DE

EXPANSIONE HYDRARGYRI A CALORICO.

DISSERTATIO,

Quam

Conf. Ampl. Fac. Phil. Aboënfi,

PRÆSIDE

Mag. GUST. G. HÅLLSTRÖM,

Phyfices Profeff. Reg. & Ordin. atque Reg. Societ. Oecon. Fenn. Membro.

PRO GRADU

Publice examinandam proponit

JACOBUS CLAËSSON,

Nericius.

In Audit. Maj. d. 8 *Junii* 1803.

H. P. M. S.

ABOÆ, typis Frenckellianis.

22.

DE

EXPANSIONE HYDRARGYRI A CALORICO.

Usum Hydrargyri in Barometris & Thermometris omnino esse vulgarem constat, in illis nempe ob pondus suum specificum, pondere reliquorum liquidorum majus, in his autem cum ideo, quod calori corporum proxime proportionalis observata est dilatatio ejus, tum etiam, quod mutationes caloris celerius indicat, & non nisi majori calori (supra + 315° Thermometri centesimalis seu CELSII, quod solum in experimentis & calculo hic afferendis adhibuimus) expositum in vapores mutatur (*). Illa autem ipsa dilatatio facit, ut correctione aliqua egeant observationes barometricæ; cognoverunt enim Physici, ad majorem altitudinem in Barometro assurgere Hydrargyrum calidius quam frigidius, etiamsi invariata

A ma-

(*) J. A. DE LUC *unterſuchungen über die Atmoſphäre, und die zu abmeſſung ihrer veränderungen dienlichen werkzeuge.* Aus d. Franz. überſ. Leipzig 1776. Erſter Theil, S. 455 &c. 495 &c. 502 &c. 504 &c.

maneat presſio aëris. Dilatationis ejus inveſtigationem neceſſariam itaque duxerunt, ut altitudines Barometrorum ad normalem aliquem calorem reducerent. Diverſam autem hujus dilatationis quantitatem intra temperaturas aquæ conglaciantis & ebullientis invenerunt diverſi ejus ſcrutatores, quod quidem ex ſequentibus apparet, ubi numeri, ſuis quique inventoribus appoſiti, augmentum voluminis hydrargyri, quod in calore 0° eſt = 1, indicant:

CAVALLO	= 0,0162000 (α)
LECHE	= 0,0166000 (β)
ROY	= 0,0170567 (γ)
ROSENTHAL	= 0,0171605 (δ)
STRÖMER	= 0,0174000 (ε)
LUZ	= 0,0174074 (ζ)

SCHUCK-

(α) *Philoſophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. LXXI, for the year* 1781, *Part. II*, p. 520 &c.

(β) *Kongl. Vetenſk. Academiens Handl. för år* 1758, ſid. 46.

(γ) *Philoſ. Transactions, Vol. LXVII, for the year* 1777, *Part. II*, p. 682.

(δ) *Beyträge zur verfertigung, kenntniſs und gebrauch meteorologiſcher werkzeuge, Gotha* 1782, 1784.

(ε) *Kongl. Vetenſk. Acad. Handl. för år* 1745, ſid. 166.

(ζ) *Vollſtändige beſchreibung von allen Barometern, von* JOH. FRIEDR. LUZ, *Nürnberg und Leipzig* 1784, §. 78. In libro ſuo: *vollſtändige anweiſung die Thermometer zu verfertigen, Nürnberg* 1781, §. 278, deſcribit experimenta cum Hydrargyro, tubo & globulo vitreo thermometrico

SHUCKBURGH = 0,0182400 (η)
DE LUC = 0,0185185 (ϑ)

Cum eadem plane dilatatio Hydrargyri puri & aliis metallis mixti obſervata ſit (ι), diverſitatem allatarum dilatationis quantitatum non quidem diverſæ naturæ ipſius Hydrargyri, ſed methodis illas determinandi præcipue tribuendam eſſe judicamus. CAVALLO, LECHE, STRÖMER & SHUCKBURGH dilatationis Hydrargyri quantitatem, obſervata ejus variatione intra temperaturas 0° & + 100° in tubo thermometrico, vitreo globo inſtructo, determinarunt, quorum ſolus SHUCKBURGH correctionem, ob dilatationem ipſius vitri neceſſariam, inſtituit. ROY autem, LUZ & DE LUC in tubo barometrico expanſiones Hydrargyri obſervarunt, & inter illos etiam ROY dilatationem vitri in calculo non neglexit. Palam omnino eſt, methodum illam, ſi correctio expanſionis vitri rite inſtituitur, hac eſſe certiorem, cum in Thermometro ſenſibiliores quam in Barome-

incluſo, inſtituta, unde concludit, dilatationem Hydrargyri intra temperaturas aquæ congelantis & ebullientis eſſe 0,0156. Methodum autem hanc præcipue ob dilatationem vitri, cujus correctionem inſtituere nequivit, rejecit.

(η) *Philoſ. Tranſact. Vol, LXVII, for the year* 1777, *Part. II*, p. 567.

(ϑ) *Unterſuch. über die Atmoſphäre, I Th.* §§. 364, 369.

