SPECIMEN ACADEMICUM

DE INVENIENDA LEGE EXPANSIONIS VAPORUM AQVÆ IN DIVERSIS CALORIS TEMPERATURIS;

QVOD

Consensu Ampl. Facult. Philos. Aboënsis,

PRÆSIDE

Mag. G. GABR. HÅLLSTRÔM,

Phys. Prof. Reg. & Ordin. atque Reg. Societ. Oeconom. Fennicæ membro,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

PUBLICO SUBJICIT EXAMINI

EZECHIEL HILDEEN

V. D. M. Borea-Fenno.

In Auditorio Majori die XXIII. Febr. MDCCCV.

horis a. m. solitis.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

27.

Expanſibilitatem vaporum aqveorum cum aucta vel diminuta caloris temperatura creſcere vel decreſcere jam dudum cognoverunt Phyſici. Recentioribus autem temporibus, præcipue ex occaſione perficiendarum machinarum, quæ vaporum ope moventur, in legem, ſecundum qvam hi a calorico expanduntur, diligentius inqvirendum esſe, & in eum finem experimenta inſtituenda, judicarunt. Hæc experimenta ita ſuccesſerunt, ut diverſas pro eodem calore expanſiones vaporum diverſi invenirent Phyſici, cujus rei cauſa in methodis eas determinandi præſertim eſt qværenda. Mirum igitur non eſt, qvod leges expanſionis ab illis propoſitæ inter ſe ſint diverſæ. Harum autem tres cognoſcimus, quæ auctoribus D:nis Prony, Schmidt & Soldner debentur.

D:nus Prony ſecundum experimenta D:ni Betancourt hanc ſuam legem compoſuit: $e = -Aa^x + Bb^x - Cc^x$, in qva e eſt altitudo columnæ hydrargyri in pollicibus pariſinis, qvæ vim vaporum expansivam exprimit, x autem gradus Thermometri mercurialis Reaumurii, atque Log. A $= 0{,}8601007 - 7$, Log. $B = 0{,}9369271 - 1$, Log. C $= 0{,}9369248 - 1$, Log. $a = 0{,}0692259$, Log. $b =$ $0{,}0202661$, Log. $c = 0{,}0120736$ (*).

Huic Cel. SCHMIDT, repetitis experimentis, aliam legem expansionis vaporum aquæ, quodam respectu certe exactiorem & magis commendandam, substituit, quæ hac æqvatione exprimitur: $e =$ $100\,x^{1{,}4113 + 0{,}005x}$, ubi e & x easdem ac supra significant qvantitates (**). Sed neque methodus experiendi D:ni SCHMIDT objectionibus est libera, nec etiam lex expansionis allata experientiæ convenit. Facto nimirum gradu caloris $x = 0$, eruitur etiam $e = 0$, qvod contra experientiam indicaret, in temperatura aquæ congelantis nullas existere posse vapores aqveos.

Novissima, qvæ cognoscimus, hujus generis experimenta ea sunt, quæ D:no DALTON debentur, & quæ omni attentione digna videntur (†), qvare etiam D:nus SOLDNER legem expansionis vaporum, qualem hæc indicant, determinare conatus est (††). Significantibus nempe r gradum caloris in ther-

*) PRONY *Neue Archit. Hydraul.* 2 *Th. p.* 136 *&c.*
**) Vide GREN *neues Journal der Physik*, *B.* 4, *pag.* 284.
†) Cfr. GILBERT *Annalen der Physik*, *XV B.* 1 *St. p.* 8 *&c.*
††) Vide ibid. *XVII B.* 1 *St. p.* 46.

thermometro Reaumuriano ita constructo, ut 80° ostendat in aqua, qvæ existente altitudine Mercurii in barometro = 30 poll. angl. ebullit, e altitudinem columnæ illius hydrargyri in pollicibus anglicis, quæ in calore r est mensura vis expansivæ vaporum, atqve E altitudinem hanc pro calore aqvæ ebullientis seu $r = 80$, invenit

$$\text{Log. } e = \text{Log. } E - \frac{(280 - r)(80 - r)}{10280}$$

ubi qvidem monet sumendam esse $E = 30{,}13$, non autem $E = 30$, qvalis in observationibus D:ni DALTON obvenit.

