DISSERTATIO PHYSICA,

DE

METHODIS INVENIENDI DILATATIONES LIQUIDORUM A CALORICO,

QUAM

CONSENT. AMPL. FAC. PHILOS. REG. ACAD. ABOËNSIS,

PRÆSIDE

MAG. *GUST. GABR. HÅLLSTRÖM*,

PHYSICES PROFESS. REG. ET ORDIN. ATQUE REG. SOCIET. OECON. FENN. MEMBRO,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

Publico examini modeste offert

LAURENT. PHILIPP. PALANDER,

Stip. Reg. Tavastensis,

In Audit. Majori d. 19 Decembr. 1801.

H. A. M. S.

ABOÆ, Typis Frenckellianis.

14.

Quamquam inter leges naturæ generalissimas merito illa sit referenda, secundum quam corpora omnia tam rigida quam fluida omnis generis dilatari observantur quando calidiora redduntur, & contra condensari quam primum frigidiora fiunt; exceptiones tamen ab illa aliquas memorabiles animadverterunt Physici. Inter has non minimi momenti videtur esse expansio aquæ puræ, quæ parum supra temperaturam congelationis suæ fieri contenditur. Aqua quidem in temperatura quavis, quæ congelationis calore notabiliter major est, uti alia corpora, condensatur ejecta quodam modo copia aliqua calorici, qui eam antea dilataverat, atque volumen ejus celeritate continuo decrescente diminuitur, usquedum ad temperaturam + 5° in Thermometro Celsiano pervenerit; quam primum autem infra hunc gradum caloris frigescit, expandi illam rursus, usquedum congelaverit, contendunt non pauci Physicorum *(a)*. sed

A Ma-

(a) De Luc in *Untersuchungen über die Atmosphäre, I Th. S.* 439; Blagden in *Philosophical Transactions, Vol.* 78, *for the year* 1788, *part II, pag.* 311. Schmidt in Gren's *neues Journal der Physik, I. B., S.* 228; Gilpin

Maximam itaque asserunt esse aquæ puræ condensationem atque gravitatem specificam in temperatura + 5°, hancque minui si vel diminuatur vel augeatur temperatura.

Dupplici modo ad confirmandam legem hanc condensationis aquæ instituerunt experimenta; aut enim, ut fecit D:nus DE LUC, aquam in globum & tubum vitreum thermometricum incluserunt, & condensationem ejus in diversa caloris temperatura cum condensatione mercurii ejusdem caloris in Thermometro aliquo compararunt; aut etiam aquæ gravitatem specificam in diversis temperaturis ope immersi corporis alicujus vitrei explorarunt, adeoque condensationem, quæ gravitatis specificæ directam sequitur rationem, invenerunt, ut hanc rem indagare maluerunt D:ni SCHMIDT & LEFEVRE-GVINEAU.

Apparet, in utraque experiendi ratione descripta condensationem vel dilatationem vitri, in quo aut includebatur aqua, aut quod aquæ immergebatur, neglectam fuisse; quare irregularitatem condensationis aquæ ex hisce experimentis deductam apparentem tantum, vel saltem nondum demonstratam esse statuerunt alii. Sic v. gr. D:no DE PRONY maxime probabilis

---

ibid. II B S. 374; LEFEVRE-GVINEAU in *Journal de Physique, par* DE LA METHERIE, *T. VI, p.* 169; RUMFORD in *Annalen der Physik. herausgeg. von* LUD. WILH. GILBERT, *Halle* 1799, *I B*, 2 *St.*, *S.* 239.

bilis videtur ſententia D:ni MONGE, qui credit, volumen aquæ a temperatura ebullitionis usque ad calorem congelationis ſucceſſive minui, circa hunc vero diminutionem fere ceſſare, condenſationem autem tubi & globi vitrei, in quo continetur aqua, in majore proportione mutari, adeoque volumen aquæ ob dupplicem rationem parum ſupra punctum congelationis maxime diminutum apparere (*b*).

