 9,8 |
| S7 | 9 | 13,9 | 3,65 | 6,7 | 8,1 |
| S8 | 5 | 10,9 | 3,66 | 2,4 | 5,1 |

Taulukko 4.2 Betonin puristuslujuuskokeissa saadut jakaumaparametrit rakennuksittain sekä karakteristisen lujuuden arvo R_k [22]

Taulukosta havaitaan suoraan, että rakennusten väliset poikkeamat ovat suuria, joten ei ole mielekäs laskea koko populaatiolle yhtä puristuslujuuden 5 % fraktiilia [22]. Tämän vuoksi jokaiselle ratkaistaan oma puristuslujuuden arvo. Jälkimmäisessä laskennassa muiden rakennusten tutkimuksista saatuja tuloksia käytetään hyödyksi. Tällä keinoin saadaan testauksesta ja otoskoosta johtuvaa epävarmuuden vaikutusta karakteristiseen puristuslujuuteen pienennettyä. Taulukosta voidaan havaita sarakkeesta "prior", että joissain tapauksissa puristuslujuuden karakteristinen arvo kasvaa ja toisissa pienenee. Kärjistetysti voisi sanoa: "Mitä suurempi muutos on kahden viimeisen sarakkeen välillä, sitä epäuskottavampi alkuperäinen koetulos on ollut, kun peilataan sitä kokonaisuuteen." Esimerkiksi rivillä S5, kahden koekappaleen otos ja on saatu 2 poikkeuksellisen suurta arvoa ja pienellä hajonnalla, joka johtaa suureen karakteristiseen arvoon. Sattuman todennäköisyys on koko aineistosta saatujen tunnuslukujen perusteella kuitenkin ilmeinen tässä tapauksessa. Joten kyseisen otoksen uskottavuus on pieni ja näin ollen karakteristinen arvo alenee. Menetelmän etuna on lisäksi se, että tilastollinen epävarmuus tulee huomioitua kunkin karakteristisen arvon estimaattiin jo valmiiksi. Näin ollen muita otoksen uskottavuuteen liittyviä tarkasteluja ei tarvitse tehdä.

Menetelmä voisi soveltua kuntotutkimustiedon hyödyntämiseen laajoissa silta-kohteissa, joissa rakentamisaika ja -tapa, vallitsevat käyttöolosuhteet ja vauriomekanismit sekä suunnitelmissa esitetyt materiaaliominaisuudet ovat riittävän yhtenevät. Lisäksi täytyy olla voimassa, että ei löydy selkeää syytä poikkeavalle lujuudelle jossakin rakenteessa esimerkiksi poikkeuksellisen voimakasta rapautumista, virheitä työtekniikassa tms.

Toisin sanoen menetelmä voisi olla sovelias tapauksissa, joissa materiaaliominaisuuksien hajonnan lähteet ovat riittävän samankaltaisia. Toisaalta esimerkiksi paikalla valetun betonipalkin koekappaleiden käsittely samassa yhteydessä betonielementtipalkista otettujen koekappaleiden kanssa voisikin osoittautua järkeväksi toimenpiteeksi huolimatta näiden erilaisesta valmistusmenetelmästä ja -olosuhteista. Näin varsinkin, jos on oletettavaa, että suuri osa materiaalihajonnasta tai lujuuden muutoksesta on seurausta käytön aikana vallitsevista ympäristöolosuhteista ja vauriomekanismit yhtenevät.

Rakenteessa voidaan myös soveltaa vertailua ottamalla näytteitä sekä silmämääräisen arvion perusteella vaurioituneista kohdista sekä sellaisista kohdista, jotka silmämääräisen tarkastelun perusteella vaikuttaisivat olevan kunnossa. Näin menetellen on mahdollista saada todellista (mitattuja arvoja) pohjaa silmämääräisesti tehtävälle havainnoinnille, jonka avulla on helposti määriteltävissä vaurioitumisen laajuus.

4.4. Luotettavuusanalyysin sovellutuksia eri rajatiloissa

Tässä yhteydessä esitetään lyhyesti näkökohtia luotettavuusanalyysin soveltamiseksi eri rajatiloissa.

4.4.1. Murtorajatila

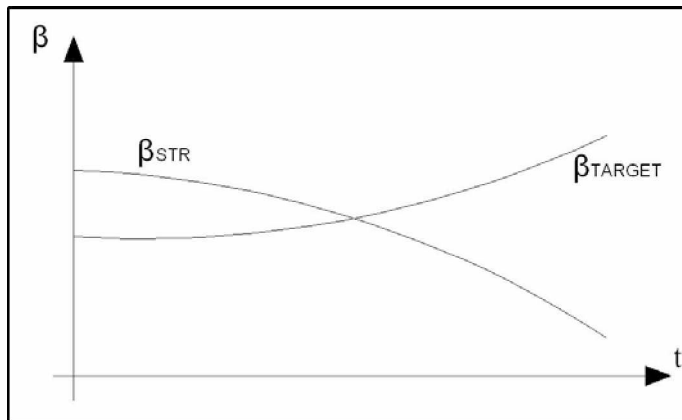
Tutkittaessa rakenteen varmuustasoa murtoa vastaan edelläolevissa kappaleissa on erityisesti keskitytty murtorajatilatarkasteluihin. Tämä valinta johtuu mm. siitä, että murtorajatilan käsite on yksinkertainen, rakenne murtuu kun rajatila ylitetään. Tällöin rasitusmuuttujan ääriarvo on ylittänyt kapasiteettimuuttujan arvon.

Murtorajatilan tutkimista varten on rakenteiden suunnittelua ajatellen aikojen saatossa kehitetty useita analyttisiä – usein empiiriseen aineistoon perustuvia - kaavoja, jotta turvallisia rakenteita yleensä on mahdollista suunnitella. Empiirisestä taustasta huolimatta mitoitusasteoriat sellaisenaan pätevät varsin hyvin myös olemassa olevien rakenteiden analysointiin, jos kaavojen voimassaolon geometriset ym. reunaehdot täyttyvät.

Jotta rakenteen luotettavuudesta saataisiin mahdollisimman todenmukainen kuva, on pyrittävä – mahdollisuuksien mukaan - käyttämään viimeisimpiä tieteelliseen tietoon tai uusimpiin normeihin perustuvia kaavoja luotettavuuden tarkastelussa. Näin voidaan toimia, vaikka kyseiset normit eivät olisikaan olleet voimassa kyseisen rakenteen rakentamishetkellä, jos kaava muiden reunaehtojen puitteissa soveltuu rakenteen tarkasteluun. Näin menetellen on mahdollista varmistua siitä, että vaurioitumisen matemaattinen malli on rakenteen todellisen käyttäytymisen kanssa mahdollisimman yhtenevä ja näin ollen matemaattisesta mallista johtuva epävarmuus mahdollisimman pieni. Toisaalta myös materiaalin käyttäytymisen mallintamisen tulisi perustua myös viimeisimpään tieteelliseen tietoon sekä tutkittavasta rakenneosasta tai rakenteesta otettuihin materiaaliokkappaleisiin, joita tutkimalla voidaan selvittää vanhojen rakenteiden osalta miten aika on vaikuttanut materiaaliominaisuuksiin ja mikä on esimerkiksi rakenteen todellinen lujuus juuri tällä ajanhetkellä.

Murtorajatilatarkasteluissa voi ongelmakohdaksi nousta rakenteen määrävän murtomoodin hahmottaminen. Tehtävä on helppo, jos selkeästi eri moodien luotettavuustarkastelussa huomataan, että jonkin moodin todennäköisyys on kymmeniä, satoja tai tuhansia kertoja todennäköisempi kuin muiden ja voidaan osoittaa, että tilanne säilyy vastaavana tai jopa korostuu ajan kuluessa. Päinvastaisessa tilanteessa ongelma on päättää mikä on ensisijainen murtomoodi ja miten tilanne kehittyy ajan myötä. Esimerkiksi teräsbetonipilarin tapauksessa vallitseva murtomoodi voi aluksi olla pilarin nurjahdus tai taivutusmurto. Ajan kuluessa ja korroosion vaikuttaessa pääteräksiin voi raudoitteen hoikistuessa ja betonipeitteen tukevan vaikutuksen huonontuessa paikallisen nurjahduksen todennäköisyys kasvaa. Lisänäkökohtana tämänkaltaisessa

tapauksessa on tavoiteluotettavuuden pohtiminen erikseen kummallekin murtomoodille varsinkin, jos murtomoodi siirtyy kohti äkillisen murtomekanismin sisältävää tapausta ja rakenteella ei ole juurikaan tähän moodiin liittyvää vaurionsietokykyä.



Kuva 4.16 *Esimerkki rakenteellisen luotettavuuden ja tavoiteluotettavuuden kehittämisestä tilanteessa, jossa rakenteen murtotavan muutos vaaralliseksi on mahdollinen*

Kuvassa 4.16 mentäessä oikealle eli ajassa eteenpäin:

- Rakenteen turmeltuminen etenee
- Todennäköisyys hauraallemurtomoodille kasvaa
- Näin ollen myös tavoiteluotettavuutta tulee korjata ylöspäin

Olipa kyseessä sarja- tai rinnakaissysteemi, on tällaisessa tilanteessa luotettavuuden lasku huomattava myös koko systeemin kannalta, jokaisen rakenneosan suorituskyvyn huonontuessa. Tästä seuraa sarjasysteemillä varsin nopeaa kokonaisluotettavuuden alenemista (kaava 4.1) ja rinnakaissysteemillä sekä kokonaisluotettavuuden että vaurionsietokyvyn alenemista.

4.4.2. Käyttö- ja huollettavuusrajatila

Luotettavuusanalyysin soveltaminen käyttörajatilanteisiin on varsin mutkikasta monista eri näkökohdista. Käyttörajatilanteissa ongelmia ovat mm.:

- Tavoiteluotettavuustaso on epäselvä
- Rajatilyhtälöt ovat epäselvät
- Vauriotilan kiihtyminen tai hidastuminen (korkeampien kertaluokkien vaikutukset, jossa muillakin kuin rasituksen ääriarvoilla on merkitystä)
- Käyttöä määrittely on epäselvä

Esimerkiksi betonirakenteiden kannalta yllä olevia kohtia voidaan pohtia seuraavilla kysymyksenasetteluilla: Kuinka usein käyttörajatila saa ylittyä? Mikä on raja-arvo kullekin ilmiölle ja kuinka usein se saa ylittyä? Mikä on jo tapahtuneen rasituksen vaikutus rakenteen luotettavuuteen jatkossa (vaurion kumuloituminen)? Milloin rakenteen käyttöä katsotaan päättyneen?

