

Q. F. F. Q. S.

**SPECIMEN
COMMENTATIONIS**

In bina loca

OPTICES

ISAACI NEWTONI,

Quod

Suff. Ampl. Fac. Phil. in Reg. Acad. Aboëns.

PRÆSIDE

Amplissimo atque Celeberrimo VIRO

MAG. NICOLA O

HASSELBOM,

Mathem. Profess. Reg. & Ord.

PRO GRADU

publice ventilandum sibi

STIPENDIARIUS REGIUM.

JACOB GADOLIN J. F.

BOREA FENNO

die. I. Julii A^o MDCCLXV. horis p. m. solitis.

ABOÆ, Excud. JOH. KIEMPE, Reg. Ac. Typ.

Sacrae Regiæ Majestatis
SUMMÆ FIDÆI VIRO,
SENATORI REGNI

Et

REGIÆ CANCELLARIÆ CONSILIARIO

Atque

Supremo Aulae MARESCHALLO

Et

Reg. Academ. Aboënsis CANCELLARIO

Illustrissimo & Excellentissimo

COMITI ac DOMINO

D^N. CAROLO
GUSTAVO
TESSIN,
EQVITI AQVILÆ NIGRÆ

MECENATI SUMMO.

*I*N Te, Celsissime Comes, suspicimus & mi-
ramur exemplum perfectionum, quæ hominem

EXOR

exornare possunt, maximarum. Non enim natura
solum Te tot instruxit donis, ut iis ad cumulum
nihil addi possit, verum etiam Tu te illis ita usus
es recte atque sapienter, ut per hominem nihil su-
pra fieri queat. Hinc factum est, ut splendidis-
simo ad motus muneribus rempublicam officiis Tuis
reddideris Tibi obstrictissimam, Tuque opera
ubivis magni admodum aestimetur, neque alium
civem, quam Te, magis Patria invideant ini-
mici. Quanto literas complectaris amore vel exinde
patet, quod ad scientiarum fastigium, quod tenes,
adscendere alii vix liceat; & quantum in Te
Mæcenatem habeant literarum cultores, ejus rei
plurima exstant documenta. Igitur cum tantus
sit nominis Tui splendor, tanta virtutis gloria,
tantum gratie lumen, non potest non civitas
nostra Academica vehementer sibi de eo gratulari,
quod Te, Celsissime Comes, ad sui gubero-
nacula sedentem videat. Letantur certe atque
exsultant cives nostri universi, dum in mentem
revocant Te, Celsissime Comes, Heroicum illud
& prorsus magnificentum SUUM CULQUE & in
animo & in signo gerere. Proinde neque mireris
me homunculum hanc arripuisse occasionem effici-
en

endi, ut qualisouque hio ingenii mei fœtus, ut
primitia Cancellariatus Tui, nomine superbiat
Tuo; verum quod idem non sit maturitatem ad-
secutus justam, id fatis meis, non mihi, elemen-
ter tribuas, submisse oro atque contendo, qui pro
perenni Tuo flore ad DEUM T. O. M. calu-
disima fundens vota, dum vixero, maxebò,

ILLUSTRISSIMI atque EXCELLENTISSIMI
NOMINIS TUI

Subiectissimus cliens
JACOB GADOLIN.



Isaacus Newtonus, eques auratus, natione Anglus Prof. Mathem. Cantabrig. primum, dein Praefectus rei monetariae, atque Praeses tandem Soc. Reg. scientiarum, vir & fide & moribus antiquis, & summa modestia fuit. Sive Calculum Mathematicum in genere spectes, sive Mechanicam atque Hydraulicam, sive Astronomiam, sive Opticam, aut Physicam integram, ejus nova ubique inventa prorsus praeciosa & admiranda existant. Pietatis erga DEUM documentum est, quod ex phaenomenis de DEO differere, ad Philosophiam Experimentalem pertinere judicaret. Verba ita facient: *Philosophia Naturalis id revera praecipuum est officium & finis, ut ex phaenomenis, sine fictis hypothesebus, arguamus, & ab effectibus ratiocinatione progrediamur ad causas, donec ad ipsam aeternam causam primam [qua sine omni dubio mechanica non est] perveniamus, nec mundi mechanismum solummodo explicemus, verum etiam insuper & praecipue ut hasce & hujusmodi quaestiones tandem expediamus; - - - Fieri ne potuit ut oculus sine scientia Optices fuerit constructus? Aut auris, sine intelligentia Sonorum? &c.*

De hoc viro, quem seculi gentisque suae Decus egregium vocat, ita cecinit Edmundus Halley:

Talia monstrantem justis celebrate Camænis,
Vos qui cœlesti gaudetis nectare vesci,
Newtonum clausi referantem Scrinia veri,
Newtonum Musis carum, qui pectore puro
Phœbus adest, totoque incessit Numine mentem:
Nec fas est propius Mortali attingere Divos.

COMMENTATIO PRIOR.

§. I.

Illustr. Newtonus Optic. lib. I. Part. I. Prop II. Expe-
rim. III. in eo occupatus est, ut ostendat lu-
men solis constare ex radiis diverse refrangibilibus,
quocirca occurrunt nonnulla, quæ ab Auctore suppo-
nuntur atque lectorum relinquuntur judicio; illis ipsis
aliquantulum forte illustrandis, quæ sequitur, levis no-
stra Commentatio intersivet. Experimentum huc redit,
scil.

