DISSERTATIO ACADEMICA
DE
CELERITATE SONI IN AËRE ATMOSPHÆRICO PROPAGATI,

QUAM

CONS. AMPL. FACULT. PHILOS. ABOËNS.

PRÆSIDE

M. GUST. GABR. HÅLLSTRÖM,

Phys. Prof. Ord., Membro Societ. Oeconom. Fennicæ, & Reg. Acad. Scientiar. Stockholmensis,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

PUBLICO EXAMINI SUBJICIT

JOHANN. ULRICUS HALLERSTRÖM,

Sveogothus.

In Atrio Biblioth. die XIV Junii MDCCCIX.

H. A. M. S.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

De celeritate ſoni in aëre atmoſphærico propagati.

In determinanda velocitate ſoni plurimos ſummi nominis tam Mathematicos, ope adhibiti calculi ſubtilisſimi, quam Phyſicos, experientiam, ſuæ ſcientiæ matrem, indefesſis obſervationibus conſulentes, jam dudum occupatos fuisſe conſtat. Non tamen ex utraque parte eo usque ſuccesſerunt conamina, ut theoriam propagationis ſoni omni reſpectu perfectam reſpicere jam liceret. Reſtat enim aliquid in ipſa theoria perficiendum, quo experientiæ in omni caſu reſpondeat, ut etiam novis indagandum esſe judicamus obſervationibus, an determinationes velocitatis ſoni a diverſis Phyſicis propoſitæ aut inter ſe conciliari posſint aut etiam an quædam earum utpote erroneæ rejici debeant.

Omnes, qui velocitatem ſoni a principiis mathematicis derivarunt, in eo conveniunt, quod ſtatuant illam ſequi rationem directam ſubduplicatam elaſticitatis aëris & inverſam ſubduplicatam denſitatis ejus; & quidem talem illius abſolutam menſuram determinatam esſe patet, ut poſita ea altitudine $= g$, unde primo temporis minuto ſecundo delabitur corpus grave, denſitate aëris $= D$ & elaſticitate $= E$, nec non diſtantia $= s$, per quam uno minuto ſecundo propagatur ſonus, ſit $s = \sqrt{\frac{2gE}{D}}$. Cum vero elaſticitas aëris æqualis ſit vi eum comprimenti, hoc

eſt

eſt, preſſioni aëris incumbentis, hæcque æquivaleat preſſioni hydrargyri in Barometro, patet eſſe $E = hd$, denotante h altitudinem Barometri & d denſitatem hydrargyri, adeoque $s = \sqrt{\frac{2ghd}{D}}$. Factaque gravitate ſpecifica aëris $= p$ & hydrargyri $= q$, erit $d : D :: q : p$, & $s = \sqrt{\frac{2ghq}{p}}$.

Hunc valorem celeritatis ſoni juſto minorem eſſe experientia docuit. Differunt quidem inter ſe etiam illi valores, quos ope experientiæ diverſis locis & temporibus invenerunt Phyſici. Obſervationibus vero in Gallia a CASSINI DE THURY, MARALDI & DE LA CAILLE factis præ reliquis ideo imprimis confidimus, quod omni cura & attentione inſtituta videantur, adhibitis diſtantiis longioribus accurate determinatis, & annotata ſimul temperatura aëris cum altitudine Barometri. Invenerunt hi ſonum per diſtantiam proxime 173 orgyiarum Pariſienſium ſeu 1038 pedum Pariſienſium, hoc eſt 1136 pedum Svecanorum tempore unius minuti ſecundi in aëre quiete propagari, exiſtente calore intra quartum & ſextum gradum in Thermometro Reaumuriano ſupra congelationem aquæ, & altitudine Barometri intra $27\frac{1}{12}$ & $27\frac{3}{8}$ pollices Pariſinos (*), quorum medium arithmeticum eſt $27\frac{1}{4}$ proxime. Abſolutam itaque nullam invenimus determinationem ſtatus aëris, probabiliter autem illum talem aſſumi poſſe apparet, ut pro allata celeritate ſoni ſtatuatur calor 6 graduum centeſimalium & altitudo Barometri 25,08 polli-