Edelleen jatkona edellä esitettyyn kuinka suureksi esimerkiksi halkeama saa aueta kerran vuodessa. Ja esimerkiksi kloridi- ja pakkasrasituksen vaikutus halkeiluun ja

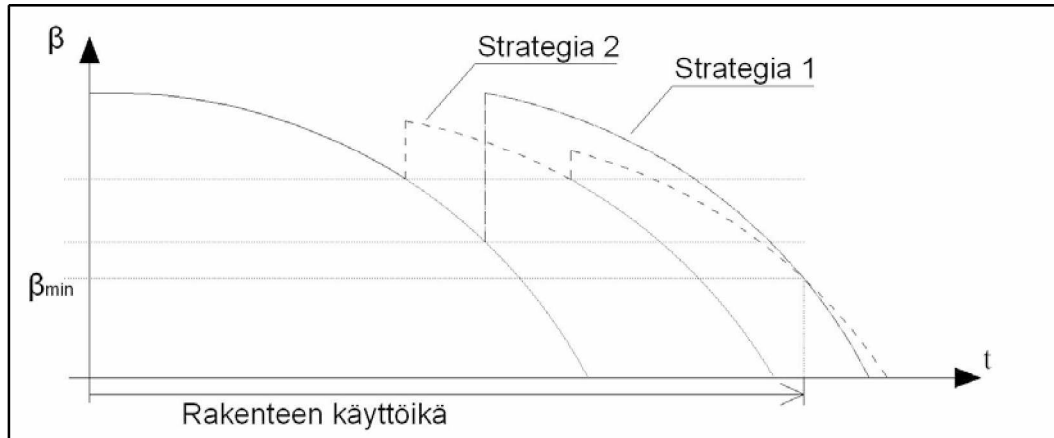
raudoitteen korroosioon, jonka johdosta betoni halkeilee lisää. Tai katsotaanko rakenteen käyttöiän päättyneen, kun korroosio alkaa vai kun pinta halkeaa vai silloin kun pinnasta lohkeaa betonia raudoitteen päältä. Käyttörajan vaurio on siten ilmiö joka tapahtuu jatkuvan prosessin seurauksena, ei yksittäisen ääriarvon vaikuttaessa kuten rakenteen murtorajan luotettavuustarkastelussa. Näin ollen on käyttörajatilatarkastelussa myös muilla kuin rasituksen ääriarvoilla merkitystä rakenteen kapasiteettiin tai käyttöikään. Toisaalta käyttörajan vaikutuksilla voi olla merkitystä murtorajan kapasiteetin kannalta varsinkin pitkällä aikavälillä rakenteiden kunnan huononemisen johdosta.

Toisaalta esimerkiksi betonirakenteessa toistuva suuri puristusjännitys rikkoo betonia (suuria palautumattomia muodonmuutoksia), jolloin riittävällä toistomäärällä rakenne lopulta murtuu (vanhan nyrkkisäännön mukaan $K/2$). Tämä on selvästi käyttörajatilaan liittyvä vaurioitumistapa, koska rakenne ei selvästi murru yhdellä kuormituskerralla vaan perustuu suurten rasitusten toistumiseen ja joka johtaa rakenteen käyttökelvottomuuteen. Tämänkaltaisen tilanne voi ilmetä esimerkiksi tarkasteltaessa jännitettyjä rakenteita. Analoginen tapaus olisi teräksisten rakenneosien väsyminen, ero on murtoon tarvittavissa toistomäärissä ja kuormitustasoissa ja siinä, että teräkset väsyvät jo kimmoisalla alueella. Kuitenkin väsymismurto voi tapahtua suurella toistomäärällä vaikka toistuvan kuorman amplitudi pysyy vakiona.

Huollettavuusrajatila (Maintenance Limit State, MLS [38])

Huollettavuusrajatilalla voidaan tarkoittaa tilaa tai ajanhetkeä, jossa rakenteen vaurioitumiseen puuttuminen on vielä mahdollista kohtuullisin kustannuksin suhteutettuna saatuun hyötyyn. Toisin sanoen voidaan katkaista vaurioitumisen kiihtyminen. Tällaisena interventiona voidaan pitää esimerkiksi kirjallisuudessa esitettyä kloridien aikaansaaman korroosion estämistä poistamalla tunkeutuneet kloridit rakenteesta. Kloridien keskimääräistä tunkeutumissyvyyttä rakenteeseen voidaan arvioida luotettavuusanalyysin keinoin, jos vallitsevat olosuhteet sekä betonin ominaisuudet tunnetaan. Lisäksi voidaan tehdä seurantamittauksia valitun mallin paikkansapitävyyden varmistamiseksi. Näin ollen on mahdollista määrittää oikea-aikainen toiminta vaurion estämiseksi halutulla riskitasolla. Vastaavalla tavalla on mahdollista arvioida korroosion alkamisajankohtaa sekä korroosioastetta myös karbonatisoitumisen aiheuttaman korroosion tapauksessa.

Kuten käyttörajatilatarkasteluissa tässäkin tulee ongelmaksi valinta, miten ja koska interventio suoritetaan ja minkälainen tapahtuma luetaan vaurioksi, jolloin käyttöikä päättyy ja interventio tulee suorittaa. Toimenpiteen ajoituksella on vaikutus korjauskustannuksiin. Tämän vuoksi rakenteen elinkaarenhallinnalle on syytä tehdä jonkinlainen strategia, jossa vaurioiden korjaus- ja ennaltaehkäisytoimenpiteiden painotukset on päätetty.



Kuva 4.17 Erilaisia vaihtoehtoja rakenteen elinkaaren hallinnassa luotettavuuden näkökulmasta

Esimerkiksi teräsbetonirakenteen raudoitteen korroosion tapauksessa elinkaarenhallintastrategian interventiokynnyksenä voi olla jokin seuraavista:

- Ennen kuin kloridi- tai karbonatisoitumisrintama saavuttaa teräkset
- Kun kloridi- tai karbonatisoitumisrintama saavuttaa teräkset
- Kun korroosio alkaa
- Kun korroosion aiheuttamaa halkeilua havaitaan
- Kun raudoittepoikkileikkausta on kadonnut tietty osuus
- Kun korroosion aiheuttamaa pinnan lohkeilua tai irtoamista on tapahtunut tietyn verran

Listaa alaspäin mentäessä vaurioitumisen vakavuus siis kasvaa ja vaurioala laajenee. Samoin kasvavat korjauskustannukset. Toisaalta näiden pykälien välinen aika saattaa olla hyvinkin pitkä, jolloin kullekin rakenteelle valittavaa elinkaarenhallintastrategiaa joudutaan käsittelemään aikavaikutus huomioiden investointilaskennan näkökulmasta. Jotta rakenteen todellista tilaa voidaan matemaattisen mallin lisäksi arvioida, täytyy tutkittavaa turmeltumisilmiötä varten järjestää jonkinlainen seuranta vaurion etenemisestä. Valittu interventiokynnys vaikuttaa edelleen seurantajärjestelmään ja sitä kautta muodostuviin kustannuksiin.

5 Tutkimuksen tulokset

5.1. Keskeiset tulokset

Luotettavuusanalyysin avulla voidaan tutkia rakenteen vauriotodennäköisyyttä. Kuitenkin tulee huomioida näkökohta, että itse asiassa tutkimme luotettavuutta matemaattisen mallin kautta. Eli käytännössä tutkimuskohteena on virtuaalinen rajatila ja matemaattinen malli, jonka todennäköisyyttä rajatilaan joutumiselle tutkitaan. Tämän vuoksi laskennallisesti saatu vauriotodennäköisyys ei aina tarkoita vauriotodennäköisyyttä reaali maailmassa. Oikeastaan nämä kaksi edellä mainittua ovat yhtenevät vain siinä tapauksessa, että matemaattinen malli kuvaa täysin reaali maailmaa. Tämä vaikeuttaa esimerkiksi hyöty-kustannus-optimoinnin tekemistä. Lisäksi tilastolistien mallien ja rakennemallien aiheuttaman ”yleisen” epävarmuuden huomioiminen luotettavuuden määrittämisessä on varsin epäselvä.

Tilastomatematiikan soveltaminen täydessä laajuudessa rakennetekniikan ongelmiin on haastavaa lähinnä rajatilayhtälöiden monimutkaisuuden sekä lähtötietojen verrattain huonon saatavuuden vuoksi. Tämän vuoksi luotettavuusanalyysi kantavuuslaskentamenetelmänä rajoittuneen ainoastaan merkittävien kohteiden tai muuten kantavuudeltaan tai turvallisuudeltaan kyseenalaisten rakenteiden arviointiin, joissa tilanteissa oikeanlaisia lähtötietoja voidaan hankkia nimenomaisesti kantavuuslaskennan käyttöön tutkittavan ilmiön selvittämiseksi. Rajatilayhtälöiden monimutkaisuus johtaa siihen, että aivan joka tilanteessa luotettavuusanalyysiä ei ole taloudellista suorittaa yksittäisille ilmiöille ja rakenteille vaan sovellettavuus voikin olla enemmän normien ja suunnitteluohjeiden varmuustasojen vertailussa ja kalibroinnissa. Lisäksi luotettavuusanalyysin keinoin voidaan tarkastella erityistilanteissa rajatilayhtälön herkkyyttä eri muuttujien satunnaisuuteen suhteen.

Yksinkertaisten; varsinkin lineaaristen, mallien tarkastelu luotettavuusanalyysin keinoin on suhteellisen suoraviivaista. Toisaalta empiirisiin mitoituskaavoihin nojautuvien ilmiöiden tarkastelussa on syytä noudattaa tarkkuutta, koska näiden pätemisalue muuttujien suhteen voi olla yllättävän kapea verrattuna muuttujien satunnaiseen luonteeseen, jossa hajonta voi olla suurta. Tällöin kaava ei välttämättä anna oikeita tuloksia satunnaisuuttajan osuessa ylä- tai alafrakttiin.