Si prisma vitreo trigono, cujus latera bene polita
sunt, excipiatur lumen solis, per rotundum fene-
stræ operculi foramen, in cubiculum tenebricosum
immisum, atque ad prismatis axem, seu lineam, quæ
secundum longitudinem per medium ejus ducitur, per-
pendiculare; observatur lumen per prisma transmissum
a recta linea refringi, atque si in chartam vel oppo-
situm parietem, ad majorem quam vis distantiam nor-
maliter incidat, oblongam & iridis coloribus distinctam
imaginem exhibere. Latera imaginis terminantur lineis
rectis parallelis, extremitates autem utraqve extrorsum
prominentibus semicirculis, estque longitudo latitudi-

nis

nis fore quintupla, & quatuordecuplo fere major, quam diameter ejusdem luminis charta similiter excepti ad eandem a foramine distantiam, remoto prismatico. Quod si lumen illud solare satis oblique in primum prismatis latus incidat, & prisma deinde circa axem lente convertatur, ut lumen minus obliquum evadat, vel ad alteram etiam partem faciei prismatis inelinetur; lumen quidem transmissum accedendo aut recedendo a loco, in quem absente prismatico incidisset, situm suum mutat, semper tamen oblongam ejuscemodi atque coloratam exhibet imaginem. Spectaculum hoc visu admodum jucundum est. Colores exhibiti sunt violaceus, indicus caeruleus, viridis, flavus, aureus & ruber, quorum primus maxime, ultimus minime distat a loco luminis irretracti. Si vas ex politis vitri lamellis, in formam prismatis, conclusa intus aqua, conglutinatis, loco vitri solidi, adhibeatur, similis plane est experimenti exitus secundum proportionem refractionis. Itaque cum absente prismatico, rotunda seu foramini similis fuisset hæc imago, quaeritur quanam sit hujus Phænomeni ratio, in primis vero num figura prismatis in ea causa sit, cur in longitudinem extendatur? (*) vel utrum ex congenita quadam radiorum luminis proprietate id fiat, ut qui diversorum colorum sensum in nobis excitant, diversa ratione in lateribus prismatis refringantur, atque ordine juxta se invicem positi oblongam sic efficiant imaginem.

Az

Uni-

(*) Patet quidem prisma, quatenus est medium magis refringens quam aer circumjectus, a recta linea refringere illud lumen; verum quod ejus figura triangularis non efficiat ima-

Unicum tantummodo prismatis positum considerabimus. Cum enim idem semper sit phaenomenon; si in uno prismatis positu demonstrari queat, ex figura prismatis intelligi non posse, cur oblonga sit imago, sed aliam quancunque esse hujus rei causam, utiqve eadem in omni prismatis positu erit ejusdem phaenomeni causa, nisi ejusdem effectus causas voluerimus plures comminisci.

§ II.

Supponamus igitur radios luminis refrangibilitate non differre, sed eandem esse omnium refractionis rationem constantem, & videamus quid valeat figura prismatis. (*)

I:o Quia radius luminis ex aëre in vitrum transiens versus perpendicularum refringitur, quæcunque fuerit ejus ad superficiem vitri obliquitas, illud semper ingreditur; contra vero lumen ex vitro in aërem non emerget, nisi detur quidam sinus, qui ad sinum incidentiæ radii intra vitrum positi sit in illa data refractionis ratione.

II:o Sit itaque (Fig. 1.) a b c planities triangulatio concepta, qua prisma ea sui parte, per quam luminis pars media permeat, transversum secetur; d f, radius quidam incidens; e g, normalis ad latus prismatis in puncto f.; f i, radius in f. refractus; i l, radius ex
prisma-

ginem istam oblongam, id forte gratis non concedetur.

(*) Phaenomena refracti luminis non ignorarunt veteres, prout constat ex Euclidis Speculari, ubi hæc leguntur verba: Si in vas quiddam projectum sit, acceperitque inter-

prismate emergens, postquam in puncto i. iterum ad eandem partes refractus esset; (*) k h, normalis ad latus prismatis in puncto i. His positus, erit summa angulorum g f i. & h i f. æqualis angulo a c b. Etenim demissa ex vertice e. ad refractum radium f i. normali e m, erit angulus h i m. æqualis ipsi i c m, quia uterque

est

vallum, ut minime videatur, eodem existente intervallo, si aqua infundatur, injectum spectabitur. Esse vero constantem refractionis rationem, recentioris ævi inventum est, quod Willebrordo Snellio deberi eruditi fatentur, soletque vitio verti Cartesio, quod suppresso inventoris nomine, pro suo invento id vendicare videatur.

(*) Supponimus radium d f cadere inter latus b f & perpendiculararem f e. atve ita proportionatos esse angulos d f e & a b e, qui vocatur angulus refringens prismatis, ut radius refractus f i. cadat inter normalem h i & latus i c, neque majorem habeat incidentia angulum f i h, quam ut in aërem emergere queat; Constat ceteroquin, quod, posita ratione refractionis ex aëre in vitrum ut 31. ad 20, si prismatis vitrei angulus refringens vel minor sit vel non multum excedat grad 40, & si angulus d f b. vel admodum magnus, vel admodum exiguus sit, possit radius luminis ad partes contrarias refringi in duobus prismatis lateribus; verum quia non solum in intermediis istis radii d f obliquitatibus ad latus b f. sed etiam semper in prismatibus, quorum angulus refringens excedit gradus octos, ad easdem partes refractiones sunt, tuto hac supponi possunt. Quod si tamen angulus refringens multum excedat 80. gradus, eadem servata refractionis ratione, lumen non transmittitur per bina latera illum angulum continentia, utcumque illud vel directe vel oblique in latum prismatis incidat.

est ejusdem $m i c$. complementum ad quadrantem; ex eadem ratione $g f i$. & $m c f$. inter se æquales sunt, cum sit uterque ipsius $m f c$. complementum ad quadrantem, ideoque $h i f$. & $g f i$. simul sumti æquales sunt toti angulo $a c b$. (*)

III:o Quod si concipiamus, fixo manente radio $d f$. converti prisma circa axem suum, utique simul augmentur vel minuuntur anguli $d f e$. & $g f i$; e contrario autem simul minuuntur vel augmentur anguli $h i f$. & $l i k$, nam sinus istorum angulorum in data sunt ratione, atque $g f i$. & $h i f$. simul sumti æquales sunt angulo constanti $a c b$.