D:nus NICHOLSON quoque indicare videtur (*c*), methodis deſcriptis non poſſe detegi, an aqua in calore aliquo ſupra congelationis temperaturam maxime ſit condenſata, aſſerens, experimentum Illuſtr. RUMFORD, quo globus ferreus candeſcens ſebi, in diſtantia $\frac{1}{10}$ poll. in aqua frigida poſiti, partes aliquas ita liquefecit, ut reliquæ formam acciperent convexam, unicum eſſe, unde deduci poſſit illa ſingularis lex condenſationis aquæ. Hoc vero ipſum alio modo explicat D:nus VON ARNIM, qui etiam obſervat, differentiam tantum vitri & aquæ expanſionis, in eadem temperatura factæ, methodo tam D:ni DE LUC quam quoque D:ni SCHMIDT obtineri, aſſerens con-

 den

(*b*) Cfr. *Neue Architektura hydraulika von Herrn* von PRONY, *aus dem Französischen von* KARL CHRISTIAN LANGSDORF, *Frankf. am Main* 1794, *I Th., IB.*, 280 *S., not.*

(*c*) Vide: NICHOLSONS *Journal of natural philoſophy, N:o* 17, & *Annalen der Phyſik von* GILBERT *Halle* 1799, 2 *B.*, 3 *St.*, 281 *S.*

denſationem vitri fere uniformem forte esſe, aquæ vero magis magisque minui. Talem itaque erroneam ex his experimentis deductam esſe concluſionem metuit, in qualem olim inciderunt, qui primi obſervarunt, altitudinem mercurii in Thermometro minui, quando fluido calido repente immergitur (*d*).

Si nullus latet error in asſertione illa, qua aquam puram circa temperaturam aliquam, quæ congelationis calore major eſt, maxime esſe condenſatam contendunt, facillime omnino plura inde explicari posſunt phænomena naturæ. In primis autem arridet nobis explicatio Illuſtr. RUMFORD, qua ex memorabili hac aquæ qualitate, conjuncta cum peculiari ſuo caloricum conducendi modo, quem ipſe detegerat, rem deducit illam omnibus animalibus, quæ frigidiores terræ regiones habitant, maxime beneficam, quod aqua lacuum & fluminum, ſalibus non mixta, ne in acerbisſimo quidem frigore omnis in glaciem mutetur (*e*). Meretur itaque res, ut ejus veritas ſatis validis confirmetur rationibus, atque ut in hunc finem modi experimenta inſtituendi hucusque adhibiti ulterius examinentur, ne ullum de illa exoriatur dubium. Cumque metho-

tho-

(*d*) Vide: *Annalen der Phyſik von* GILBERT, *Halle* 1800, 5 *B.*, 1 *St.*, 65 *S.*

(*e*) Vide RUMFORDS *experimental Esſays*, *political*, *and philoſophical*, *London* 1797, 8; & *Annalen der Phyſik von* GILBERT, 1 *B.*, 2 *St.*, *S.* 214 *&c.*; 1 *B.*, 4 *St.*, *S.* 436 *&c.*

thodis adhibitis id maxime vitio vertatur, quod in iis dilatatio instrumentorum vitreorum a calorico adeo parva sit habita, ut ullam ejus rationem non esse sumendam judicaretur, effectum hujus dilatationis in experimentis a celeberrimis viris jamjam factis, computare necessarium duximus. Hujus itaque calculi specimen benignæ lectoris censuræ hisce pagellis jam offerimus.

Quando volumen vitri a calorico penetrante augetur, fit ejus dilatatio quoad omnes dimensiones, adeo ut si unam dimensionem in temperatura aquæ conglaciantis designet a, erit in calore graduum m in Thermometro Celsiano hæc longitudo extensa ad longitudinem $\left(1 + \frac{(325+2m)m}{62500000}\right) a$ (f).

Jam itaque in illam rem est inquirendum, quomodo mutet hæc dilatatio capacitatem cylindri & globi vitrei cavi. Dicit quidem LEUTMAN, *extensionem vitri ambitus* sphæræ *externus amplior, internum spatium arctius ut fiat efficere, contrarium vero evenire in contractione, quando interna cavitas ampliatur & externus ambitus coit & minuitur* (g).

 Fal-

(f) Cfr. *Dissertat. de interpolatione pro determinanda vitri dilatatione a calorico, Præside* G. G. *Hällström & respondente P. Chr Snellman, edit. Aboæ* 1801. *pag.* 9.

(g) Cfr. *Commentar. Academiæ Scientiarum imperialis Petropolitanæ, Tom IV, ad annum* 1729, *pag.* 220, §. §. 21 & 22.