Tavoiteluotettavuuden epäselvä luonne olemassa olevien rakenteiden osalta on pääasiallinen syy sille, että ei voida tarkasti määritellä koska rakenne on turvallinen. Nykyisissä normeissa ei ole asetettu tavoiteluotettavuustasoa olemassa oleville rakenteille. Maailmalla tehdyissä tutkimuksissa olemassa olevien rakenteiden luotettavuuden tavoitetasosta on esitetty huomattavasti toisistaan poikkeavia arvoja. Tavoiteluotettavuuden määrittäminen ei kuulune tekniikan alan toimiin, koska se sisältää varsin runsaasti eettisiä, taloudellisia sekä poliittisen päätöksenteon piiriin kuuluvia pohdintoja.

6 Johtopäätökset ja suositukset jatkotutkimuksista

6.1. Johtopäätökset

Luotettavuusanalyysi menetelmänä mahdollistaa rakenteen vauriotodennäköisyyden selvittämisen tilastomatemattisin keinoin. Laajemmin ajateltuna tilastomatemattiset menetelmät rakenteiden analysoinnissa antavat paljon muutakin sisältöä kuin yksittäisen rakenteen vauriotodennäköisyyden ratkaisemista rajatilayhtälön avulla. Luotettavuusanalyysi antaa keinoja hallita kokonaisten rakennejärjestelmien luotettavuutta, vaurionsietokykyä vauriotilanteissa sekä myös elinkaarialoutta.

Tutkimuksessa havaittujen seikkojen sekä tutkitun lähdemateriaalin valossa voidaan todeta luotettavuusanalyysin ja tilastomatemattisten menetelmien soveltuvan hyvin rakenteiden kantavuuden ja turvallisuuden arviointiin. Kirjallisuusviitteiden perusteella luotettavuusteknisten menetelmien käyttö Euroopassa ja muualla maailmassa on ollut aihepiiriltään hyvin laajaa ja luotettavuusanalyysiä on sovellettu monenlaisiin ongelmiin. Yhdistävänä tekijänä eri tutkimuksissa käytetyissä sovellutuksissa on ollut tutkittavan ilmiön tai rakennemallin epätavanomaisuus, epäily rakenteen luotettavuudesta, suunnittelunormin luominen tai uudelleen kalibroiminen. Monissa tapauksissa luotettavuusanalyysiä on käytetty usein viimeisenä keinona siltarakenteiden turvallisuuden määrittämisessä, kun normaali kantavuuslaskenta tai menetelmät eivät sovellu tai anna tyydyttävää tulosta rakenneanalyysissä.

Myös tämän tutkimuksen myötä muodostunut käsitys luotettavuusanalyysin soveltavuudesta siltarakenteiden kantavuudenarvioinnissa on samansuuntainen. Luotettavuusanalyysin sijoittumista sillan elinkaaren hallinnassa, kunnossapidon suunnittelussa sekä kantavuuden arvioinnissa on esitetty liitteessä 2, josta voidaan helposti havaita, että luotettavuusanalyysi on varteenotettava vaihtoehto kantavuuden laskennassa vasta siinä tapauksessa kun muut keinot eivät riitä. Näin ollen kantavuudenarviointiprosessi on tarkentuva järjestely siten, että turvallisuudeltaan kyseenalaista rakennetta, rakenneosaa tai detaljia arvioidaan luotettavuusanalyysin keinoin varsinkin siinä tapauksessa, kun muut tutkitut rakenneosat ovat osoittaneet kelpoisuutensa jo perinteisiä (konservatiivisempia) menetelmiä käytettäessä.

Suurimpina esteinä luotettavuusanalyysin rakenteiden turvallisuuden arviointiin sovellettavuuden kannalta on matemaattisten menetelmien monimutkaisuus sekä tilastomatematiikan vieraus yleisesti insinöörrikunnalle. Laajempaa sovellettavuutta kokonaisvaltaisessa rakenteiden kantavuuden arvionnissa rajoittaa myös suhteellisen suuri työmäärä ja laaja luotettavien lähtötietojen tarve analyysin suorittamiseksi, joten sovellettavuus jäänee yksittäisten ilmiöiden tutkimisen tasolle (tarvittaessa viimeisenä) osana kantavuudenlaskentaprosessia.

Toisaalta tutkimushankkeen ja kirjallisuusselvitysten myötä havaittiin, että olemassa olevien rakenteiden tavoiteluotettavuuden määrittäminen on huomattavan monisyinen ongelma, johon liittyy eettisiä, taloudellisia sekä poliittisia näkökulmia. Tämän vuoksi eräs luotettavuusanalyysin sovellettavuuden kannalta merkittävä seikka; sallitun vauriotodennäköisyyden suuruus on käsitteenä vähintäänkin epäselvä. Tästä johtuen luotettavuusanalyysi ei sinällään pysty eksaktisti vastaamaan onko rakenteen

turvallisuus ja luotettavuus riittävällä tasolla. Tämä johtuu lähinnä siitä, että ei voida määrittää yksikäsitteisesti mikä on rakenteelle sallittu vauriotodennäköisyys tietyn ajanjakson aikana.

Tutkimuksen aikana käytyjen keskustelujen myötä kävi ilmi että silloista saatavaa kuntotietoa hyödynnetään rakenteiden kantavuuden arvioinnissa varsin vähäisessä määrin eikä aiheesta ole juurikaan ohjeistusta tai käytäntöä. Erikoistarkastuksilla ja materiaalitiedon varmistamisella on mahdollista kuitenkin saada hyötyä kantavuuslaskentaa ajatellen materiaaliominaisuuksien tuntemuksen ja rakenteen toiminnasta saatavan tiedon lisääntyessä.

6.2. Jatkotutkimustarve

Kuten edellä mainittiin, kuntotietoa hyödynnetään melko vähän siltojen kantavuuden ja turvallisuuden arvioinnissa. Kohteista kerättävän kuntotiedon avulla nykytilanteessa käytännössä todennetaan, että rakenne on kunnossa (jatketaan käyttöä) tai rakenne ei ole kunnossa (ryhdytään toimenpiteisiin). Rakenteen kunnan huomioimisessa rakenteen kantavuuden määrittämisessä olisi siten kehitettävää; keräämällä kuntotietoa (materiaalien turmeltuminen), selvittämällä vauriomekanismeja sekä tutkimalla rakenteiden toiminnan ja luotettavuuden muuttumista ajan kuluessa voisi olla mahdollista selkiyttää resurssien kohdentamista sekä pohtia kiireellisyysjärjestystä suoritettaville toimenpiteille.

Mikäli luotettavuusanalyysin käyttöä halutaan jatkossa kehittää sillanrakentamisen ja olemassa olevien siltarakenteiden analysoinnin saralla, on siihen varsin hyvä mahdollisuus, koska suuri osa siltaomaisuudesta on yhden toimijan (Liikennevirasto) hallinnassa ja omistuksessa. Näin ollen keskitetty kuntotiedon kerääminen tarkastusten, erikoistarkastusten ja muiden tutkimusten ja havaintojen myötä voisi mahdollistua. Varsinkin suurten ja tärkeiden siltojen osalta kuntotiedon kerääminen ja käyttäminen elinkaaren hallinnassa olisi hyödyllistä. Vastaavasti olisi syytä tutkia kuntotutkimusten myötä lisääntyvän tiedon hyödyntämistä kantavuuden arvioinnissa.

Edelleen myös kuormitusten suhteen olisi suotavaa jatkotutkimuksien selvittää ja kehittää malleja liikennekuorman vaikutuksille siltarakenteissa todellisen liikenteen pohjalta. Tämän olettaisi olevan rautatieliikenteelle suhteellisen yksinkertaista sillä liikennöivä kalusto tunnetaan hyvin (Suomessa pääosin yhden toimijan hallussa). Samoin liikennemäärät rataosittain ovat hyvin tiedossa.

Tutkimuksen aikana havaittiin, että eri tahot ja kirjallisuuslähteet käsittelevät luotettavuuden arviointia hyvinkin toisistaan poikkeavilla tavoilla aina lähtötietojen käsitteystä varsinaiseen laskentatuloksista tehtävän loppupäätelyyn asti, joten voisi sanoa, että saadut tulokset tutkittaville tapauksille riippuvat hyvin paljon käsittelijästä sekä hänen käsityksestään tilastomatematiikan lainalaisuuksien soveltamisesta tutkittavaan ilmiöön. Tanskassa on julkaistu ohje [2] joka käsittelee luotettavuusanalyysiä siltojen luokittelussa ja johon myös tässä tutkimuksessa viitataan. Tämänkaltaisen ohje tulee hyvinkin tarpeeseen, jos luotettavuusanalyysin soveltamista siltojen kantavuuden arvioinnissa halutaan kehittää ja yhdenmukaistaa menetelmiä tai luoda selvät säännöt ja reunaehdot sille, miten rakenteiden luotettavuusasioita tulisi pohtia ja minkälaisia oletuksia voidaan tehdä.