cum

(*) Vide: *Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences de Paris, année 1738 p. 183 &c., 1739 p. 167, edit. in 8:o.*

cum geometricorum ſuecanorum. Quod vero obſervationes a MÜLLER Gottingæ factas attinet, ſecundum quas ſonus uno minuto ſecundo per diſtantiam 1040,3 pedum Pariſinorum ſeu 1138,3 pedum ſvecanorum propagatur (*), accuratas quidem illas eſſe putamus. Deſideratur autem ſimul annotata obſervatio altitudinis Barometri & temperaturæ aëris, qui defectus impedit, quominus ejus menſura in theoria cum experientia conferenda uti posſimus. Id ſolum concludere licet, cum obſervaverit MÜLLER tempore veſpertino die 9 Septembris, calorem multo majorem gradibus 6 centeſimalibus non fuisſe, unde, cum etiam e ſequentibus pateat, celeritatem ſoni pro diverſa altitudine Barometri non mutari, apparet obſervationes Casſinianas & Müllerianas ſe invicem bene confirmare.

Ante vero quam hinc facile apparet, an plus vel minus ab hac experientia differat theoria celeritatis ſoni, quantitates p & q functionibus gradum caloris quavis obſervatione datum involventibus ita ſunt exprimendæ, ut ad eandem temperaturam, in qua obſervata eſt propagatio ſoni, reduci queant. Referantur itaque pondera ſpecifica ad pondus aquæ deſtillatæ in temperatura congelationis. Poſito vero pondere aëris ſpecifico pro calore $0^\circ = p(o)$, & pondere ſpecifico hydrargyri in eadem temperatura $= q(o)$, BIOT & ARRAGO exactisſimis, quam fieri potuit, experimentis nuper invenerunt, pro altitudine Barometri = 0,76 novæ menſuræ Pariſinæ (Mètre) ſeu 2,56 pedum ſvecanorum eſſe $p(o) = \frac{q(o)}{10475,6}$ (**), unde

(*) Cfr. *Magazin für das Neueſte aus der Phyſik und Naturgeſchichte von L. H. Voigt, Gotha 1752, 8 B. 1 St. p. 170.*

(**) Vide: *Annalen der Phyſik, herausgeg. von* L. W. GILBERT, *25 B. 4 St. p. 362, Halle 1807.*

de pro quavis alia Barometri altitudine b, cujus rationem directam sequitur aëris pondus specificum, habetur $2{,}56 : b :: \frac{q^{(o)}}{10475{,}6} : p^{(o)}$ & $p^{(o)} = \frac{bq^{(o)}}{2{,}56 . 10475{,}6} = \frac{bq^{(o)}}{26817{,}536} = 0{,}000037289\, bq^{(o)}$. Ex invento autem $p^{(o)}$ determinari potest pondus specificum aëris pro quovis alio caloris gradu $= n$, quod ponere licet $= p^{(n)}$, dummodo mutatio voluminis aëris, cujus rationem inversam sequitur $p^{(n)}$, pro gradu n innotescat. E novis in Gallia a GAY-LUSSAC factis & a LA PLACE approbatis experimentis jam notum habemus, volumen aëris, quod in calore congelationis aquæ est $= 1$, in calore ebullitionis ejusdem esse $= 1{,}375$, existente Barometri altitudine 0,76 mensuræ Parisinæ seu 2,56 pedum svecanorum, pro qua altitudine etiam punctum ebullitionis in thermometro adhibito determinatum esse verosimillimum videtur (°), ita ut augmentum