Falſam autem illam esſe ratiocinationem, rem attentius examinanti mox conſtabit. Plano nimirum ad axem perpendiculari ſectus concipiatur cylindrus vitreus, qui cavitatem habeat cylindricam ita poſitam, ut communis ei & toto cylindro ſit axis. Sectiones itaque in plano illo factæ erunt circuli concentrici, & conſideranda eſt dilatatio vitri intra peripherias horum circulorum contenti. Sit in temperatura aquæ congelantis radius circuli majoris $= R$, & minoris $= r$, adeoque facta proportione diametri ad peripheriam ut $1 : \pi$, erit peripheria circuli majoris $= 2\,\pi\,R$. In temperatura itaque graduum m erit longitudo peripheriæ exterioris $= 2\left(1 + \frac{(325 + 2m)\,m}{62500000}\right)\pi\,R$, adeoque radius ejus $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)\,m}{62500000}\right)R$. Quaquaverſus autem in eadem proportione dilatatur vitrum, adeoque annuli vitrei latitudo, quæ circa 0° erat $R - r$, jam mutatur in $\left(1 + \frac{(325 + 2m)\,m}{62500000}\right)(R - r)$, qua ſubtracta a radio circuli exterioris dilatati reſtat radius circuli interioris, poſtquam dilatatus hic eſt, $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)\,m}{62500000}\right)r$, in quem per dilatationem vitri mutatus eſt radius cavitatis r. Huic vero radio reſpondet peripheria $= 2\left(1 + \frac{(325 + 2m)\,m}{62500000}\right)\pi\,r$, quam longitudinem itaque

que peripheriam circuli interioris dilatatione vitri obtinuisse videtur. Apparet autem, idem omnino valere de omnibus sectionibus cylindri, ad longitudinem ejus normalibus; quare hinc constat, quamprimum positivus sumitur numerus m, hoc est, quamdiu caloris gradus in Thermometro significat m, ut dilatatio vitri fiat, semper esse quantitatem $\frac{(325 + 2m)m}{62500000}$ affirmativam, adeoque $\left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) r > r$. Hinc deinde certo patet, cavitatem cylindri semper crescere quando parietes ejus a calorico dilatantur. Contra autem apparet etiam, si negativus sumitur numerus m, quod accidit pro frigoris gradibus, negativam quoque semper (*h*) fieri quantitatem $\frac{(325 + 2m)m}{62500000}$, adeoque tum evadere $\left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) r < r$, unde itaque constat cavitatem cylindri semper minui, quamprimum in frigore condensantur parietes ejus.

Quod

(*h*) Si quidem sumeretur $-2m > 325$ seu $-m > 162,5$, evaderet pro valoribus negativis numeri m quantitas $\frac{(325 + 2m)m}{62500000}$ affirmativa. Ad tam diversam autem a $0°$ temperaturam non est extendenda formula pro computanda dilatatione vitri, nec frigus 162,5 graduum unquam obvenit, minus Thermometro observari potest.

Quod vero longitudinem cylindri vitrei attinet, patet illam, si in temperatura aquæ congelantis est $= a$, in calore m graduum esse $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) a$.

His præmissis jam ad determinandam capacitatem cavitatis cylindricæ post dilatationem vel condensationem progredi licet. Est nimirum radius basis cavitatis post dilatationem $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) r$, adeoque ejus area $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^2 \pi r^2$, qua ducta in longitudinem cylindri $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) a$, invenitur capacitas totius cavitatis $=$ $\left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^3 \pi a r^2$, unde videtur, esse capacitatem cylindri vitrei in temperatura aquæ congelantis ad capacitatem in calore m graduum ut $\pi a r^2 : \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^3 \pi a r^2$, hoc est, ut $1 : \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^3$.

Secata ulterius a plano per centrum ducto concipiatur sphæra cava, ut sectio fiat annulus circularis vitreus, intra duos circulos concentricos contentus. Si jam ponatur radius circuli interioris $= \varrho$ in tem-

temperatura o°, invenitur, ſimili omnino ratiocinatione ac in præcedentibus, ejus longitudo poſt dilatationem vitri in calore m graduum $= \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right) \varrho$. Hinc vero ſequitur, esſe capacitatem cavitatis ſphæræ in temperatura o° ad illam in calore m graduum ut $\varrho^3 : \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^3 \varrho^3$, hoc eſt, ut $1 : \left(1 + \frac{(325 + 2m)m}{62500000}\right)^3$, in qua ratione aucta invenietur hæc capacitas pro caloris gradibus, diminuta autem pro frigoris gradibus in Thermometro obſervatis.