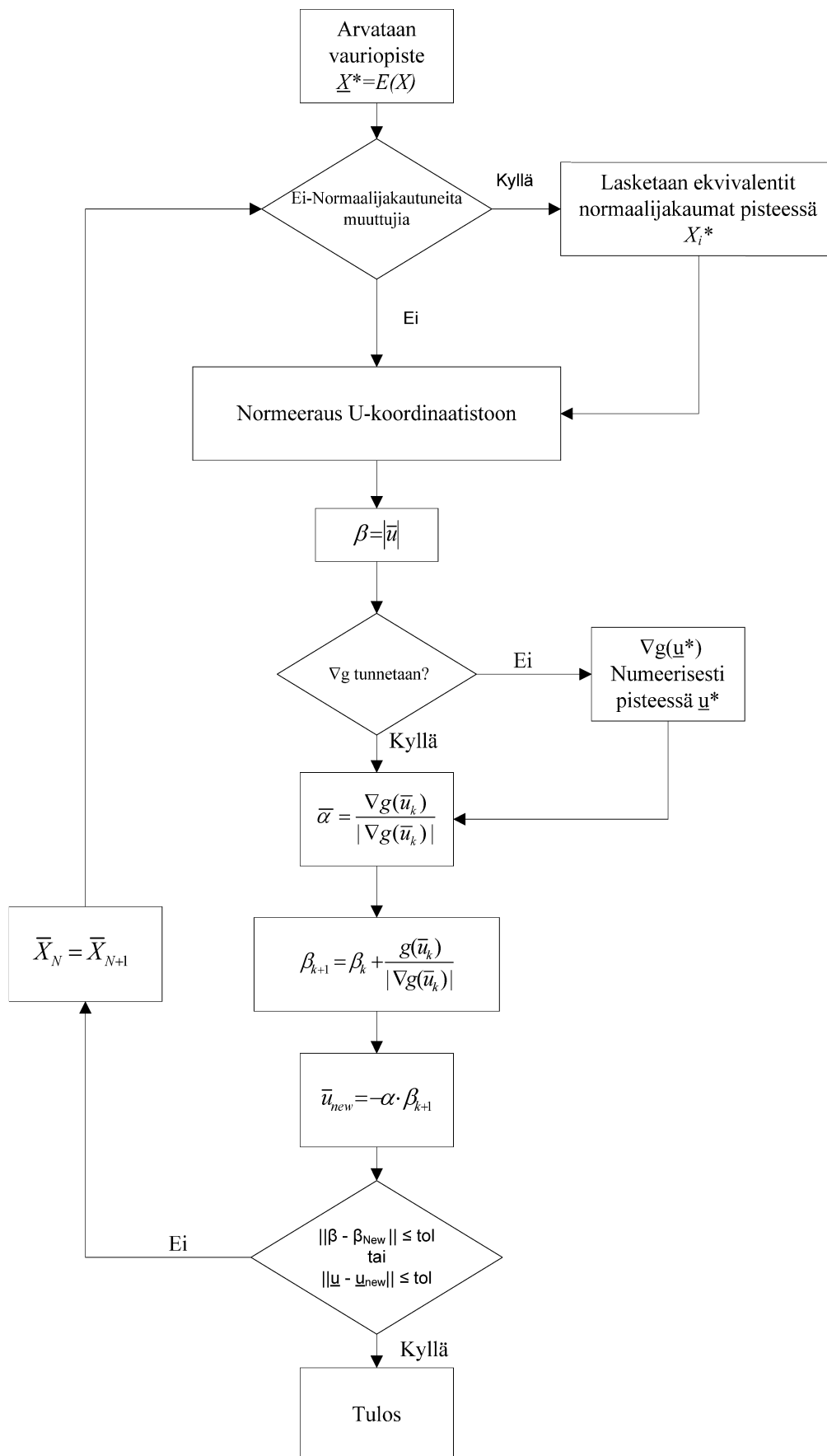
Lähteet

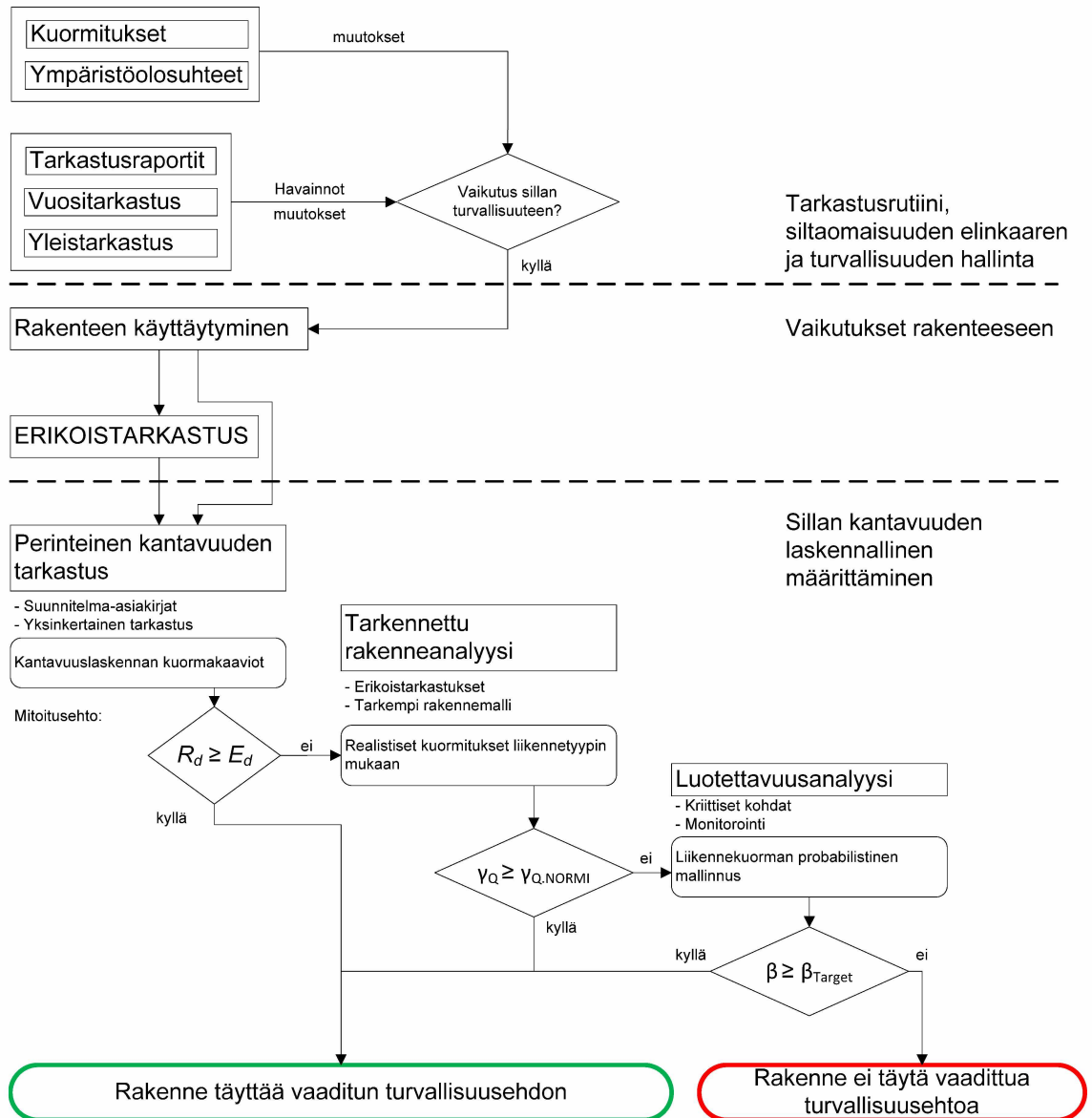
- [1] Kujala, P. 2007 Riskienhallinnan perusteet, Luentomoniste, TKK, Helsinki
- [2] Reliability-Based Classification of the Load Carrying Capacity of Existing structures 2004. Document 291, Guideline document, Road Directorate, Ministry of Transport – Denmark. Road Directorate, Kööpenhamina.
- [3] Harr, M.E. Reliability-Based Design in Civil Engineering 1987, New York, McGraw-Hill
- [4] Torrent R.J. Matériaux et constructions – Materials and Structures Vol 11 –No. 64 1978 Pariisi, Ranska. The log-normal distribution: A better fitness for the results of mechanical testing of materials.
- [5] Ang, A. H-S. & Tang, W.H. 1975. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol. I – Basic Principles. Wiley & Sons, Inc.
- [6] Poutanen T., Käyttöajan huomiointi eurokoodimitoituksessa , Rakenteiden Mekaniikka Vol. Nro, 2010, Rakenteiden Mekaniikan Seura, Helsinki
- [7] Valkeila, E., Ääriarvoista. Rakenteiden Mekaniikka Vol. 41, Nro. 2 2008, s 79–85. Rakenteiden Mekaniikan Seura, Helsinki
- [8] Ang, A. H-S. & Tang, W.H. 1984. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol. I – Decision, Risk and Reliability. Wiley & Sons, Inc.
- [9] Holicky, A. & Collins, K. 2013. Reliability of Structures. Boca Raton , Yhdysvallat, CRC Press.
- [10] Brühwiler, E. 2013. Extending fatigue life of structures beyond 100 years using monitored data, Proceedings, IABSE workshop Helsinki 2013, Safety, Failures and Robustness of Large Structures, Tuusula 14.-15.2.2013.
- [11] Samppala, P. 2011 Rautateille asennettujen pyörävoimailmaisimien mittausdata ja pyörävoiman raja-arvot, Diplomityö. TTY.
- [12] SFS-EN-1990-1-1 (2006). Eurokoodi. Rakenteiden suunnitteluperusteet. Suomen Standardisoimisliitto SFS, Helsinki, standardi.
- [13] Poutanen, T. 2012. Loads must be combined dependently in structural design. Viitattu: 13.5.2013. Saatavissa: www.tut.fi/rtek/poutanen/en

- [14] Schneider, J. Introduction to Safety and Reliability of Structures, IABSE Structural Engineering Documents 5, IABSE, 1997 Zürich, Sveitsi, 2. painos 2006.
- [15] Siltojen kantavuudenlaskentaohje. 1992. TIEL 2170005, 2000 Helsinki, Oy Edita Ab.
- [16] Rautatiesiltojen suunnitteluohje RSO. RSO 9 Rautatiesiltojen kantavuudenlaskentaohje, Ratahallintokeskus 631/731/02. Voimassa 21.5.2002 lukien
- [17] Somerville, G. 2008. Management of Deteriorating Concrete Structures. Abingdon, Oxon, Taylor & Francis.
- [18] Tulonen J. 2012. Suokannan rautatiesilta: Vanhan teräspalkkibetonisen laattasillan koekuormitus, Diplomityö, TTY 2011.
- [19] Robinson, D.G. A Survey of Probabilistic Methods Used in Reliability, Risk and Uncertainty Analysis: Analytical Techniques I
- [20] Suomen virallinen tilasto (SVT): Kuolemansyyt [verkkojulkaisu]. ISSN=1799-5051. 2010. Helsinki: Tilastokeskus [viitattu: 24.7.2012]. Saantitapa: http://www.stat.fi/til/ksyyt/2010/ksyyt_2010_2011-12-16_tie_001_fi.html
- [21] Paloheimo, E., Hannus, M., Lukkariniemi, I. 1976. Rakenteiden mitoitustilastollisin perustein. VTT.
- [22] Probabilistic Assessment of Existing Structures: a publication of Joint Committee on Structural Safety (JCSS), Edited by DIAMANTIDIS, D. Cachan : RILEM Publications, 2001 161 p.
- [23] Allen DE. Criteria for design safety factors and quality assurance expenditure. Proceedings of the Third International Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim, Norway, 1981.p. 667 - 78.
- [24] ISO 2394, (1998) International Organization for Standardization. General Principles on Reliability for Structures. standardi.
- [25] CASAS, J.R. et al. "Capacity assessment of European railway bridges. Limit states and safety formats." Sustainable Bridges – Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives, 5. Bridge performance and resistance for higher loads and speeds. Edited and reviewed by BIEN, J., ELFGREN L., OLOFSSON J. Dolnolaskie Wydawnictwo Edukacyjne, Warsaw, Poland 2007. 490 p.
- [26] Canadian Standards Association ASSOCIATION (CSA). Existing Bridge Evaluation to CSA Standard CAN/CSA-S6-88, Design of Highway Bridges. Supplement No 1, CSA, Rexdale, Toronto, Canada, 1990.