IV:to Patet quoque, dum prisma ita convertitur, fieri ut $g f i$. æqualis evadat dimidio angulo $a c b$, quo facto alter $h i f$. itidem est dimidio $a c b$. æqualis, (per II.) nec non angulus incidentiæ in primum prismatis latus $d f e$. æqualis angulo refractionis $l i k$, sub quo ex ulteriori latere prismatis emergit radius luminis, angulus $f i x$. quoque æqualis angulo $i f x$, continuatis videlicet lineis $d f$. & $l i$, donec se mutuo interfecerint in x , & denique $i f c$. æqualis ipsi $f i e$.

V:to Concipiamus porro prisma ex hoc posito ita converti, ut augeatur angulus $d f e$. pro lubitu, non tamen magis, quam ut ad easdem adhuc partes in ulteriori prismatis latere radius emergens refringatur, evadit tunc angulus $l i k$. minor quam $d f e$ (per III.), & potest ad quodlibet in latere prismatis punctum n , quod inter basin ejus $a b$. atque punctum f . jaceat, incidere radius
lumi-

(*) Quando autem ad contrarias partes in lateribus prismatis radius luminis refringitur, est differentia angulorum,

luminis $d n$. efficiens cum latere prismatis $b n$. angulum
 $d n b$. æqualem angulo $l i a$, & proinde habens angu-
 lum incidentiæ $d n q$. æqualem ipsi $l i k$, itemque, si
 $n o$, designet lineam, in quam refringitur radius $d n$,
 angulum refractionis $r n o$. æqualem angulo $h i f$, nec
 non angulum incidentiæ in latus prismatis ulterius $t o n$
 æqualem angulo $g f i$, atque angulum refractionis $p o s$,
 sub quo ex ulteriori prismatis latere emergit, æqualem
 angulo $d f e$; emerget autem radius hic ex primate,
 quia æquales sunt anguli $t o n$. & $g f i$, nam per eas-
 dem aut similiter positas lineas lumen semper move-
 tur, a quacunque parte procedat. Et hæc quidem ita se ha-
 bebunt, quia eadem ubique est ratio refractionis, suntq; an-
 guli $r n o$. & $t o n$. simul sumti æquales angulo $a c b$. ex
 eadem ratione, qua id ostensum est de angulis $h i f$. &
 $g f i$. (per II). Secabit vero radius $d n$. priorem illum
 $d f$. in quodam puncto, d ; est namque angulus $d f e$.
 major quam $l i k$, (per num. III.) qui æqualis est ipsi
 $d n q$. ideoque $d f e$. major quam $d n q$; & per conse-
 quens angulus $d f n$. minor quam $d n b$, quia hic mino-
 ris, ille majoris anguli est complementum ad quadran-
 tem. Igitur cum summa angulorum $d n b$. & $d n f$. æ-
 qua-

*qui continentur ratio semel refractio $i f$. atque normalibus
 ad bina prismatis latera per incidentia puncta autem, æ-
 qualis angulo prismatis refringenti $a c b$. At hic casus neque
 illustrat ea, que habentur in cit loc. auctoris, neque sine pec-
 culari figura considerari potest, ideoque amitti posse
 videtur.*

qualis sit duobus rectis, erit summa angulorum $d f n$. & $d n f$, duobus rectis minor & concurrente lineæ $n d$. & $f d$. in d , prouti in figura sunt delineata; & angulus $n d f$. major vel minor erit, prouti magis vel minus ex ultimis nominato positu, prisma detortum fuerit, apparet namque $n d f$. esse differentiam angulorum $d f e$. & $f i k$.

VI. His positis, erit in medio quodam loco inter puncta n & f . tale punctum, in quod si ex d . incidat radius æqualiter in utroque prismatis latere refringetur (per IV.). Istius enim radii angulus incidentiæ minor erit quam $d f e$, & major quam $d n q$, (per V.).

VII. Designent jam $d n$. & $d f$. radios illos, qui in triangula prismatis sectione terminant extremitates luminis per fenestræ operculi foramen in cubiculum immisi, atque ex iis, quæ jam dicta sunt, facile intelligitur, esse omnino prisma, dum circa axem convertitur, aliquando in eo ad radios $d n$. & $d f$. positu, ut, productis lineis $d n$. & $o p$, donec se mutuo interfecerint in v , anguli $o n v$. & $f i x$, itemque $v o n$. & $x f i$. æquales sint; sunt enim hi anguli differentia angulorum incidentiæ & refractionis in punctis n . i . o . f . respectivè. Atque hic est ille prismatis positus, qui nobis usu venit, cujus proinde possibilitatem & existentiam imprimis demonstrari oportebat.

S. III.

IN hoc prismatis ad lumen Solis positu, quem modo diximus, per figuram prismatis divergentia radiorum luminis, ceteris paribus, non mutatur. Scilicet quia angulus $d f e$, æqualis est angulo $p o s$ (per num.

V. §. præc. 3, vel ejus verticali tov, etiam d n. atque voi, qui sunt illorum complementa ad quadrantem, æquales erunt; angulus quoque d n b. æquatur ipsi li a, seu hujus verticali xic, atque proinde d n f. & x i o, eorum complementa ad semicirculum, inter se æquales sunt. Verum cum sit d n f. triangulum quoddam rectilineum, quod comprehenditur recta n f. in latere prismatis posita atque radiis d n. & d f. ex eodem puncto d. divergentibus, hujus autem trianguli omnes tres anguli simul sumti æquales sint duobus rectis; erunt duo anguli d f n. & d n f, vel voi. & x i o, qui illis per demonstrata æquantur, duobus rectis minores. Itaque cum recta o i. incidens in duas rectas p v. & l x. internos & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat; duæ p v. & l x. productæ ad easdem partes, ubi sunt anguli duobus rectis minores, sibi mutuo incidant in quodam puncto z, contineantque angulum p z l, æqualem angulo n d f, necesse est. Hinc facile patet singulos quoque intermedios radios non solum æqualiter ante & post prisma divergere, sed etiam similiter intra illos, qui ab utraque parte sunt, extremos positos esse; omnes enim eadem refractionis lege tenentur.