---

(°) Vide: *Mecanique celeste par* LA PLACE, *T. IV, introd.*, & *Annalen der Physik von* GILBERT, *B. 25, St. 4, p. 401, 413, 414.* Cum igitur hic expressis verbis doceat LA PLACE, experimenta, a GAY-LUSSAC se svadente instituta, omni adhibita correctione tam dilatationis vitri quam altitudinis Barometri facta esse, correctio illa a GILBERT (*Annal. B. 12, St. 4, p. 396*) facta superflua esse videtur. Ex occasione quoque dubii a SOLDNER (l. c. *Annal. p 413, 414*) propositi, pro quali nempe calore ebullitionis aquæ, respectu altitudinis Barometri, GAY-LUSSAC determinaverit volumen aëris, fateri licet, verba hæcce: *qu'un volume d'air, réprésenté par l'unité au degrè de la glace fondante, devenait 1,375 à la chaleur de l'eau bouillante sous une pression mesurée par la hauteur 0,m76 du Barometre*, quodammodo ambigua videri, an scilicet determinatio altitudinis Barometri, allata forsan respectu voluminis aëris, de constructione quoque Thermometri valeat. Cum autem altitudo Barometri 28 pollicum Parisiensium jam dudum pro media in Gallia habita sit, eique proxime æqvalis altitudo *0,76* mensuræ novæ adhuc habeatur, ad quam omnes suas observationes reducere soliti mentum voluminis pro 100 gradibus centesimalibus sit $= 0,375$, adeoque pro uno gradu $= 0,00375$ & pro n gradibus $= 0,00375\,n$, atque pro his isdem gradibus n totum aëris volumen $= 1 + 0,00375.n$. Cum igitur pondera ejusdem materiæ specifica pro diverso calore sint in inversa ratione voluminum ejus, erit hic, pro caloris gradibus o & n, $1+0,00375.n : 1 :: p(o) : p(n)$, unde apparet esse $p(n) = \frac{p(o)}{1+0,00375\,n}$, & facta substitutione, $p(n) = \frac{bq(o)}{2,56.10475,6(1+0,00375\,n)}$. Quia vero pro caloris gradibus n celeritas soni e præcedentibus est $s = \sqrt{\frac{2gbq(n)}{p(n)}}$, erit, facta substitutione, $s = \sqrt{2g.2,56.10475,6(1+0,00375\,n)\frac{q(n)}{q(o)}}$. In nostris regionibus est $g = 16,535$ pedibus svecanis, ut etiam, facto volumine hydrargyri in calore congelationis aquæ $= 1$, & in calore n graduum $= Q(n)$, habetur $q(n) : q(o) :: 1 : Q(n)$ seu $\frac{q(n)}{q(o)} = Q(n)$, quibus quoque adhibitis substitutionibus invenitur $s =$ $941,73\sqrt{\frac{1+0,00375\,n}{Q(n)}}$ ped. svecanis, unde patet, celeritatem soni pro diversa altitudine Barometri non mutari. Quod vero volumen hydrargyri $Q(n)$ attinet, etiam hæc quantitas in functionem determinatam graduum caloris n transmutanda

sunt & solent, non dubitamus, quin etiam GAY-LUSSAC in observationibus hisce usus sit Thermometro pro allata Barometri altitudine constructo, neque enim supponere licet, hanc rem omnino fuisse neglectam.

mutanda est. Diversi scilicet Physici, uniformem & gradui thermometrico caloris exacte proportionalem assumentes variationem voluminis hydrargyri, determinarunt, augmentum pro calore a 0° ad + 100° intra limites 0,014 & 0,0185 voluminis in calore congelationis aquæ quærendum esse (*). Si quoque ab allata hac variationis lege ita aberrat hydrargyrum, ut intra caloris gradus — 40 & + 40 satis accurate sit $Q(n) = 1 + 0{,}00016595\,4n + 0{,}0000000976.n^2$ (**), in illis tamen observationibus celeritatis soni, quæ in aëre libero atmosphærico apud nos fieri possunt, sine metu erroris sensibilis assumi poterit $Q(n) = 1 + 0{,}00017\,.\,n$, qua facta substitutione erit tandem intra allatos limites proxime

$$s = 941{,}73 \sqrt{\frac{1 + 0{,}00375\,n}{1 + 0{,}00017\,n}}.$$

Ut hic theoretice determinatus valor conferri possit cum celeritate soni a CASSINI inventa, fiat $n = 6$, in quo eodem calore CASSINI observaverat, & invenietur $s = 951{,}78$ (†), quæ minor est celeritate observata = 1136 pedum.