- [27] Broomfield, J.P., Corrosion of Steel in Concrete: Understanding, Investigation and Repair 2nd edition, Taylor & Francis 2007, Iso-Britannia 2007.
- [28] Zhao YG, Ono T. New approximations for SORM: Part 2. Journal of Engrg Mech, ASCE 1999;125(1):86–93
- [29] Xiaoping, D., Probabilistic Engineering Design 2005, University of Missouri – Rolla, kurssin opetusmateriaali Saatavilla: <http://web.mst.edu/~ccli/me360/notes.htm>, Viitattu: 06/2012
- [30] K. Breitung, Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals, J. Engin. Mech., ASCE, 110 (1984), no. 3, 357–366.
- [31] Zhao YG, Ono T. New approximations for SORM: Part 1. Journal of Engrg Mech, ASCE 1999;125(1):79–85
- [32] Zhao Y.G. & Ono T.A. general procedure for first/second-order reliability method (FORM/SORM)
- [33] James, G., Analysis of Traffic Load Effects on Railway Bridges, Structural Engineering Division, Royal Institute of Technology, SE-100 44 Tukholma, Ruotsi, väitöskirja, 2003.
- [34] Siemes, A.J.M. and Rostam, S., 1996. Durable Safety and Serviceability. A Performance Based Design. IABSE Colloquium 'Basis of Design and Actions on Structures'. March 27-29, Delft, the Netherlands. TNO-report 96-BT-R0437-001.
- [35] Michael H. Faber, Dimitri V. Val, Mark G. Stewart: Proof load testing for bridge assessment and upgrading. Engineering structures 22 (2000) s. 1677-1689.
- [36] Mori Y., Ellingwood BR. Maintaining reliability of concrete structures. I: role of inspection and repair. Journal of Structural Engineering ASCE 1994; 120(3): s. 824-845
- [37] Enright MP, Frangopol DM. Service-life prediction of deteriorating concrete bridges. Journal of Structural Engineering ASCE 1998; 124(3): s. 309-317.
- [38] Grantham, M., Concrete Repair – A practical guide. Taylor and Francis 2011, Iso-Britannia 2011
- [39] Kanerva, P. Rajatilamenetelmien käyttö rakenteiden mitoituksessa, Rakenteiden mekaniikka Vol. 5 No 3 1972, ss. 192-215 Rakenteiden Mekaniikan Seura, Helsinki
- [40] Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering: Introduction to reliability analysis. Kurssimateriaali. Viitattu: 17.12.2013 Saatavilla: <http://geo.cv.nctu.edu.tw/prob/download/ReliabilityAnalysis.pdf>

- [41] Gjørv, O. 2009. Durability Design of Concrete Structures in Severe Environments. Taylor & Francis, Iso-Britannia 2009, 220 s.
- [42] Richardson, M.G., Fundamentals of Durable Reinforced Concrete, Spon Press, Taylor & Francis 2002, Iso-Britannia 2002, 260 s.
- [43] Knoll, F. and Vogel T., Design for Robustness, IABSE Structural Engineering Documents 11, IABSE, 2009 Zürich, Sveitsi,



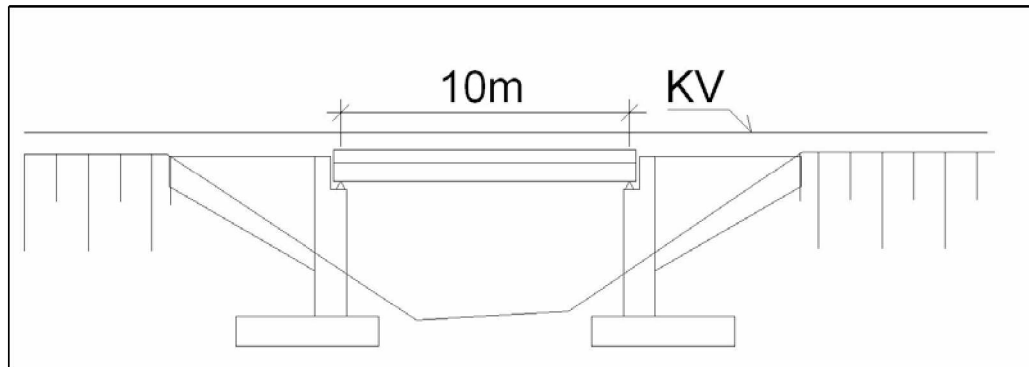


Teräsbetonisen laattasilan tarkastelu luotettavuusanalyysin keinoin:

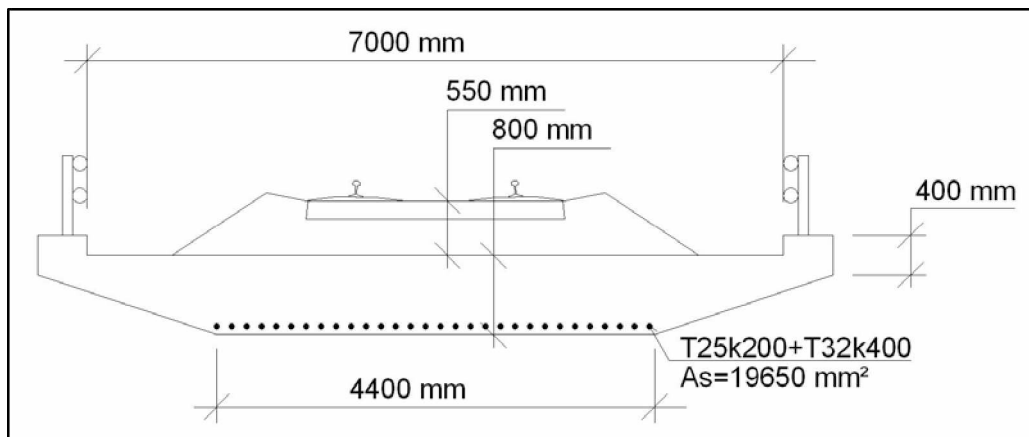
Lähtötiedot:

Silta:

Teräsbetoninen laattasilta JM= 10 m, HL= 7 m
Mitoitettu kuormakaaviole LM-71-25
Kiinteä laakeri toisessa päässä, toisessa liukuva.



| | |
|---------------------|-----------|
| Tukikerros: | KV-550 mm |
| Betoni: | C40/50-3 |
| Teräs: | A500HW |
| Betonipeitepaksuus: | 50 mm |



Liikenne:

Oletetaan rataosuudelle raideliikenne keskimäärin 1000 tavaraliikenteen akselia / vuorokausi, kuormattuja junia.

Liikennekuorman simulointi:

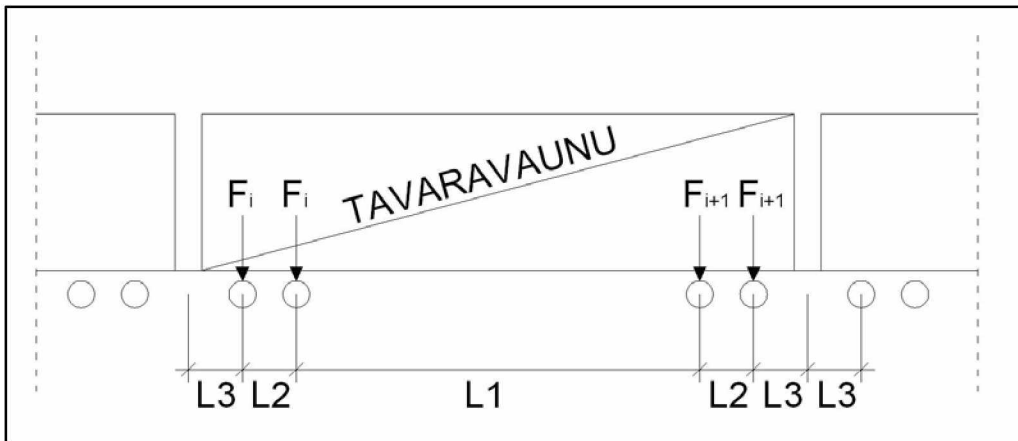
Päivittäinen liikenne simuloidaan luomalla satunnaisia junia, jotka koostuvat satunnaisista tavaravaunuista. Satunnaisuuttujina liikkuvan kaluston simuloinnissa käytetään:

- Akselipainoa (saadaan akselipainotutkimuksesta)
- Vaunun akseliston geometriaa (kuvan mittoja L1, L2 ja L3)

Satunnaismuuttujien luonnin säännönmukaisuuksia:

- Saman telin akselipainot ovat aina yhtä suuret
- Samassa vaunussa on molemmissa päissä geometrialtaan yhtenevät telit.
- Oletetaan liikenteeksi vain telillisiä vaunuja (akselien kappalemäärä / vaunu vakio (4))
- Keskitytään tavaravaunuihin ja tavaraliikenteeseen, koska tämä on todennäköisesti mitoittavin tilanne. Veturia simuloida erikseen (on tyypillisesti kevyempi ja kuormavaikutukseltaan vähäisempi kuin tavaravaunut kuormattuna).