Formula hæc Soldneriana optime convenit observationibus illis D:ni DALTON, qvæ intra temperaturas aqvæ congelantis & ebullientis continentur, non autem ita pro majoribus gradibus caloris, qvando justo majorem ostendit vim vaporum expansivam. Id qvoqve animadvertens SOLDNER nullam tribuere videtur fidem illis numeris Daltonianis, qvi expansionem vaporum supra calorem aqvæ ebullientis exprimunt, qvoniam non per directas observationes sed calculo determinati sunt. Cum tamen omni fundamento in ipsis qvoqve experimentis non sint destituti, ut jam observavit & ostendit Cel. GILBERT (*); formula, qvæ veram contineat legem expansionis vaporum aqveorum, eos qvoqve, saltem proxime, dabit. Si qvoqve aliqva egeant

(*) Vide *l. c. XVII B. 1 St. p. 47.*

correctione determinationes D:ni DALTON, ut voluit Cel. PARROT (*); judicavimus tamen, nos eas adhibere & posse & debere, usqve dum hæ factæ sint correctiones, adeoqve etiam e re esse, ut publico examini illum subjiciamus laborem, qvem in legem expansionis vaporum, ex observationibus D:ni DALTON inveniendam, callocavimus.

Primum qvidem tentavimus, æqvationem D:ni SOLDNER ita corrigere, ut, retenta ejus forma atqve mutatis tantum qvantitatibus constantibus, observationibus melius satisfaceret. Irritus autem erat hic labor. Statim qvoqve ex accuratiore consideratione observationum D:ni DALTON intelleximus, functionem illam gradus thermometri $= F(r) =$ Log. 30 — Log. e, qvæ qvidem D:no SOLDNER speciatim est $\frac{(280 - r)(80 - r)}{10280}$, & qvæ generatim ex omnibus hisce observationibus simul consideratis derivari debet, non esse algebraicam integram secundi gradus. Hæc enim forma functionis reqvireret, ut essent differentiæ secundæ qvantitatum $F(r)$, experimentis inventarum, pro æqvalibus differentiis graduum caloris constantes, qvod qvidem minime accidit. Seriem potius crescentem constituunt. Cum nec differentiæ tertiæ constantes sint, intelleximus qvidem, neqve esse exacte $F(r) = A + Br + Cr^2 + Dr^3$. Promiscue tamen majores & minores in hac serie differentiarum ob-

*) *Annalen der Physik B. XVII, St. 1, p. 82. &c.*

obveniunt termini; unde conjectavimus, hanc formam ipsius $F(r)$ observationibus proxime satisfacere posse.

Eo itaqve modo calculos instituimus, qvasi essent differentiæ tertiæ constantes, atqve post aliqvam tentando factam correctionem, positisqve pro gradibus caloris r in thermometro tali, qvod supra diximus, Reaumuriano

$$\text{Log. } e = \text{Log. } 30 - F(r),$$

nec non pro gradibus c in thermometro centigrado

$$\text{Log. } e = \text{Log. } 30 - F'(c),$$

invenimus $F(r) = 2{,}1760913 - 1{,}0232525 \cdot \frac{r}{32} + 0{,}1 \cdot \frac{r}{32}\left(\frac{r}{32} - 1\right) + \frac{0{,}0163}{6} \cdot \frac{r}{32}\left(\frac{r}{32} - 1\right)\left(\frac{r}{32} - 2\right)$,

& $F'(c) = 2{,}1760913 - 1{,}0232525 \cdot \frac{c}{40} + 0{,}1 \cdot \frac{c}{40}\left(\frac{c}{40} - 1\right) + \frac{0{,}0163}{6} \cdot \frac{c}{40}\left(\frac{c}{40} - 1\right)\left(\frac{c}{40} - 2\right)$, seu

$F'(c) = 2{,}1760913 - 0{,}02794547925 \cdot c + 0{,}00005740625 \cdot c^2 + 0{,}0000000424479 \cdot c^3$.

Qvomodo autem hæ æqvationes experimentis conveniant, jam videndum est in seqventi tabula, ubi $V(e)$ significat variationem vis expansivæ pro mutato uno gradu caloris in temperatura illa, juxta qvam posita est.

c	e experimentis inventa	e calculo inventa	Differentia.	
− 40	0,013	0,0124	− 0,0006	Error $= \frac{1}{2} V(e)$.
− 20		0,052		
0	0,200	0,200	0,000	
+ 20	0,676	0,686	+ 0,010	Error $= \frac{1}{4} V(e)$.
40	2,110	2,110	0,000	
60	5,740	5,780	+ 0,040	Error $< \frac{1}{7} V(e)$.
80	13,920	14,045	+ 0,125	Error $< \frac{1}{3} V(e)$.
100	30,000	30,134	+ 0,134	Error $< \frac{1}{8} V(e)$.
120	56,420	56,818	+ 0,398	Error $< \frac{1}{4} V(e)$.
140	93,230	93,704	+ 0,474	Error $< \frac{1}{4} V(e)$.
160	135,000	134,536	− 0,464	Error $< \frac{1}{5} V(e)$.