Hæc

(*) Vide: *Physikal. Wörterbuch von* FISCHER, *4 Th. p. 81*, LAVOISIER & LA PLACE apud GILBERT *Annal. der Physik B. 25, St. 4, p. 397*, aliosque.

(**) Cfr. Dissert. *de expansione hydrargyri a calorico*, *Præs.* G. G. HÄLLSTRÖM & *Resp.* C. F. CAVALLIO, *Aboæ 1804* edit., ut etiam *Annalen der Physik, B. 20, St. 4, p. 401.*

(†) Quod alios valores invenerint alii ex. gr. NEWTON 1004,1, ped. svecan. (*Phil. Natural. Princip. Lib. II, Propos. L, p 343, edit. ult. Amstæl. 1723*), CHLADNI 970,57 (*Akustik pag. 222*), BIOT 1001,2 (GILBERTS *Annalen der Physik, B. 18, St. 4, p. 386*), inde derivandum esse videtur, quia pro aliis caloris gradibus celeritatem hanc computarunt, præterquam quod valor quantitatis *g* pro

Hæc illa eſt aberratio theoriæ ab experientia, quam dudum obſervarunt Phyſici, cujusque cauſam diu, & quidem fruſtra ut putamus, quæſiverunt. Conamina enim hæcce ſummorum utique virorum ſeculi præterlapſi & præſentis, quæ examinare noſtrum hac occaſione non eſt, parum nobis ſatisfacere fateri cogimur, utpote quæ aut experientiæ non ſatis conſentanea videntur, aut etiam quorum fundamenta ulteriori, ope experimentorum inſtituenda, confirmatione egent (*). Quæcunque vero ſit cauſa hujus aberrationis, valor tamen theoreticus celeritatis ſoni ope experientiæ ita corrigi posſe videtur, ut illo in quæſtionibus hujusmodi pro caſu quovis nobis obveniente uti posſimus. —

Directisſima esſet via ad hunc finem perveniendum, ut velocitas ſoni pro diverſis caloris gradibus & data aliqua majori diſtantia obſervaretur, quæ multiplex obſervatio correctionem præberet necesſariam. Hæc autem methodus majorem requirit apparatum, quam ut pro præſenti ea uti nobis liceret, ut etiam diverſis anni temporibus hæc experimenta inſtituenda ſunt. Aliam itaque, quam adhibuimus, ſi mox non æque certam, commodiorem tamen, quæ a quovis facile examinari poteſt, proponemus. Notum eſt, exiſtente tibiæ, una ſua extremitate

diverſis regionibus aliquam variationem efficere posſit. Librum *Geſchichte der Aëroſtatik*, von KRAMP, *Strasburg 1784 & 1786*, ubi pro calore + 37°,5 determinat velocitatem ſoni eſſe = 995,3 & pro — 12°,5 esſe = 908 57 ped. ſvec., videre nobis non contigit. — Allata noſtra formula dat pro hiſce caloris gradibus celeritatem 1002,5 & 920,37.

(*) Confer CHLADNI *Akuſtik* p. 224 &c. §. 203, & GILBERT *Annalen der Phyſik*, B. 18, p. 385, 401, B. 21, p. 449.