Vaunun geometria:



Periaatekuva tavaravaunun geometriasta simulaatiossa.

| | μ [m] | σ [m] |
|-----------|-----------|--------------|
| L1 | 15 | 3 |
| L2 | 2 | 0.3 |
| L3 | 2 | 0.4 |

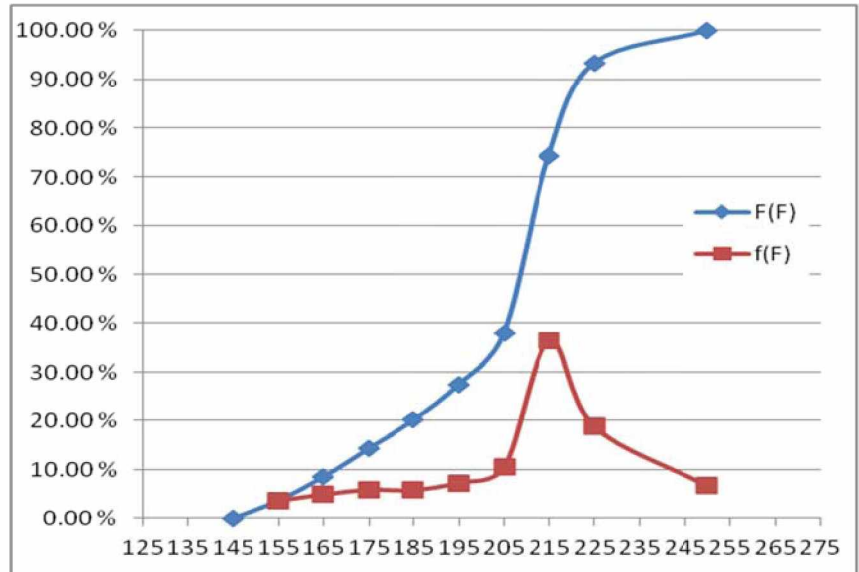
Parametrit tavaravaunun mittatietojen jakaumalle.

Vaunun akseligeometriaan liittyvien suureiden oletetaan olevan normaalijakautuneita.

Akselipainot:

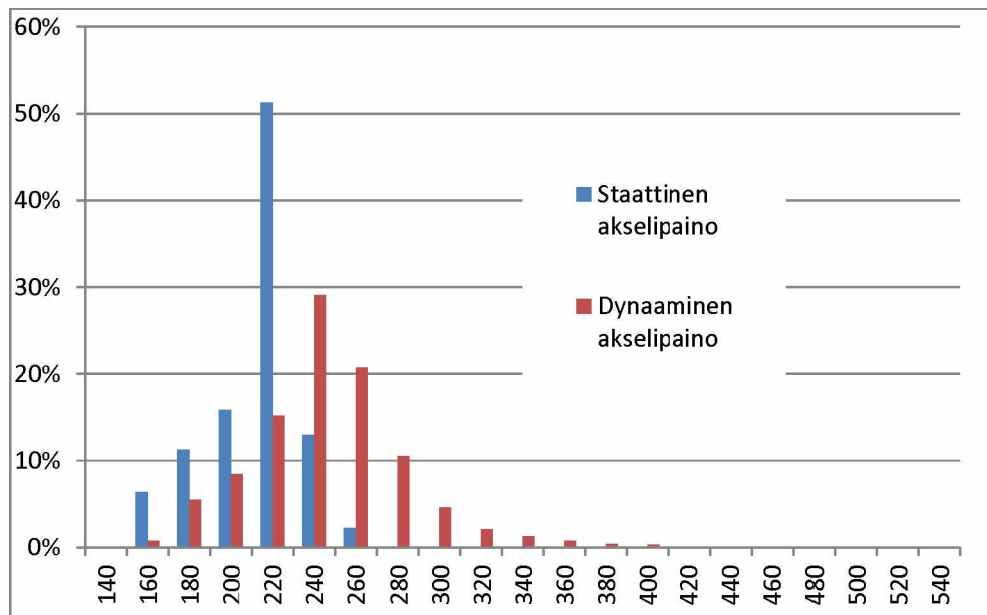
Akselipainojen jakauman määrittämisen lähtötietona on käytetty soveltaen akselimassatutkimusta [11], jossa esitetystä akselipainojakaumasta ks. kuva 2.4 on päätelty viimeisen kukkulan edustavan kuormattuja tavaravaunuja. Tämän mittausaineiston tietojen perusteella on muodostettu empiirinen jakauman kertymäfunktio kuormattujen tavaravaunujen akselipainoille:

| F(kN) | F(F) |
|-------|-------|
| 145 | 0.00 |
| 155 | 0.036 |
| 165 | 0.085 |
| 175 | 0.143 |
| 185 | 0.201 |
| 195 | 0.275 |
| 205 | 0.381 |
| 215 | 0.745 |
| 225 | 0.933 |
| 250 | 1.00 |



Kertymä- ja tiheysfunktio tavaravaunujen staattiselle akselipainolle

Dynaaminen akselikuorma saadaan soveltamalla kaavaa 3.65, 3.66. Tässä simulaatiossa akselikuorman dynaaminen vaikutus asetetaan akselikuormaan. Laskennan ollessa lineaarista näin voidaan menetellä.



10 000 akselin simuloidusta otoksesta saatu staattisen ja dynaamisen akselipainon jakauma.

| | Staattinen akselipaino | Dynaaminen akselipaino | |
|----------|------------------------|------------------------|------|
| μ | 201.9 | 236.7 | [kN] |
| σ | 21.6 | 39.3 | [kN] |
| V | 10.68 % | 16.61 % | |

Jakaumaparametrit simuloitulle 10 000 akselin otokselle.

Simulaatio:

Simulaation kulku:

- 1) Luodaan simulaatioon päivittäinen tavarajunaliikenne eli 250 vaunua akselien. (=1000 akselia/päivä).
- 2) Ajetaan kohdassa 1) luotu päivittäinen liikenne sillan yli 0,1 m harppauksin ja joka kierroksella lasketaan sillan jänteen keskellä vaikuttava taivutusmomentti
- 3) Tallennetaan näistä (päivän aikana esiintyneistä taivutusmomenteista) suurin arvo (saadaan yhden päivän tavarajunaliikenteen vaikutuksesta syntyvä taivutusmomentin ääriarvo.)
- 4) Toistetaan kohdat 1)-3), jotta saadaan ääriarvoista riittävä otos ja siten päivittäisen taivutusmomentin maksimien ääriarvojakauma.

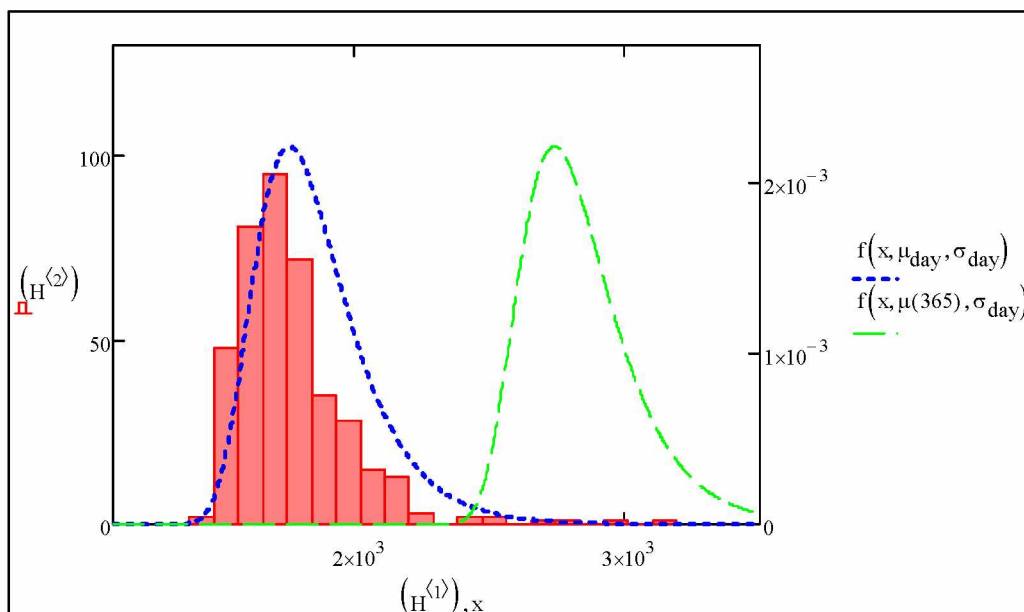
Simulaatio suoritetaan 400 päivälle, jotta saadaan riittävä aineisto. Saadaan taulukko, jossa on 400 päivittäistä ääriarvoa.

Simuloitun raideliikenteen tulosvektorin analysointia:

Yhden päivän taivutusmomentin

- ääriarvojen keskiarvo: $\mu = 1761$ kNm
- ääriarvojen keskihajonta $\sigma = 213,9$ kNm

Allaolevassa palkkikuvaajassa nähdään päivittäisten ääriarvojen jakauma. Tämän oletetaan olevan tyypiltään Gumbel (sinisellä katkoviivalla). Gumbel-jakaumaa skaalamalla on mahdollista saada laskettua vastaava vuosittaisen ääriarvon jakauma (vihreä katkoviiva). Havaitaan, että tämän odotusarvo on kokolailla oikealla seudulla, koska 400 päivän simulaatiossa on realisoitunut muutamia kappaleita simulaatiossa realisoituneita tuloksia jotka ovat tämän tiheyskäyrän ”korkeamman kuplan” alueella.