§. IV.

REstat adhuc illud dubium, quod, licet per figuram prismatis non augeatur angulus, sub quo radii luminis a se invicem divergunt, poterit tamen forte, simul atque situs ipsorum mutatur, punctum illud dispersus enormiter removeri in majorem a primate distantiam, unde fiat ut in longitudinem extendatur imago, transmissæ per prisma lumine. Si enim quintuplo magis distet punctum z, ex quo radii post prisma

A

disper-

disperguntur, a charta, qua excipitur lumen transmis-
 sum, quam ab eadem charta distat punctum d , dum
 absque primate *similiter* excipitur lumen irrefractum,
 utique in priori casu radii $z p.$ & $z l.$ quintuplo magis
 in charta a se invicem distabunt, quam distant iidem
 radii in casu posteriori. Hoc autem dubium ut colla-
 tur, sufficiat nobis breviter ostendisse punctum disper-
 sus z , saltim quoad sensum, æqualiter cum puncto di-
 vergentia d , a primate distare. Scilicet quia anguli
 $v d x.$ & $v z x.$ sunt æquales, patet puncta $v. d. z. x.$ es-
 se in circumferentia eiusdem circuli, & esse quoque
 angulos $d v z.$ & $d x z.$ inter se æquales, Etiam trian-
 gula $o v n.$ & $i x f.$ similia sunt, ob æquales angulos
 $v o n.$ & $i f x.$ itemque $v n o.$ & $f i x.$ [per num. VII.
 §. II.). Quod si concipiamus minui atque evanescere
 angulum $n d f.$ seu radios $d n.$ & $d f.$ manente quam
 num. V §. II, adstruximus eorum relatione ad se in-
 vicem, magis magisque accedere verius intermedium in
 flum locum, in quo æquales sint refractiones in utro-
 que prismatis latere (per num. VI, cit. §.), donec
 tandem fere coincident; evanescet simul & quidem mul-
 to magis angulus γ . sub quo ad se invicem inclinan-
 tur radii refracti $o n.$ & $i f.$; constat enim radios di-
 vergentes, qui in medium magis refringens superfi-
 cie plana terminatum transeunt, minus divergere post
 refractionem. Igitur lineæ $o n.$ & $i f.$, dum admodum
 exiguus sit angulus $n d f.$ pro parallelis, atque anguli
 $e n o.$ $c o n.$ $c i f.$ $e f i.$ itemque anguli $v o n.$ & $v n o.$
 $x i f.$ & $x f i.$ ob refractiones ubique ad æqualitatem
 quamproxime accedentes, pro æqualibus haberi possunt.
 Præterea cum simul evanescat angulus z , utpote sem-
 per æqualis ipsi d , patet valere proportionem $e o : c i$

no v: xi, unde sequitur rectam vx, transire per verticem c; atque hinc porro intelligitur facile, eandem xv. continuatam, donec secet rectam o.n. in u, bifariam secare angulos ix f. & o v n; quo facto erit angulus fxv. æqualis angulo ovu. vel ejus verticali xvz, ideoque angulus dvx, qui est summa angulorum dvz. & zvx, æqualis angulo z xv, qui est summa angulorum zxd. & dxv. Erunt igitur triangula dvx. & zvx. similia, quæ cum eidem circulo quoque inscribi possint, æqualia etiam erunt, adeoque latera homologa zv. & dx. æqualia habebunt, hoc est, punctum dispersus in z cum puncto divergentiæ in d. æqualiter a primate distabit.

Posse autem hypothesein de admodum exiguo angulo ndf, applicari ad materiam præsentem, vel exinde patet, quod radiorum solarium per foramen intromissorum divergentia maxima sit non nisi dimidii fere gradus, scilicet cum ex omni in disco solis apparente puncto radii per foramen illud transire permittuntur, verum si foramen ita comparatum sit, ut non nisi ex parte quadam disci solaris emanantibus radiis transitus pateat, multo minor evadet illorum divergentia, ast imaginis tamen coloratæ phenomenon simile observatur.

Aliter idem evincitur absque ista hypothese. Videlicet similia sunt triangula ynf. & yio. nec non dnf. & zio, ideoque est ut yf. ad yo. ita nf. ad io, atque ita dn. ad iz. Ast yf. & yo. sola fere prismaticis crassitudine differunt, est autem dn. minor quam yf, quod vel exinde intelligi poterit, quod triangulorum dnf. & yfn. super eadem basi nf. constitutorum minor sit angulus ad y, quam qui est ad d, &

angulus yfn . propius quantitate accedat ad rectum quam dfn , ob refractionem versus perpendicularum factam; ergo multo adhuc minor erit differentia linearum dn & iz ; hoc est, distantia inter punctum divergentiæ radorum & primum prismatis latus parum admodum differt a distantia inter punctum dispersus radorum, quod quidem non nisi imaginarium est, & latus prismatis ulterius.

Haud quidem difficile fuisset idem hoc simul ostendere, de omni prismatis ad lumen solis positu, ad imitationem eorum, quæ adfert G. J. Gravesande in schol. c. VII, lib. V. *Introd. ad Phil. Newt.* edit. tert.; sed rem delicatissimam ulterius prosequi proposita nobis brevitatis vetat. Quomodo autem insuper & plura experimenta & mathematicas ratiocinationes adhibendo, demonstraverit Illust. Auctor in loco supra cit. atque passim in toto libro *Optices*, esse lumen solis compositum ex radiis diversæ refrangibilitatis, ideoque falsam esse, quam § II. adsum sinus, hypothesein, id quidem ex ipso fonte haurire forte præstat.*

Com-

* *Inservit quoque hac Commentatio intelligentiis illis, quæ occurrunt apud Auctorem l. c. Experim. V. p. m. 27. ubi adserit, collocato vitro obiettivo telescopii in foramine fenestra, penitus fuisse sublata penumbra, quæ rectiliniis imaginis oblonga lateribus ceteroquin adhaererat. Postquam enim per lentem radii, e quotibet in disco solis puncto emanantes, in eorundem correspondentia puncta colliguntur ad constituendam solis imaginem sine ulla penumbra, necesse est, ut interposito inter lentem & imaginem prismate, imago oblonga itidem penumbra careat. Videlicet concipiendum est, in figura nostra, lumen ex altera parte in prisma incidere, ita ut p z,*

§. I.