(ι) LUZ in *Anweiſung die Thermometer zu verfertigen*, §. 280.

rometro effectus producat dilatatio. In majores inprimis hæc inducit errores, si, ut fecerunt LUZ & DE LUC, pro minoribus tantum differentiis temperaturarum observantur dilatationes, & inde pro majoribus calculo determinantur. Cum itaque allatæ determinationes dilatationis objectionibus obnoxiæ sint, earum periculum etiam nos fecimus, idque eo simul consilio egimus, ut inveniremus, si, quod vulgo credebatur, dilatatio Hydrargyri gradibus Thermometri proportionalis esset, vel si potius, quod suspicati sumus, dilatatio inter temperaturas $+ 90°$ & $+ 100°$ major inveniretur quam intra $0°$ & $+ 10°$, &c.

Thermometro vulgari mercuriali ad inveniendam dilatationem hydrargyri usi sumus, & quidem ita calculum instituere voluimus, ut rationem quoque dilatationis vitri haberemus. In temperatura aquæ congelantis seu $0°$ & n graduum metiti sumus altitudines correspondentes a & α, hydrargyri in Thermometro (mensuras numerando a puncto illo, ubi tubus cum globo est connexus), atque posuimus tubi thermometri radium $= r$, globi autem ejus sphærici $= \varrho$. Sunt vero longitudines vitri in temperatura $0°$ & n graduum ut $1 : 1 + \frac{(325 + 2n)n}{62500000}$ (*), & fiant in his caloris gradibus volumina hydrargyri ut $1 : 1 + x$

(*) Vide Dissertat. *de interpolatione pro determinanda vitri dilatatione a calorico*, *Præs.* G. G. HÄLLSTRÖM *& Resp.* P. SNELLMAN, edit. *Aboæ* 1801, pag. 9.

$1 : 1 + x$ respective. Facta jam $n' = 1 + \frac{(325 + 2n)n}{62500000}$, erit $1 + x = \frac{4\varrho^3 (1 + n')^3 + 3r^2 a' (1 + n')^2}{4\varrho^3 + 3r^2 a}$ (**), seu facta $r' = \frac{4\varrho^3}{3r^2}$, $1 + x = \frac{r'(1 + n')^3 + a'(1 + n')^2}{r' + a}$. Ut vero determinaretur quantitas r', experimenta cum thermometro nostro instituenda erant. Usi sumus egregia Bilance hydrostatica, a Mechanico Angliæ HURTER facta, cujus æquilibrium a pondere 0,01 grani tolli potuit. Hac determinavimus pondus $= p$ hydrargyri, quod in temperatura aquæ congelantis implevit globum thermometri & tubum ad longitudinem $= b$, nec non, postquam e thermometro aliquantum hydrargyri expulsum erat, pondus $= p'$ residui, quod globum & tubum ad longitudinem b' in eodem calore 0° occupavit. His cognitis, innotescit etiam pondus $= p - p'$ hydrargyri in tubo longitudinis $= b - b'$, cujus volumen, exprimente $1 : \pi$ rationem diametri ad peripheriam circuli, erit $= \pi r^2 (b - b')$. Ulterius habemus $b - b' : b :: p - p' : \frac{b(p - p')}{b - b'}$ = ponderi hydrargyri in tubo longitudinis b, quare invenitur pondus

(**) Cfr. Dissertat. *de methodis inveniendi dilatatione liquidorum a calorico*, *Præs.* G. G. HÄLLSTRÖM & *Resp.* L. P. PALANDER, edit. Aboæ 1801, pag. 10.

dus hydrargyri in globo contenti $= p - \frac{b(p - p')}{b - b'} =$ $\frac{bp' - b'p}{b - b'}$, cujus volumen eſt $= \frac{4}{3}\pi\varrho^3$. At quum ſint pondera corporum homogeneorum in eadem temperatura voluminibus directe proportionalia, erit

$$p - p' : \frac{bp' - b'p}{b - b'} : : \pi\varrho^2 (b - b') : \frac{4}{3}\pi\varrho^3,$$ unde invenitur $\frac{4\varrho^3}{3r^2} = r' = \frac{bp' - b'p}{p - p'}$. Hoc autem valore ſubſtituto, & terminis in $p - p'$ ductis, habetur valor quæſitus $1 + x =$

$$\left(\frac{(1 + n')(bp' - b'p) + a'(p - p')}{bp' - b'p + a(p - p')}\right)(1 + n')^2.$$

Omnes quidem, quas potuimus, in obſervationibus adhibuimus cautiones; quum autem minores errores in menſuris tamen non potuerint non irrepere, cum ſex diverſis thermometris experimenta inſtituimus, ut media inter omnes dilatationes, ope æquationis inventæ determinatas, veræ proxima haberi poſſet. Sequens autĕm tabella tam menſuras & pondera obſervata quam dilatationes computatas complectitur.