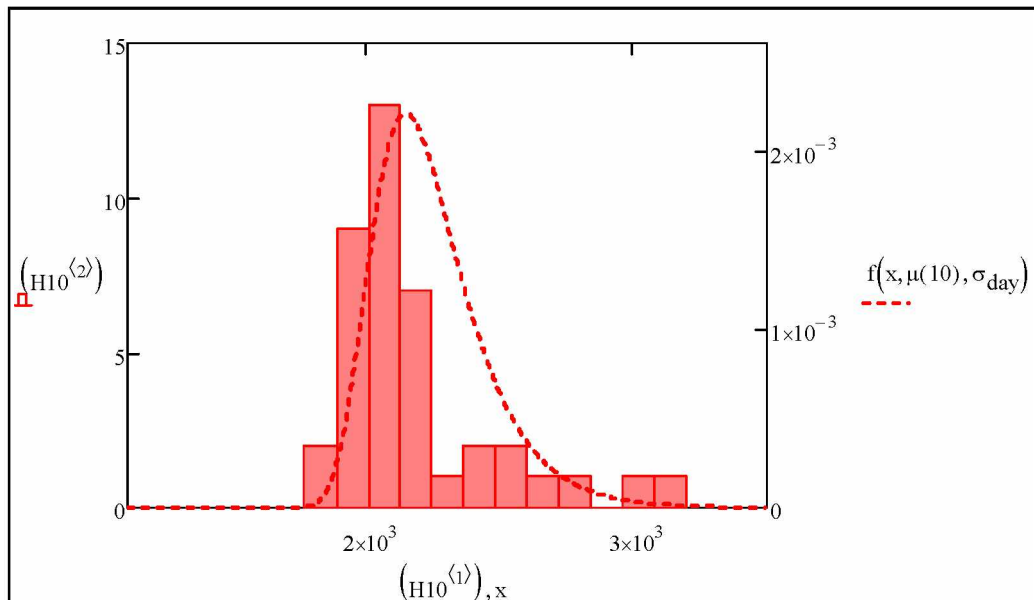


Skaalautuvuutta ja tulosta voidaan vielä varmentaa tutkimalla hieman lisää. Jakamala otos 40 kappaleeseen 10 päivän intervalleja, joista poimitaan 10 päivän ääriarvot.

10 päivän taivutusmomentin: - ääriarvojen keskiarvo: $\mu = 2177$ kNm
 - ääriarvojen keskihajonta $\sigma = 297,0$ kNm

Saadaan vektori, jossa on 40 alkiota (40 kpl 10 päivän ääriarvoja). Tutkimalla näiden jakaumaa ja vertaamalla sitä yhden päivän ääriarvojakaumasta skaalattuun 10 päivän ääriarvojakaumaan voidaan todeta skaalauksen toimivan melko hyvin. Huippu täsmää havaintoaineistoon.

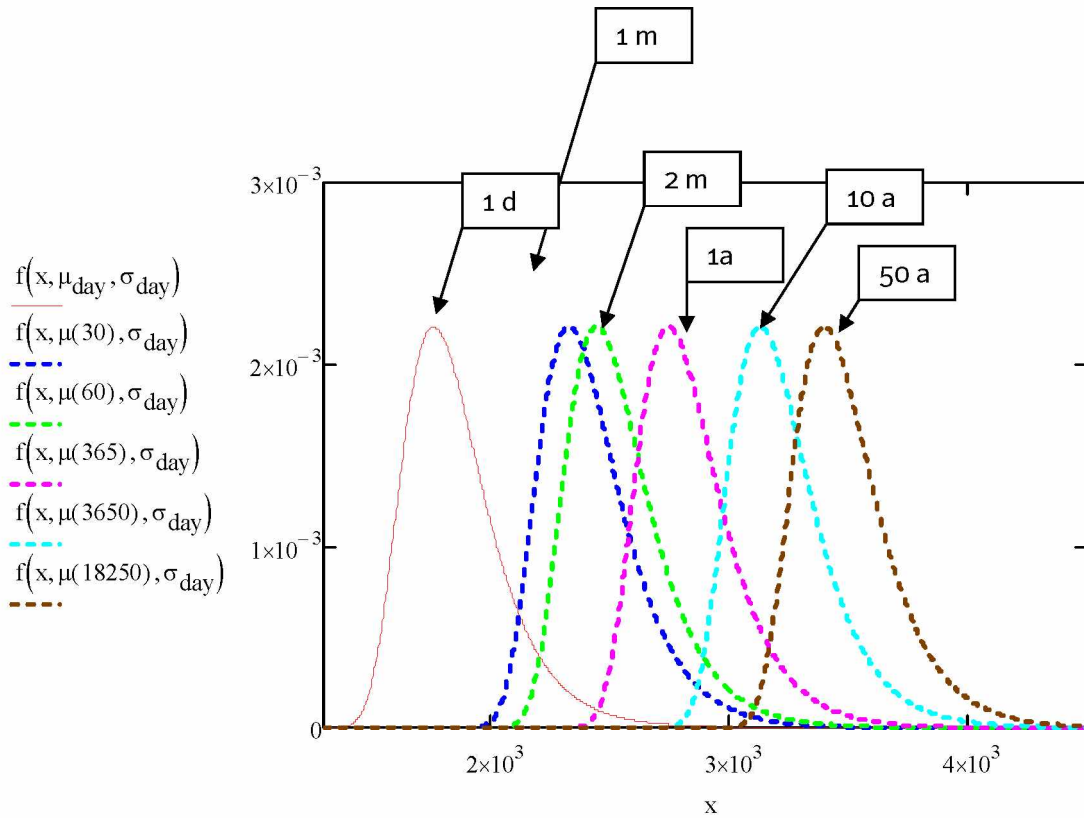
Teoreettinen skaalattu 10 päivän ääriarvo saadaan yksittäisten päivien generoidusta ääriarvojakaumasta laskettua kaavalla 3.72, jolloin saadaan 10 päivän ääriarvon odotusarvoksi $\mu(10) = 2145$ kNm, joka on -rajallinen aineisto huomioon ottaen – melko lähellä otoksesta saatua vastaavaa.



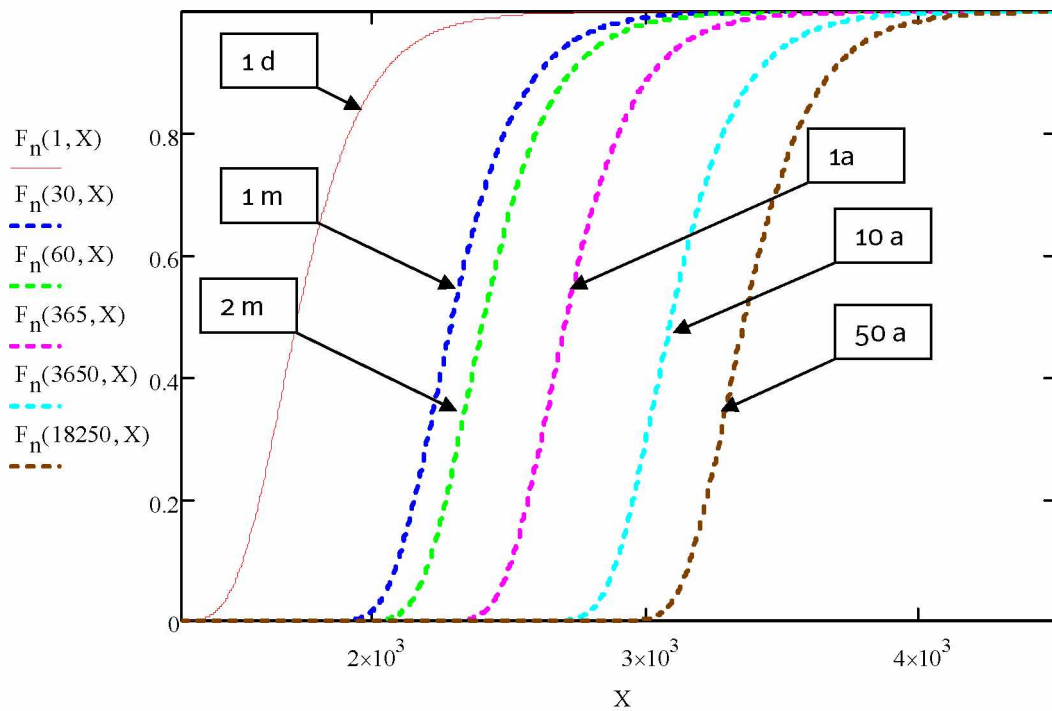
Näin voidaan todeta skaalauksen toimivan ja siten johtaa ääriarvojakaumat mieltävaltaisille ajanjaksoille, jotka ovat 1 päivän kerrannaisia. Tämä tehdään käyttämällä hyväksi seuraavia oletuksia:

- Yhden päivän ääriarvon jakauma on Gumbel
- Muiden ajanjaksojen ääriarvojakauma on myös Gumbel
- Liikennekuormassa ei ole trendiä*

**Tämä oletamus ei ole välttämätön, koska vaikka puhutaan 50 vuoden liikennekuorman ääriarvosta, tällä ei tarkoiteta sitä arvoa, joka reaalisen 50 vuoden aikana ilmestyy. Lähinnä voitaisiin sanoa, että kyse on on kuorman toistumisjaksosta (return period).*



Tiheysfunktiot rautatien tavaraliikennekuorman aiheuttamalle taivutusmomentin ääriarvojakaumalle eri ajanjaksoilla [kNm]



Kertymäfunktiot rautatien tavaraliikennekuorman aiheuttamalle taivutusmomentin ääriarvojakaumalle eri ajanjaksoilla [kNm]

Saadaan liikennekuorman vaikutukseksi 50 vuoden ajanjaksolle: odotusarvo $\mu = 3397$ kNm, keskihajonta $\sigma = 213,0$ kNm.

Ja näin ollen: rautatieliikennekuorman staattisen taivutusmomenttivaikutuksen 50 vuoden ääriarvojakauman 95 % fraktiili on $M_{50a,0.95} = 3796$ kNm. Eli tämä arvo ylittää 5 % todennäköisyydellä 50 vuoden tarkastelujakson aikana.

Luotettavuusanalyysi:

Rajatilafunktio:

$$G(\bar{X}) = d \cdot A_s \cdot \left[f_y - \frac{A_s \cdot f_y^2}{b \cdot d \cdot 2 \cdot f_c} \right] - M_Q - M_G - M_T$$

jossa A_s = Teräspinta-ala rakenteen alapinnassa
 M_Q = Taivutusmomentti liikenteen vaikutuksesta
 M_G = Taivutusmomentti rakenteiden painosta
 M_T = Taivutusmomentti tukikerroksen painosta

$$\bar{X} = [f_y \quad f_c \quad M_Q \quad d \quad A_s \quad M_G \quad M_T]$$

Kyseessä on siis 7-dimensionaalinen ongelma.