Postquam supra citato loco Prop. VI. Exper XV. Illust. Auctor ab experimentis collegisset sinum incidentiæ cujusque radii solaris seorsum esse ad sinum refractionis suæ in data ratione, idem ulterius mathematicè demonstrat ex hac suppositione; *corpora lumen refringere agendo in radios ejus in lineis ad superficies suas perpendicularibus, atque in hujus demonstrationis usum sequentem subjicit propositionem:*

Si quis motus, aut corpus motum quodcumque, incidat quavis velocitate in quodvis latum & tenue spatium, duobus planis parallelis utrinque terminatum, inque transitu suo per istud spatium, urgeatur perpendiculariter versus ulterius planum quavis vi, qua, datis distantis ab isto plano, sit data ratio quantitatatum; perpendicularis velocitas istius motus, aut corporis, tum cum emerget ex eo spatium, semper æqualis erit radici Summæ ejusce, quæ composita sit ex quadrato perpendicularis velocitatis, quam habebat iste motus, aut corpus, tum cum incidere in istud spatium, & ex quadrato perpendicularis velocitatis, quam idem motus, aut corpus, haberet

tum

& IZ representent radios, qui in lente facti sunt convergentes ad punctum Z. Igitur cum, prout antea monuimus, eadem sit luminis via, a quacumque parte procedat, non possunt non iidem luminis radii in primate refracti iterum convergere ad punctum d, hanc aliter ac radii ex d. emanantes, postquam in primate refracti fuissent, ex puncto Z. dispergebantur. Unde patet imaginem oblongam, quæ sic ad punctum d. fistitur, carere penumbra, perinde ac illam, quæ, remoto primate, ad punctum Z. exhibetur.

*cum, cum emergeret, si perpendicularis ejus velocitas sum-
sum incidere, infinite parva fuisset. Cum vero noluerit
auctor apponere demonstrationem hujus propositionis,
eam in sequentibus qualitercunque explicare annitar.*

§. II.

UT æstimari queant vires acceleratrices, quatenus
in quolibet instanti quodcumque mobile ad ulteri-
orem motum utcumque sollicitant, concipiendæ sunt ista-
rum actiones, quas in mobile exercent, quasi impul-
sus numero infiniti & post infinite parva temporis
intervalla applicati. Itaque, missâ in compendiosâ re,
cum instantaneæ istæ vires, seu causæ impulsuum, tan-
to censeantur majores, quanto, ceteris paribus, majora
generant velocitatis incrementa; aut si velocitatis in-
crementa æqualia fuerint, tanto majores, quanto mi-
nori tempore ista incrementa velocitatis adferuntur;
erunt in genere, si magnitudo ipsius mobilis non spe-
ctetur, vires ita consideratæ directe ut incrementa ve-
locitatum & inverse ut tempora.

§. III.

SI mobile quodcumque incidat in quodvis spatium du-
obus planis parallelis terminatum, cum infinite
parva velocitate ad ista plana perpendiculari, urgea-
turque normaliter versus ulterius planum continuâ
quadam vi, quæ in datis ab isto plano distantis data-
rum sit quantitatum; erit quadratum perpendicularis
velocitatis, mobili adqvisitæ, ut area, quam, durante
motu, verrit recta linea, quæ mobili alterâ sua extre-
mitate infixa concipitur, & quæ ubique vi urgenti pro-
portionalis, atque planis istis sibi que semper parallela est.
Sint enim (Fig. 1.) in istis planis ductæ rectæ a h. & b k.
parallelæ atque sibi imminentes; recta c e, ad has nor-
malis,

13

malis, in qua urgeatur mobile versus rectam $b k$; quæ autem recta in quovis loco exprimit vim urgentem, ejus alter terminus describat lineam quamcumque $l n p q$, dum alter tangit rectam ce , seu in punctis e, g, o, e &c. vis impellens sit ut cl, gn, op, eq , respective. Concipiatur iterum hæc vis distincta in impulsus numero infinitos, quibus mobile quasi continuo acceleretur post percursa singula infinite parva spatia; impulsus namque, quorum intervalla in infinitum minuuntur & numerus augetur, pro vi continua haberi possunt. Itaque, sumto in recta ce quovis puncto g , sit go , ejusmodi exiguum spatium ipsiusque ce pars infinite parva; velocitas autem, quam mobile in g adquisivit, dicatur x , & incrementum illud velocitatis, quod, absoluto spatio go , mobili affertur, sit dx , quemadmodum solent differentiales quantitates designari. Igitur quum in motu æquabili sint tempora ut spatia percursa directe, & velocitates inverse; mobile autem concipiatur motu æquabili ferri per lineolam $g o$ cum velocitate x . erit tempus, quo sic fertur, ut $\frac{g o}{x}$. Est porro (per S. II.) vis ut incrementum velocitatis directe & tempus inverse, ac proinde recta gn , quæ per hypothesein exprimit vim in g , ut $\frac{x \cdot dx}{g o}$. adcoque rectangulum $gn. go$. ut $x \cdot dx$; duæ nimirum quavis quantitates in eandem tertiam ductæ eandem inter se rationem servant. Est ob lineam $g o$ infinite parvam, potest rectangulum $gn. go$ haberi pro figura $gn p o$, quandoquidem ab ea aut nihil, aut iphus infinitefigura tantum parte differt; ideoque colligendo

utrin-

utrinque summam elementorum habetur, juxta leges calculi integralis, c l n g. ut $\frac{1}{2} x x$, seu area c l n g. quam verrit recta quæ ubique exprimit vim urgentem, est ut quadratum velocitatis, quam mobile in puncto g. acquisivit. Atque hinc tandem conficitur idem de quovis puncto in isto spatio valere, recta namque c e. quamlibet similiter positam lineam, & punctum g. quodlibet in ea punctum designant.