Expe-

Experiment.	a	a' pro $n = +100$	b	b'	p	p'	x pro $n = +100$
I	1,46	4,67	5,25	1,57	202, 8	199,39	0,017467
II	1,80	5,84	5,64	2,01	92, 6	91,35	0,017753
III	2,33	7,47	4,23	2,26	116,04	115,38	0,017464
IV	2,45	8,25	4,19	2,38	220	218,99	0,017324
V	1,63	5,58	4,60	1,58	140,62	138,77	0,017633
VI	1,45	2,68	5,29	1,45	60,1	57,37	0,017775

Si omnium horum valorum medium ſumitur arithmeticum, habetur $x = 0{,}017583$, quem proxime verum valorem dilatationis hydrargyri intra calores 0° & + 100°, facto ejus volumine in temperatura 0° = 1, eſſe putamus. Ut autem in quacunque alia temperatura etiam inveniatur æque verus valor dilatationis & voluminis hydrargyri, fiat $bp' - b'p = 1$, nec non $p - p' = 1$, & $a = 0$. His poſitis, pro $n = 100$ erit $1{,}017583 = (1{,}00084)^2 (1{,}00084 + a')$, unde invenitur $a' = 0{,}0150354$, adeoque in temperatura n, $a' = 0{,}000150354n$, & $1 + x = (1 + n')^2 (1 + n' + 0{,}000150354n) =$

$$\left(1 + \frac{(325 + 2n)n}{62500000}\right)^2 \left(1 + \frac{(325 + 2n)n}{62500000} + 0{,}000150354n\right)$$

Hujus æquationis ope ſequentes ſunt computati valores.

Calor

Calor	Volumen hydrargyri	Differentia prima	Differentia secunda
−40	0,993518		
		0,001591	
−30	0,995109		0,000019
		0,001610	
−20	0,996719		0,000021
		0,001631	
−10	0,998350		0,000019
		0,001650	
0	1,000000		0,000019
		0,001669	
+10	1,001669		0,000021
		0,001690	
+20	1,003359		0,000019
		0,001709	
+30	1,005068		0,000018
		0,001727	
+40	1,006795		0,000021
		0,001748	
+50	1,008543		0,000019
		0,001767	
+60	1,010310		0,000020
		0,001787	
+70	1,012097		0,000021
		0,001808	
+80	1,013905		0,000021
		0,001829	
+90	1,015734		0,000020
		0,001849	
+100	1,017583		

Formula, ad determinandos valores $1 + x$ inventa, operosiorem requirit calculum, quare aliam simpliciorem e valoribus jam computatis deducere conabimur. Apparet in tabula proxime præcedente, differentias secundas omnes æquales respici posse, adeoque differentias primas pro serie haberi arithmetica, ubi differentia terminorum communis est = 0,00001984, quæ invenitur quærendo medium arithmeticum inter omnes differentias secundas inventas. Sint inventa

volumina hydrargyri $= A_1$; A_2; A_3; - - - A_m;

differentiæ primæ $= \Delta A_1$; ΔA_2; - - - ΔA_{m-1};

communis differentia secunda $= a$;

ut

ut sit $\Delta A_1 = A_2 - A_1$

$\Delta A_2 = A_3 - A_2$

$\Delta A_3 = A_4 - A_3$

$\Delta A_{m-1} = A_m - A_{m-1}$

adeoque $\Delta A_1 + \Delta A_2 = A_3 - A_1$

$\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 = A_4 - A_1$

$\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \cdots \Delta A_{m-1} = A_m - A_1$

nec non $A_m = A_1 + \Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \cdots \Delta A_{m-1}$.

In ſerie autem arithmetica $\Delta A_1 + \Delta A_2 + \cdots \Delta A_{m-1}$ ultimus terminus numero $m-1$ eſt $\Delta A_{m-1} = \Delta A_1 + (m-2)a$, adeoque ejus ſumma $= \frac{m-1}{2}(\Delta A_1 + (m-2)a)$. Hoc valore ſubſtituto erit

$$A_m = A_1 + (m-1)\left(\Delta A_1 + \frac{m-2}{2}a\right).$$

Cum hic ſignificent A_1, A_2, A_3, &c. volumina hydrargyri pro quovis gradu thermometri decimo, facto $A_1 = 1$ in calore graduum $n = 0$, erit

$m = 1$ pro	$n = 0$
$m = 2$	$n = 10$
$m = 3$	$n = 20$
$m = 4$	$n = 30$
&c	&c.

adeoque $n = 10(m-1)$, $m = \frac{n}{10} + 1$, $m - 1 = \frac{n}{10}$, &

$m - 2$

$\frac{m-2}{2} = \frac{n-10}{20}$. Sed pro $n = o$, seu $A_1 = 1$ est quoque $\Delta A_1 = 0{,}001669$, nec non $a = 0{,}00001984$. His itaque omnibus valoribus substitutis, invenitur volumen hydrargyri in temperatura n graduum

$$1 + x = 1 + \frac{n}{10}\left(0{,}001669 + 0{,}00001984 \; \frac{n-10}{20}\right),$$

seu $1 + x = 1 + 0{,}000165908\,n + 0{,}0000000992\,n^2$, cujus æquationis ope pro quocunque calore n facile invenitur volumen hydrargyri.