Lähtötiedot

Luotettavuusanalyysiin syötetään lähtötietoina seuraavat satunnaismuuttujat:

| | μ | V | σ | Jakauma |
|-------------------------------|---------|--------|----------|-------------------------|
| Rakenne: | | | | |
| Betonin lujuus [MPa] | 47.0 | 15 % | 7.05 | LogNormaali |
| Teräksen lujuus [MPa] | 544.0 | 4.60 % | 25.00 | LogNormaali |
| Tehollinen korkeus [mm] | 740.0 | 2 % | 11.10 | Normaali |
| Teräsala [mm ²] | 19650.0 | 0.13 % | 24.56 | Normaali |
| Pur. pinnan leveys [mm] | 5200.0 | - | - | Deterministinen |
| Kuormat: | | | | |
| Taivutusmomentit [kNm] | | | | |
| Liikennekuorma* | 3397.0 | 6.27 % | 213.00 | Gumbel (I-tyypin Extr.) |
| Rakenteen omapaino | 1725.0 | 8 % | 138.00 | Normaali |
| Tukikerros | 603.3 | 25 % | 150.81 | Lognormaali |

* 50 vuoden ääriarvojakauma

Laskennan tulokset

Suoritetaan laskenta:

- MonteCarlo-simulaatiolla VAP 1.6-ohjelma (5 000 000 kierrosta)
- FORM-algoritmillä VAP 1.6 - ohjelma
- FORM-algoritmillä liitteen X mukaisesti
- SORM-laajennuksella edelliseen.

Eri menetelmillä saadut laskentatulokset vauriotodennäköisyydelle p_f ja luotettavuusindeksille β .

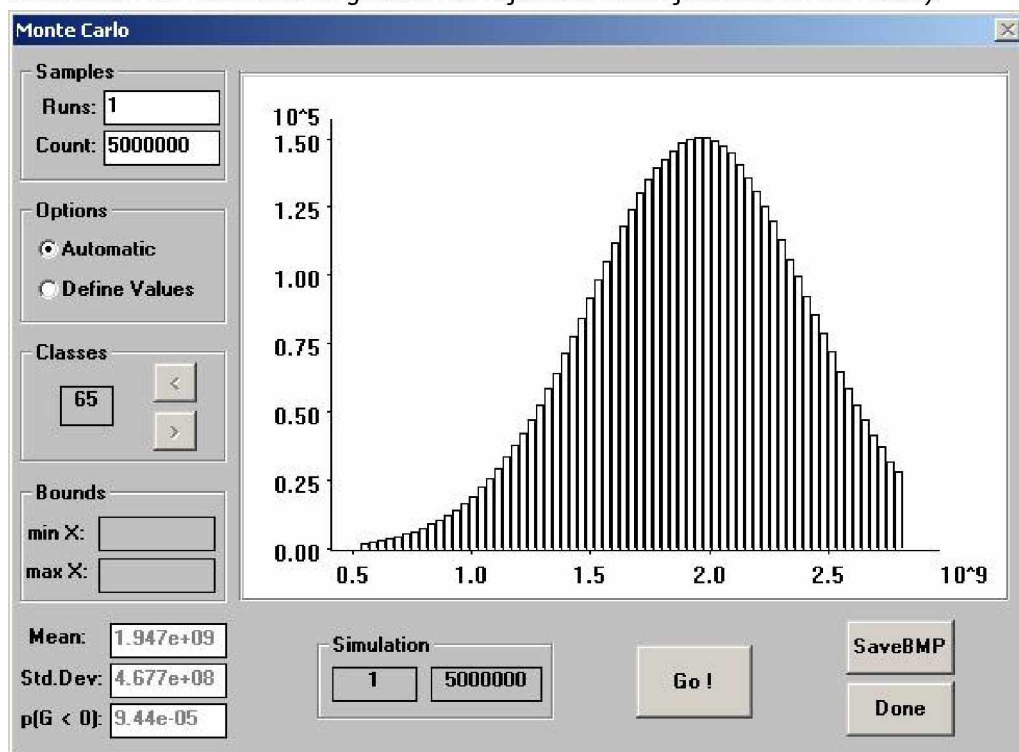
| | p_f | β |
|------------------------|----------|--------------|
| VAP 1.6 MCS | 9.84E-05 | 4.16*/3.72** |
| VAP 1.6 FORM | 1.12E-05 | 4.24 |
| FORM-algoritmi MathCad | 1.35E-05 | 4.20 |
| SORM- MathCad | 1.44E-05 | 4.18 |

* Laskettu approksimaatio varmuusmarginaalin jakaumaparametreista kaavalla 3.18

** Laskettu vauriotodennäköisyydestä

Laskennan vaiheista:

VAP 1.6 – ohjelman MonteCarlo-simulaatiossa arvotaan satunnaismuuttujille arvot ohjelmaan syötettyjen tietojen osalta, jonka jälkeen tarkastetaan onko rajatilafunktiolle voimassa $G < 0$. Vauriotodennäköisyys on tällaisten laskentakertojen kappalemäärä jaettuna simulaatiokierrosten lukumäärällä. Vasemmassa alakulmassa on esitetty simulaatiossa realisoitunut varmuusmarginaalin odotusarvo, keskihajonta sekä vauriotodennäköisyys rajatilafunktiolle. Kuvasta huomaa, että jakauma on hieman vino, tällöin jakaumaparametreista laskettu luotettavuusindeksi on approksimaatio (tarkka ainoastaan kun varmuusmarginaalin eli rajatilafunktion jakauma on normaali).



VAP-ohjelmalla toteutetun MonteCarlo Simulaation tulosruutu.

Vap 1.6 FORM-analyysityökalulla voidaan ratkaista sama rajatilafunktio. Tällöin tulos-tuu vain lopputulos: Huomioitava, että herkkyyskertoimet ovat erimerkkiset kun tässä tutkimuksessa muutoin

| | | |
|-------------------|-----------------------|--------------|
| HL - Index = 4.24 | $P(G < 0) = 1.12e-05$ | |
| Name | Alpha | Design Value |
| As | -0.018 | 1.965e+04 |
| MG | 0.301 | 1.901e+09 |
| MQ | 0.329 | 3.711e+09 |
| Mt | 0.568 | 1.058e+09 |

| | | |
|----|--------|---------|
| d | -0.228 | 729.268 |
| fc | -0.062 | 44.667 |
| fy | -0.650 | 478.822 |

Yksiköt ovat N, mm, MPa

MathCadiin ohjelmoidulla FORM-algoritmillä ratkaistu rajatilayhtälö välivaiheiden iteraatiokieroksittain: Yksiköt: MN, m, MPa

| i | Muuttuja | X_i | X_{ekvi} | α_i | X_{i+1} |
|---|----------|---------|-----------------|------------|-----------|
| 1 | FY | 544 | 544 | 0.73 | 446.992 |
| | FC | 47 | 47 | 0.073 | 43.765 |
| | MQ | 3.397 | 3.397 | -0.456 | 3.403 |
| | d | 0.74 | 0.74 | 0.253 | 0.725 |
| | As | 0.02 | 0.02 | 0.021 | 0.02 |
| | MG | 1.725 | 1.725 | -0.294 | 1.939 |
| | MT | 0.603 | 0.603 | -0.321 | 0.837 |
| | | | $\beta = 5.283$ | | |
| 2 | FY | 446.992 | 437.154 | 0.735 | 465.843 |
| | FC | 43.765 | 43.649 | 0.056 | 44.824 |
| | MQ | 3.403 | 3.397 | -0.465 | 3.394 |
| | d | 0.725 | 0.725 | 0.207 | 0.73 |
| | As | 0.02 | 0.02 | 0.017 | 0.02 |
| | MG | 1.939 | 1.939 | -0.3 | 1.9 |
| | MT | 0.837 | 0.8 | -0.328 | 0.79 |
| | | | $\beta = 4.221$ | | |
| 3 | FY | 465.843 | 459.625 | 0.735 | 466.252 |
| | FC | 44.824 | 44.772 | 0.058 | 44.759 |
| | MQ | 3.394 | 3.397 | -0.462 | 3.394 |
| | d | 0.73 | 0.73 | 0.217 | 0.73 |
| | As | 0.02 | 0.02 | 0.018 | 0.02 |
| | MG | 1.9 | 1.9 | -0.298 | 1.898 |
| | MT | 0.79 | 0.766 | -0.326 | 0.788 |
| | | | $\beta = 4.197$ | | |
| 4 | FY | 466.252 | 460.102 | 0.735 | 466.286 |
| | FC | 44.759 | 44.704 | 0.059 | 44.75 |
| | MQ | 3.394 | 3.397 | -0.463 | 3.394 |
| | d | 0.73 | 0.73 | 0.217 | 0.73 |
| | As | 0.02 | 0.02 | 0.018 | 0.02 |
| | MG | 1.898 | 1.898 | -0.298 | 1.898 |
| | MT | 0.788 | 0.764 | -0.326 | 0.788 |
| | | | $\beta = 4.197$ | | |

Jo 4 kierroksen jälkeen havaitaan luotettavuusindeksin konvergoivan kohti arvoa 4,197.

SORM-laskenta on edellä esitetyn jatke, jossa analysoidaan kohdassa 3.4.3 esitetyillä menetelmillä rajatilafunktion pinnan kaarevuutta ja sen vaikutusta luotettavuusindeksiin. Näin todetaan toisen kertaluokan approksimaation vaikuttavan hyvin vähäisessä määrin ensimmäisen kertaluokan approksimaatiolla (FORM) saatuun tulokseen.

Herkkyyskertoimet ja muuttujien suunnitteluarvot kullekin satunnaismuuttujalle saadaan molemmista FORM-laskennoista.

| Muuttuja | Mathcad-FORM | | VAP-FORM | | Δ |
|----------|--------------|--------|------------|--------|----------|
| | α_i | X_i | α_i | X_i | |
| FY | 0.735 | 466.29 | 0.65 | 478.82 | 2.62 % |
| FC | 0.059 | 44.75 | 0.062 | 44.67 | -0.18 % |
| MQ | -0.463 | 3.39 | -0.329 | 3.71 | 8.54 % |
| d | 0.217 | 0.73 | 0.228 | 0.73 | -0.10 % |
| As | 0.018 | 0.02 | 0.018 | 0.02 | -1.78 % |
| MG | -0.298 | 1.90 | -0.301 | 1.90 | 0.16 % |
| MT | -0.326 | 0.79 | -0.568 | 1.06 | 25.52 % |