§. IV.

I:o **I**gitur si de recta c e. secetur data quædam pars e g, & sumatur recta linea s. talis, quæ possit aream c l n g, erit velocitas, quam mobile in g. acquisivit, ut illa recta s.

II:o. Atque velocitas in e. acquisita erit ut recta r. quæ potest integram aream c l q e.

III:o Quod si concipiamus tolli omnem istam vim, quæ agebat inter cl. & gn; quod in hanc ita imminutam activitatis spheram incurrit mobile, cum velocitate infinite parva ad gn. normali, emerget illud ex e. cum velocitate, quæ erit ut recta, quæ potest aream gn q e. Sit t. hæc recta, & erit velocitas in e. ut t.

§. V.

Plures easque a se invicem differentes vires ita determinari posse, ut motum corporis cujuscunque eundem respectu & celeritatis & directionis producant, id forte ultro concedatur. Exempli gratia, si de altiori quodam loco demittatur globus ex quacunque materia constans, qui, vi gravitatis, terræ subjacentis superficiem, cum dato celeritatis gradu, attingat; nihil videtur obstare, quin possit idem globus, eadem ve-

loci.

locitate atque directione, in idem superficiem terrestris punctum incurrere, etiam si alia fingatur casus motus, ad hunc effectum iuste proportionata, v. g. si aut pulveris pyrii, aut elateris, aut alius cujusvis sive unius sive plurium machinarum vi projectus, vel quocumque deo um modo ad motum incitatus fuerit. Interim, quo id fiat evidentius, positis iis quæ §. præc. num. 1. dicta sunt, concipiamus præterea adesse aliam vim uniformiter accelerantem, quæ rectæ c d. proportionalis sit, urgeatque eidem secundum rectam c e; si recta s. possit rectangulum c d m g, æquales erunt velocitates, quas utraque vis mobili in puncto g. acceleravit. Scilicet si per hanc posteriorem vim in g. adquisita velocitas dicatur v, ejusque incrementum absoluto spatio g o. dicatur d v; erit (per §. 3.)

$$c l n g : g n . g o :: \frac{1}{2} x x : x d x :: \frac{1}{2} x : d x, \text{ \& similitur } c d m g : g m . g o :: \frac{1}{2} v v : v d v :: \frac{1}{2} v : d v.$$

Est igitur spatium c l n g. æquale ipsi $\frac{\frac{1}{2} x . g n . g o}{d x}$,

& c d m g. æquale ipsi $\frac{\frac{1}{2} v . g m . g o}{d v}$; spatia vero

c l n g. & c d m g. sunt æqualia, nam utrumque, per hypothesin, æquatur quadrato lineæ s; ideoque

$\frac{\frac{1}{2} x g n g o}{d x}$ æquatur ipsi $\frac{\frac{1}{2} v . g m . g o}{d v}$, nec non x . g n .

d v. ipsi v g m. d x. Sed æqualia quoque habentur infinite parva illa tempora, quibus velocitatum incrementa d v. & d x. fiunt, & proinde vires, seu quæ eas exprimunt rectæ lineæ g n & g m, sunt ad se mutuo

ut dx. ad dv. (per § II.); unde quæ sub extremis & mediis continentur rectangula gn. dv. & gm. dx. æqualia erunt, atque sic tandem intelligitur esse x. æquale ipsi v.

Idem hoc ulterius confirmabitur, per propositionem istam: *Corpus, vel mobile quocumque, viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatim.* Possunt enim ad eandem diagonalem lineam infinita numero describi parallelogramma diversa. Igitur vel hinc haud obtuse concludimus, posse dari plures vires ad eundem motum producendum rite proportionatas, atque, si reliquæ quævis circumstantiæ mente removeantur, nihil omnino referre, quamquam causa datum aliquem motum produxerit, nec impedire quidquam, quo minus una earum in locum alterius substituta concipiatur.

§ VI.

Pergimus jam applicando ad propositum, quæ ut præmitterentur maxime e re esse duximus. Nimirum rectæ gn. & bk. sint in istis duobus planis parallelis, quæ utrinque terminant illud latum & tenue spatium, cuius mentionem facit Auctor in verbis allatis; vis autem, quam in eodem spatio quasi reside-re supponit, sit eadem illa, de qua dictum est § IV. num III. Igitur iste Auctoris motus, aut corpus motum, si cum infinito parva velocitate ad gn. perpendiculari incidat in punctum g, adquiret in e, cum emergeret, velocitatem ut t [per loc. cit.].

Sit denique velocitas ista perpendicularis, quam Auctor supponit inesse ipsi mobili, dum in spatium hoc incidit, ut rectæ s, de qua dictum est § IV. num. I; quæcunque hujus velocitatis causa fuerit, potest in locum

cjus

ejus substitui illa vis (per §. V.), quæ eandem velocitatem cum eadem directione isti nobili addere sustinet in eodem puncto g (per §. IV. num. 1.); auctâ videlicet activitatis (pharâ, quæ quidem per hypothesein ultra gn. non extenditur, ita ut pertingat ad lineam c l, juxta hypothesein §. III. allatam. Nullum namque periculum est, everti ideo hypothesein priorem, quandoquidem illa immutata manet, licet ipsi adjungamus causæ unius pro altera substitutionem, quod fieri posse antea evictum est. Posito nimirum, quod sit mobile in g. cum velocitate ad gn. perpendiculari ut s, perinde est in quæstione præsentis, quomodo vel ubi locorum istud mobile hanc acquisiverit velocitatem. Quod cum ita sit, ex eadem §. III. concludendum est, esse istius motus, aut corporis moti, velocitatem ad e q. normalem, cum emerget ex e, ut recta r; verum recta r. est radix quadrata summæ ejusce, quæ composita est ex quadratis linearum s. & t: ergo perpendicularis velocitas istius motus, aut corporis moti, tum, cum emerget ex e, æqualis erit radici summæ ejusce, quæ componitur ex quadrato perpendicularis velocitatis, quam habebat iste motus, tum cum incideret in istud spatium, & ex quadrato perpendicularis velocitatis, quam iste motus haberet tum, cum emergeret, si perpendicularis ejus velocitas tum, cum incideret infinite parva fuisset.