mitate clausæ & ubique æque amplæ, longitudine $= l$, reliquis quantitatibus manentibus ut antea, numerum pulsuum aëris, tibiæ inflati, qui gravitatem toni ejus determinat, esse $m = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{gbq}{2p}}$. Substitutis igitur valoribus supra allatis, habetur $m = \frac{941,73}{2l} \sqrt{\frac{1 + 0,00375 \cdot n}{1 + 0,00017 \cdot n}} = \frac{s}{2l}$, & $s = 2\, l\, m$, cujus æquationis ope numerus pulsuum aëris vel tonus tibiæ theoretice determinari potest pro diversis caloris gradibus. Hic vero eadem etiam observatur differentia inter theoriam & experientiam, quæ pro celeritate soni animadvertitur, illamque sequenti ratione determinatam invenimus. Loco tibiæ usi sumus tubo vitreo longitudinis $l = 0,585$ ped. svecan., quam vasi vitreo aquæ vel nive pleno ita immisimus, ut per superiorem ejus apertam extremitatem ei aërem ad sonandum inflare possemus. In hac aqua, cujus calor ab initio erat $= 90°$, successive autem minuebatur, simul ponebatur Thermometrum, ut pro gradibus ejus determinatis tonus audiri & annotari posset. Tubus ille secundarium facilius quam primarium tonum edebat, quare hic nobis erit $m = \frac{3 \cdot 941,73}{2 \cdot 0,585} \sqrt{\frac{1 + 0,00375 \cdot n}{Q(n)}}$ (*), & quidem pro majoribus caloris gradibus non sufficit posuisse $Q(n) = 1 + 0,00017\, n$, sed exactius $Q(n) = 1 + 0,0001659\, n + 0,000000976 \cdot n^2$. Celeritatem vero seu numerum pulsuum horum sonorum tali determinavimus Tonometro, qualem

(*) Vide Chladni *Akustik* pag. 88 §. 74 & 90 §. 76.

qualem descripsit CHLADNI (*), atque sic sequentem invenimus comparationem:

Gradus caloris n	Tonus tubi secundum theoriam		Tonus tubi ex experimentis		$\frac{m'}{m}$
		m		m'	
0	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$ —	2414,7	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ +	2560 +	1,0602 +
+ 10	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$ +	2457,4	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ —	2730,6 —	1,1112 —
+ 20	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ — —	2499,3	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +	2730,6	1,0925 +
+ 30	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ —	2540,4	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ + +	2730,6 +	1,0749 +
+ 40	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ +	2580,7	$\overline{\overline{\overline{fis}}}$ —	2880 —	1,1159 —
+ 50	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ + +	2620,2	$\overline{\overline{\overline{fis}}}$ +	2880 +	1,0992 +
+ 60	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ — —	2658,9	$\overline{\overline{\overline{g}}}$ — —	3072 —	1,1554 —
+ 70	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ —	2696,9	$\overline{\overline{\overline{g}}}$ —	3072 —	1,1398 —
+ 80	$\overline{\overline{\overline{f}}}$	2734,2	$\overline{\overline{\overline{g}}}$ +	3072 +	1,1235 +

Etiamsi pro variationibus illis soni minoribus, quæ auribus percipi possunt, oscillationum numerum Tonometri ope adeo accurate determinare non valeamus, ut calculos inde subducere mox queamus; primo tamen obtutu hinc quoque apparet, valorem $\frac{m'}{m}$ pro majoribus ca-

 loris

(*) L. c. pag. 35.

loris gradibus crescere, cum ex. gr. pro $n=10$ sit $\frac{m'}{m} < 1,1112$ & pro $n = 80$, $\frac{m'}{m} > 1,1235$, quod indigitat, valorem celeritatis soni theoreticum solo adhibito factore constante in alium experientiæ consentaneum transmutari non posse, nec etiam idem addenda quadam quantitate constante effici. Quædam vero functio caloris sit probabilis illa correctio quærenda, ex hisce experimentis sequenti calculo eruemus.