Sit jam in o° temperatura liquidi alicujus, quod in vaſe thermometrico continetur, volumen $= c^3$, quodque impleat ſphæram inſtrumenti totam & tubum ejus cylindricum ad longitudinem a, ut habeatur æquatio $c^3 = \frac{4}{3} \pi \varrho^3 + \pi a r^2$. Si vero asſumitur, c^3 in calore m graduum ita accrevisſe, ut esſet $= (1 + \gamma)^3 c^3$ & ſimul parietes vitreas fuisſe dilatatas, tum facta $n = \frac{(325 + 2m\, m}{62500000}$, & obſervata longitudine liquidi in tubo $= a'$ in temperatura m graduum, erit $(1 + \gamma)^3 c^3 = \frac{4}{3}(1 + n)^3 \pi \varrho^3 + (1 + n)^2 \pi a' r^2$, adeoque $(1 + \gamma)^3 = \frac{\frac{4}{3}(1 + n)^3 \pi \varrho^3 + (1 + n)^2 \pi a' r}{c^3}$, ſeu ſubſtituto valore voluminis c^3, $(1:+\gamma)^3 = \frac{\frac{4}{3}(1+n)^3\varrho^3+(1+n)^2a'r^2}{\frac{4}{3}\varrho^3+ar^2}$. Quum pro quavis temperatura m graduum data ſit quantitas n, dimenſis ſemel radiis ϱ & r inſtrumenti, &obſervatis longitudinibus a & a', innoteſcit ex inventa æquatione quantitas $(1+\gamma)^3$, quæ expanſionem præbet liquidi.]

Exquirendum jam eſt, quid in methodo altera, ubi ope corporis vitrei, quod immergitur liquido, hujus dilatatio in calore determinatur, efficiat dilatatio vitri. Sit nempe in calore o° volumen vitri $= c^3$, pondus vero, quod hoc in aquam immisſum amittit $= p$, atque in m graduum temperatura erit volumen $= (1+n)^3c^3$. Ponatur expanſionem liquidi, cujus in o° volumen erat $= c^3$, in m° esſe $= (1+\gamma)^3c^3$. Cum jam ſint diminutiones ponderis corporis, cujus volumen non mutatur, directe ut denſitates liquidi, hæ autem inverſam ſequantur rationem voluminum, erit $(1+\gamma)^3:1::p:\frac{p}{(1+\gamma)^3}=$ diminutioni ponderis in dilatato liquido. Si vero volumen corporis immerſi augetur, erunt in eodem fluido diminutiones ponderis directe ut volumina; adeoque ſi diminutio ponderis eſt $=p'$ in liquido expanſo, habetur $1:(1+n)^3::\frac{p}{(1+\gamma)^3}:p'$, nec non $p'=\frac{(1+n)^3p}{(1+\gamma)^3}$, unde

de tandem habetur $(1+\gamma)^3 = (1+n)^3 \cdot \frac{p}{p'} =$
$\left(1+\frac{(325+2m)\,m}{62500000}\right)^3 \cdot \frac{p}{p'}$.

Apparet jam, utraque methodo inveniri posse veram liquidi expansionem vel condensationem in diversis caloris temperaturis. Ut itaque certo experiri queat, an siri
aqua in temperatura $+5^{\circ}$ maximam habeat densitatem, methodos allatas satis idoneas esse censemus, erroresque, quos a dilatatione instrumentorum vitreorum metuit D:nus VON ARNIM, calculo non difficili detegi, adeoque corrigi posse jam patet. Instrumentum vero illud, quod ex duobus constabit vitreis tubis thermometricis, per globum vitreum communicantibus, quorum unus cum dimidia parte globi mercurium, alter vero cum reliqua parte globi aquam continebit, quodque, uti erroribus a dilatatione vitri non obnoxium, proponit VON ARNIM ad detegendam veram legem expansionis aquæ *(i)*, nisi juste corrigantur observationes, non esse commendandum judicamus. Illasque correctiones a dilatatione mercurii pendere patet.

(i) Vide *Annalen der Physik*, von GILBERT *Halle* 1800, 5 *B.*, 1 *St.*, *S.* 65, 66, *Taf.* 1, *Fig.* 5.