§. VII.

Quod si coincidat punctum n. cum puncto g, verbi gratia, (fig. 3.) si ponatur linea g q esse parabolâ Apolloniana, cujus axis sit recta g c. & semiordinatæ ad axem expriment vires agentes; patet quidem talem agendi rationem non posse, hisdem servatis legibus

bis, extendi ultra lineam gm , adeoque demonstrandi medium, quo in §. præc. usi sumus, locum non habere; sed nihilo tamen minus etiam in hoc casu res est salva. Scilicet in harum quoque virium locum substituatur (per § V) alia vis, quæ ubique sit ut recta gm ; videlicet si rectangulum $gmfe$, sumatur æquale spatio gqe continuaturque recta fm ad d , donec rectangulum $cdmg$, sit ut quadratum velocitatis, quam habebat mobile tum, cum in g incidere; utique perinde ac in §. præc. veritas propositionis evicta intelligitur.

§. VIII.

Quod attinet verba Auctoris sequentia, quibus asserit, eandem propositionem similiter veram esse de quovis motu, aut corpore perpendiculariter retardato in transitu suo per istud spatium, si loco summa binorum quadratorum differentia ipsorum sumatur, peculiariter hæc demonstrare necesse non est, cum eorum veritas vel exinde eluceat, quod in utraque propositione æqualis supponatur vis in mobile agens, quæ proinde non potest non æqualem edere effectum, igitur quantum ea vis, quæ cum priori motu conspirat, auget ipsius mobilis velocitatem, tantum necesse est vis contraria, ceteris paribus, eandem minuat. De cætero confer sis Newt. Princ. N. Math. Lib. I Prop. XXXIX & Prop. XCIV. item 'S Gravesand. Introd. ad Philos. N-wt. Lib. V. c. v. schol.

(*) Auctoris nostri Optice tribus constat libris, qui agunt de Reflexionibus, Refractionibus, Inflexionibus & Coloribus Lucis. Edidit hanc Tractatum primum Anglice A:o 1704 atque iterum A:o 1717 præcavitque in Præfatione ad priorem editionem, ne quis, se insciante, eum in aliam sermonem converteret, ideoque non nisi iubente atque approbante Auctore
 Latir

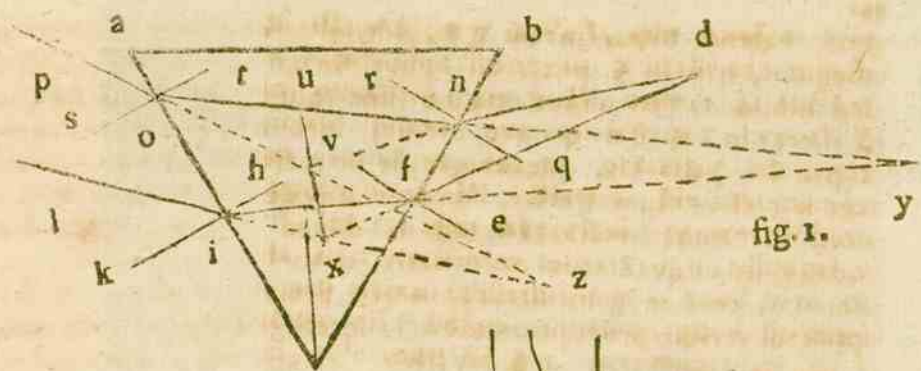


fig. 2.

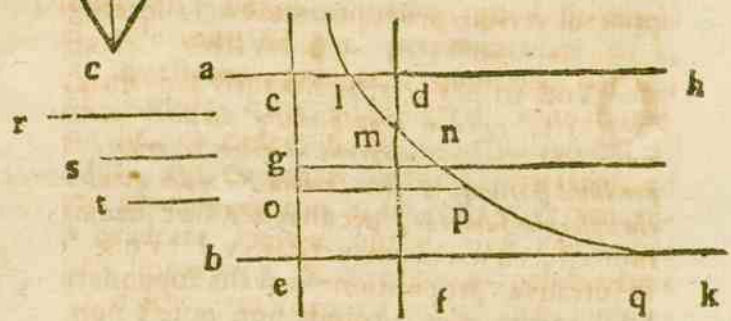
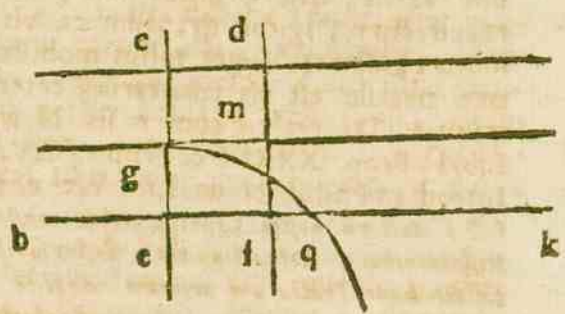


fig. 3.



