DISSERTATIO PHYSICA

DE

LONGITUDINE PENDULI SIMPLICIS PRO ABOA DETERMINANDA,

QVAM

CONS. AMPL. FACULT. PHILOS. ABOËNS.

PRÆSIDE

Mag. G. GABR. HÅLLSTRÔM,

Phyſ. Prof. Reg. & Ordin. atque Reg. Societ. Oeconom. Fennicæ membro,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

PUBLICE EXAMINANDAM SISTIT

ADOLPHUS SIMON APPELGREN

Oſtrobotnienſis,

In Auditorio Majori die XXI Junii MDCCCV.

H. p. m. c.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

34.

VIRO

PLURIMUM REVERENDO NEC NON PRÆCLARISSIMO,

DOMINO

Mag. SIMONI APPELGREN,

RECTORI SCHOLÆ TRIVIALIS ULOBURGENSIS,

PATRUO CARISSIMO,

Educatori & Præceptori olim fidelissimo, in pignus animi gratissimi hasce pagellas debet, offert,

PATRUI OPTIMI

Cultor humillimus
ADOLPH. SIMON APPELGREN.

Cum non minus respectu cognitionis nostræ de tellure in genere res magni sit momenti, ut in plurimis, quantum fieri possit, locis superficiei terræ determinata habeatur longitudo penduli simplicis, oscillationem tempore unius minuti secundi peragentis, quam respectu disquisitionum varii generis physicalium cuique Physices scientiæ cultori sit necessarium, ut hanc longitudinem penduli pro suo loco determinatam cognoscat; illam pro Aboa experimentis invenire sumus conati, tam quo sciremus, an posthac, sicut huc usque factum est, possemus in calculis uti illa, ope theoriæ vulgaris, de ea invenienda cognitæ, determinata, quam etiam, quo experiremur, an prospere nobis succederet disquisitio, experimentis haud facile accurate instituendis tota nixa. De qua re specimen edituri, censuram L. B. mitem optamus, speramus.

Notum est, longitudines pendulorum simplicium inter se esse in ratione inversa quadratorum numerorum oscillationum, æqualibus temporibus factarum.

Cognita hac re, horologium oscillatorium ita plerumque construxerunt, ut tempus medium semper ostenderet, & deinde numerarunt, quot oscillationes tam pendulum hujus, quam etiam datum aliud, observationibus hujusmodi instituendis destinatum, eodem tempore perageret, quo, comparatione instituta, longitudinem determinarent ignotam penduli, tempore unius minuti secundi semel oscillantis. In computando vero numero oscillationum illud plerumque incommodum observatum est, quod utrumque pendulum oscillationes completas eodem tempore non absolveret. Eo usque quidem numeratum est, quo crederetur, simul perfectas esse utriusque oscillationes; semper tamen certa illius momenti determinatio difficilis fuit, quamobrem talia instituere coacti sunt pendula, quæ cum horologiis & indice conjuncti fuere, partim ut diutius oscillarent, partim ut indice ostendente numerus perspiceretur oscillationum, ne scilicet singulam illarum numerare necesse haberent.

Tali pendulo observatorio non sumus usi, credentes experimenta ideo tamen non fore incerta, quia tale adhibuimus horologium, quod non solum ad hujus generis experimenta, sed quoque ad varia alia instituenda, apprime est aptum. Hoc scilicet elatere, non pendulo, motum, duos indices, quosque suo axi insidentes, fert, quorum major circumvolvitur tempore 10 minutorum primorum, tota minuta prima, & eorum decimas partes ostendens, minor autem circumfertur tempore $\frac{1}{10}$ minuti primi, cujus partis vigesimam ostendit partem. Hic itaque tempus 0,3 minuti secundi, vel 0,005 minuti primi, certe & ad minimum determinat, & ille major ostendit, quando sint minuta prima peracta, & quoties minor sit circumvolutus. Præterea dum horologii premitur elater quidam, hoc momento motum suum illud cito incipit, & deinde quam primum in aliam partem premitur elater, mox cessat motus.

Funependulum, quo usi sumus, constabat e tabula orichalcea circulari, diametri 3,56 pollicum decimalium

sve-

ſvecanorum, malleo tuſa & in utrasque partes tornando complanata, & quæ horizontalis pendebat in dupplici filo ſerico admodum tenui. Commodam hancce putabamus & reſpectu minimæ frictionis aeris, & reſpectu ſimilitudinis cum pendulo ſimplici. Supremæ parti fulcri cujusdam lignei verticalis infixum erat brachium ligneum horizontale, in quo diſtantia puncti ſuſpenſionis penduli a ſcapo fulcri æqualis erat radio tabulæ orichalceæ, quæ igitur ſuſpenſa margine ſuo tangebat fulcrum horizontale. In hocce autem fulcro, a ſupremo ejus puncto, quod fuit in eadem linea horizontali cum puncto penduli ſuſpenſionis, deorſum numerabantur pollices ſvecani decimales, lineis horizontalibus omni, qua fieri potuit, cura deſignati. Juxta punctum ſuſpenſionis filum penduli circa ligneum paxillum circumvolutum erat, cujus revolutionibus tabula penduli vel efferri vel demergi potuit, usquedum margo ejus juxta punctum quoddam determinatum in fulcro ſitus eſſet. Si longitudo penduli hoc modo non ſemper abſoluta certitudine innotuit, attamen veriſimillimum eſt, errores, pluries repetitis experimentis, ad eandem partem ſemper non eſſe commiſſos, unde credimus, medium multorum conaminum non multum a veritate aberrare.