Ex occaſione hujus tabulæ moneri qvidem poteſt, legem expanſionis inventam non eſſe veram, qvia aberratio ab experimentis forte non negligenda obſervatur. Minoris tamen momenti & non magis contra legem a nobis propoſitam qvam contra experimenta ipſa D:ni Dalton crediderimus eſſe hanc differentiam. Dubitamus nempe, an in capiendis experimentis evitare potuerit D:nus Dalton errores ejus magnitudinis, de qvibus qvæſtio hic verſatur. In temperatura — 40° certitudo dimidii gradus in thermometro mercuriali vix eſt expectanda, neqve in obſervanda hydrargyri altitudine e in barometro certitudo $\frac{1}{1000}$ pollicis anglici reqviri poteſt. An centeſima qvidem parte hujus pollicis ficis vera ſit obſervatio, certi eſſe non posſumus; qvare, cum in obſervationibus thermometricis error $\frac{1}{4}$ gradus qvoqve facile committi posſit, neſcimus an calculo noſtro potius qvam experimentis D:ni DALTON tribui debeat differentia obſervata. An fortuito acciderit, ut a nobis æqve ac a D:no SOLDNER inventa ſit $e = 30,13$ pro $c = 100$, vel an illud demonſtret, differentiam 0,13 experimentis, non calculo, deberi, non dicamus.

Eo qvidem commodo gaudet allata lex expanſionis vaporum aqvæ, qvod ad totam ſeriem experimentorum Daltonianam applicari qveat. Si tamen in praxi paucioribus terminis invenire optamus valores qvantitatis e, a caloris temperatura $-40°$ ad $+100°$ ſcalæ centigradæ adhibeatur formula D:ni SOLDNER, atqve aliam ei ſimilem qværamus, qva pro calore a 100° ad 160° ejusdem ſcalæ uti liceat.

Differentiæ ſecundæ valorum qvantitatis Log. $\frac{e}{30}$ pro gradibus thermometri 100, 120, & 160 ſunt fere æqvales, qvare earum medium arithmeticum pro conſtante differentia ſecunda ſumſimus, & per vulgarem methodum inveniendi terminum generalem ſeriei arithmeticæ ſecundi ordinis, ſeqventem asſecuti ſumus formulam pro invenienda expanſione vaporum aqvæ, a 100° ad 160° Celſii calidorum, hoc eſt ad illam temperaturam, in qva ſecundum obſervationem Cel. GILBERT (*) fide digna adhuc videntur numeri expan-

(*) Cfr. l. c. *B. XVII, St. I p.* 48.

pansionum Daltoniani. Facto nempe, ut supra, gradu scalæ Reaumurianæ $= r$, & Celsianæ c, est

$$\text{Log.}\, e = \text{Log.}\, 30 + 0{,}2743118\left(\frac{r}{16}-5\right) - 0{,}0283859\left(\frac{r}{16}-5\right)\left(\frac{r}{16}-6\right),$$ seu $$\text{Log.}\, e = \text{Log.}\, 30 + 0{,}2743118\left(\frac{c}{20}-5\right) - 0{,}0283859\left(\frac{c}{20}-5\right)\left(\frac{c}{20}-6\right),$$

hoc est $\text{Log.}\, e = -0{,}7460147 + 0{,}0366598.r - 0{,}00011088.r^2$, & $\text{Log.}\, e = -0{,}7460147 + 0{,}02932784.c - 0{,}00007096.c^2$.

Qvam arcte hæc expressio valoris e cum experimentis conveniat, ex seqventibus apparebit.

c	e experim. inventa.	e calculo inventa.	Differentia.	
+100	30,00	30,00	0,00	
110	41,75	41,82	+0,07	Error $< \frac{1}{18} V(e)$.
120	56,42	56,42	0,00	
130	73,77	73,67	−0,10	Error $< \frac{1}{18} V(e)$.
140	93,23	93,11	−0,12	Error $< \frac{1}{16} V(e)$.
150	114,15	113,88	−0,27	Error $< \frac{1}{7} V(e)$.
160	135,00	134,82	−0,18	Error $< \frac{1}{11} V(e)$.

Errores igitur per usum hujus formulæ commissi adeo sunt parvi, ut eosdem ne in ipsis qvidem experimentis semper evitare possimus, qvoniam observationes thermometricæ certitudine $\frac{1}{7}$ unius gradus vulgo non gaudent.