1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200

Latinam ejus versionem suscepit perfecitque Sam. Clarke. In experimenta, quæ continet, instituenda triginta annos impendisse Auct̃or fertur; & magna prorsus atque per omnia retro secuta inaudita, in luminis proprietatibus indagandis explicandisque, præstitit Auct̃orem, harum rerum periti & æqui judices fatentur. Potior quidem hujus Opus pars Experimentorum recensione absolvitur, multa tamen occurrunt, quæ altioris sunt indaginis; prout enim reliqua Ejus opera, ita hoc quoque eor̃ tantam, qui mathematicum gnari sunt, juvant. Quod attinet levissimum hocce specimen, pro summa reputaverimus gloria, si vel mentem Auct̃oris rite fuerimus adsecuti, idque solum optamus, velit B. L. juveniles nostros minus mitiori perstringere censura.

Thes. I.

Visionem fieri radiis ex oculo emissis & in formam conicam se diffundentibus; ideoque eorum, quæ sub aspectum cadunt, quidquam simul totum adspici non posse contra rei veritatem affirmarunt Veteres.

Thes. II.

Presbytas ejusdem ætatis similia in usum suum conspicilla vitrea seligere debere, inter vulgi errores reterendum est; perinde enim hoc est, ac si quis diceret, eos qui eadem sunt ætate similibus semper oculis gaudere.

Thes. III.

Si solis lumen constaret ex radiis tantum homogeneis atque similibus, omnia objecta, quæ solari lumine collustrata videntur, nonnisi uno eodemque colore infecta apparerent.

Thes. IV.

Ut grata mente agnoscere atque debitis laudibus deprecare debeamus institutum Cartesii, quod pro
exi-

eximia, qua pollebat, Geometriæ scientia, in id ingenii nervos intenderit, ut specillorum atque telescopiorum descriptionem, nec non poliendi modum traderet, quo sic maximam acquirerent perfectionem; dolendum tamen inanem fuisse Summi Viri operam, cum per naturam luminis multo magis, quam per figuræ Sphæricæ imperfectionem ad radios rite colligendos, tantis defuit ut prærogativis.

Thef. V.

Lumen haud censendum est ideo reflecti, quod, quum incidat in corporis superficiem, in partes ejus solidas atque impervias impingat.

Thef. VI.

Structura oculi humani ut absque scientia optices rite intelligi non potest; ita si cognoscatur evidens dat sapientiæ divinæ documentum.

Thef. VII.

Optica, nemini scientiarum secunda, utut recentiori ævo a suis amatoribus magno cum molimine atque successu felici exulta fuerit; multa tamen sunt, quæ adhuc desiderantur. Quemadmodum enim in reliqua scientia Naturali corporum interiora non exhaustit ingenium humanum; ita in Opticis, quid lumen sit, quibus viribus moveatur, quot & quænam sint ejus attributa &c. homunciones etiamnum latet.

Thef. VIII.

Ratio, ob quam aer a nobis non videatur, exinde reddi potest, quod sit corpus non luminosum, oculum immediate tangens. Unde iridem colligitur, urinatores mari immerfos aquam non cernere, dum ea oculos ipsorum contingit: immo, si concipiamus illa-

sum

sum hominis caput glacie, vitro vel quacunqve materia pellucida circumfundi, non posse glaciem, vitrum vel materiam istam videri, licet utcunqve videantur corpora, de quibus lumen trans materiam illam pellucidam ad oculum pertingit.

Thes. IX.

Si juxta leges motus, quæ per experientiam innoscere, explicandi sint motus corporum cœlestium, utiqve admittendum est spatia cœlestia vacua esse; Saltem non nisi valde imperitus adfirmaverit ea ejusmodi aëre, qualis terram ambit, repleri.

Thes. X

Qui Mathesi imperium in Philosophiam Nat. vindicant, non minus peccant, quam qui Metaphysicæ idem adferunt- Priori modo censuram incurrit Jo. Keil, cum in *leth. I. introd. ad veram Phys.* adfirmat ex Geometricis solum principiis demonstrari posse, quod luminis caloris, frigoris, odorum & istiusmodi qualitatum intensiones sint reciproce ut quadrata distantiarum a puncto, unde procedant; post riori modo erravit Wolfius, cum ut omnia rationibus sufficientibus metiri videretur, materias in Phisicam introduxit interlabentes.

S. D. G.



Clarissimo Dn: CANDIDATO Fratri suo germano.

Dum comperio Te, carissime Frater, eruditionis adquisi-
tae specimina edendo, ad Parnassi collem properare, ut
lauream corollam, signum feliciter exantlati laboris Aca-
demici reportes, dolco verba mihi deesse, quibus tenerimum
animi affectum exprimere oporteat. Tanto enim majori
exinde afficor gaudio, quanto arctiori & sanguinis & sin-
gularis amicitiae vinculo conjuncti sumus, quantoque magis
in recenti est memoria tempus illud jucundissimum, quo an-
te aliquot abhinc annos, conjunctis viribus studia attinge-
bamus Mathematica, quae mihi quidem usui non exiguo
jam sunt, dum in Ostrobotnia provincia, ex illorum,
quorum interest, mandato geographice delineanda occupatus
sum. Perge & Tu honestissima Tua conata perficere, &
manebunt Te tandem premia virtute ac eruditione Tua con-
digna, quod toto ex pectore opto, qui sum

TUUS Ex affe
DANIEL GADOLIN.

Eidem

Cum ideo DEUS hominibus rationem donaverit, ut ex o-
peribus ejus admirandis rite perspectis infinitam, ejus
Sapientiam & potentiam intelligerent; cumque opera ejus sint
innumera & nunquam possint satis peruestigari, habent hic &
eruditissimi quique palestram, in qua certantes magis magisque
progredi debeant. Inter hos Clarissime Dn. Cand. Labore impro-
bo & lucubrationibus multis egregiam tibi comparasti in sci-
entis plurimam eruditionem; non potui igitur hac occasione
gaudium reticere meum, quod cepi ex felicibus tuis progres-
sibus, & laurea ista, qua te propediem omnes ornatum vide-
bunt. Hac Tibi omnia ex animo gratulor, eroque dum vixero

TUI Observantissimus
JOHANNES WELIN.