Dum fierent oſcillationes, fulcrum ligneum ita proclinavimus, ut tabula penduli illud non tangeret. Hoc vero nullam effecit variationem in longitudine penduli antea determinata. Oſcillationum numerationibus factis, longitudinem penduli de novo demetiri ſumus, quo experiremur, an longitudo fili, per tenſionem facta eſſet major, & an experimentum idcirco eſſet rejiciendum. Præterea ob majores amplitudines oſcillationum & oſcillationes conicas experimenta erant rejicienda.

Dum omnia ad experiendum parata jam erant, horologium elatere supra memorato ſtitimus, & annotavimus momentum, quod oſtendebant indices. Hoc facto pendulum in ſitu inclinato una manu tenuimus, & eodem momento ad oſcillandum dimiſimus, quo horologium altera manu in motum presſimus. Poſtquam numerum commodum oſcillationum computavimus, horologium iterum ſtitimus eodem momento, quo oſcillatio ultima erat peracta, atque deinde & numerum oſcillationum & etiam numerum, quem oſtendebant indices horologii, annotavimus, ut ſubtractione hujus a numero primum annotato facta tempus ſub oſcillatione prætérlapſum reſtaret. Fuit nempe necesſarium, ut præter numerum oſcillationum & longitudinem penduli, inveniremus quoque tempus oſcillationis, quoniam uno tantummodo uſi ſumus pendulo. Sequentibus autem fundamentis innititur calculus, quo ope experimentorum factorum longitudinem penduli ſimplicis determinavimus.

Sit longitudo penduli obſervationis $= L$, & tempus oſcillationis in minutis ſecundis $= T$, oſcillationum ſimplicium eodem hoc tempore obſervatarum numerus $= N$, altitudo, a qua libere cadit corpus tempore unius minuti ſecundi, $= g$, & diameter circuli ad peripheriam ut $1 : \pi$; & erit ſecundum principia Mechanices $T = \frac{1}{2}\, \pi\, N \sqrt{\frac{2L}{g}}$. Quare pro pendulo ſimplici, quod tempore unius minuti ſecundi oſcillationem peragit unam, & cujus longitudo ſit $= l$, valet hæc æquatio $1 = \frac{1}{2}\, \pi \sqrt{\frac{2l}{g}}$, unde habetur $T : 1 :: N\sqrt{L} : \sqrt{l}$, & $l = \frac{N^2 L}{T^2}$. Sed quoniam juxta noſtrum horologium commodius numeratur tempus in in minutis primis $= t$, ita ut ſit $t = 60T$, ſeu $T = \frac{t}{60}$, fit $l = \frac{60^2 N^2 L}{t^2}$. Ut vero ſimplicior hæcce evadat expreſſio, fiat numerus oſcillationum numeratarum $= 60m$, ut ſit $N = 60m$, dum habemus $l = \frac{m^2 L}{t^2}$.

Si L & t eadem determinari poſſent certitudine ac m, quam quantitatem ſine ullo fere errore inveniri putamus; verus & idem valor quantitatis l ſemper ex experimentis erueretur, qualescunque fuerint L & t. Cum vero minimi errores non poſſint evitari in determinandis quantitatibus hisce L & t, perſcrutandum jam eſt, quid in mutandum valorem l efficiant, & quam certa illa l hoc reſpectu inveniri poſſit. Variationem hancce quantitatis l, quæ a variationibus quantitatum L & t pendet, ſequenti modo determinamus. Ex æquatione $l = \frac{m^2 L}{t^2}$ invenitur $\text{Log } l = 2 \text{ Log } m + \text{Log } L - 2 \text{ Log. } t$, ex qua, m invariata exiſtente, ſumtisque fluxionibus logarithmicis, fit $\frac{dl}{l} = \frac{dL}{L} - \frac{2dt}{t}$, & $dl = l\left(\frac{dL}{L} - \frac{2dt}{t}\right)$. Error qui patratur in dimetienda longitudine L, probabiliter non eſt major quam $\frac{1}{4}$ lineæ geometricæ, & variatio maxima ipſius t non major $\frac{3}{10}$ minuti ſecundi. Ergo ſi ſumitur $dl = 0{,}0025$ pedis ſvecani, & $dt = 0{,}005$ minuti primi, hi valores ſubſtituti faciunt $dl = 0{,}0025\, l\left(\frac{1}{L} - \frac{4}{t}\right)$, unde pro quovis valore quantitatum L & t inveniri poteſt maximus valor erroris in longitudine quæſita l. Ut error hic minimus fiat, & quidem evaneſcat, fieri debet

bet $\frac{1}{L} - \frac{4}{t} = 0$, vel $1 : L :: 4 : t$, secundum quam analogiam tempus, quo pendulum oscillare facimus, pro quacunque longitudine L est determinandum. Quoniam tamen totæ oscillationes sunt numerandæ, sæpissime evenit, ut t non possit sumi juxta hancce proportionem; sed observandum est, ut vicissim majus & minus observetur tempus, quo valor longitudinis l, omnium numerorum medium sumendo accuratius inveniatur.

Sequeretur jam, ut ipsa experimenta instituta exponeremus, & inde secundum allata hæc principia longitudinem quæsitam penduli determinaremus; sunt autem rationes, quæ svadeant, ut illud negotium ad aliud differamus tempus.