Cum pro quovis decimo caloris gradu sonum observare voluerimus, nullos absolute puros animadvertimus tonos. Id tamen asseveramus, illos pro $n = 0$, $n = 50$ & $n = 80$ parum admodum & vix sensibiliter acutiores fuisse, reliquis existentibus plus vel minus remotis. Cumque inter tonos *e* & *f*, *fis* & *g* atque *g* & *gis* minor differentia, quam quæ e quarta parte horum intervallorum oritur, vix ac ne vix quidem sentiri possit, illos addenda hac quarta parte ita augendos esse judicavimus, ut pro $n = 0$ sit $m' = 2602,7$, pro $n = 50$, $m' = 2928$, & pro $n = 80$, $m' = 3113,1$. Ita nos a veritate minus quam aliqua alia ratione recedere existimamus. Assumendum igitur primum est pro $n = 0$, $\frac{m'}{m} = 1,0779$, pro $n = 50$, $\frac{m'}{m} = 1,1175$, & pro $n = 80$, $\frac{m'}{m} = 1,1386$, ope quorum valorum reliqui per interpolationem sunt determinandi, in quem finem methodus differentiarum hic aptissima videtur. Cumque tres tantum allatos valores datos habeamus, qui non nisi duabus quantitatibus ignotis inveniendis sufficiunt, differentias secundas constantes

assumere

assumere cogimur, quibus etiam putamus problema nostrum satis accurate solutum iri. Sit igitur

pro $n = 0;\ 10;\ 20;\ 30;\ 40;\ 50;\ 60;\ 70;\ 80;$

$\frac{m'}{m} = A;\ B;\ C;\ D;\ E;\ F;\ G;\ H;\ K;$

differ. $1 = \Delta_1;\ \Delta_2;\ \Delta_3;\ \Delta_4;\ \Delta_5;\ \Delta_6;\ \Delta_7;\ \Delta_8;$

differ. $2 = \delta;$

erit $\Delta_2 = \Delta_1 + \delta;\ \Delta_3 = \Delta_2 + \delta = \Delta_1 + 2\delta;$ $\Delta_4 = \Delta_3 + \delta = \Delta_1 + 3\delta$; & generatim $\Delta_r = \Delta_1 + \overline{r-1}\,\delta$; adeoque $B = A + \Delta_1$; $C = B + \Delta_2 = B + \Delta_1 + \delta$; $D = C + \Delta_3 = C + \Delta_1 + 2\delta$; $E = D + \Delta_4 = D + \Delta_1 + 3\delta$; & similiter $F = E + \Delta_1 + 4\delta$; $G = F + \Delta_1 + 5\delta$; $H = G + \Delta_1 + 6\delta$, $K = H + \Delta_1 + 7\delta$. Harum vero quantitatum nullæ aliæ cognitæ sunt nisi $A = 1{,}0779$; $F = 1{,}1175$ & $K = 1{,}1386$, ut a superioribus apparet, unde patet, æquationes ita esse formandas, ut sit $K = F + 3\Delta_1 + 18\delta$, & $K = A + 8\Delta_1 + 28\delta$, atque inveniuntur $\Delta_1 = \frac{14F - 5K - 9A}{30}$ & $\delta = \frac{3A - 8F + 5K}{60}$, nec non substitutis valoribus, $\Delta_1 = 0{,}00836$ & $\delta = -0{,}00022$. Hinc vero methodo cognita invenitur

$$\frac{m'}{m} = A + \frac{\Delta_1 n}{10} + \frac{\delta n}{20}\left(\frac{n}{10} - 1\right) \text{ seu}$$

$$\frac{m'}{m} = 1{,}0779 + 0{,}000847 \,.\, n - 0{,}0000011 \,.\, n^2.$$

Hæc vero æquatio nondum est nisi auxiliatrix, ad inveniendam correctricem illam quæsitam utilis. Facta enim hic $n = 6$, eruitur $\frac{m'}{m} = 1{,}0829$, qui quidem valor e collata celeritate per theoriam & experientiam inventa debuisset esse $= \frac{1136}{951{,}78} = 1{,}1936$; hæcque inæqua-

 litas

litas inde est derivanda, quod tubus vitreus tibiæ loco adhibitus non fuerit perfecte cylindrica, quare pro allata illius longitudine = 0,585 alius quidam valor est substituendus, qui valorem m in data ratione 1,1936 : 1,0829 minuit adeoque valorem $\frac{m'}{m}$ auget, quæ quidem mutatio pro omni calore eadem erit, quoniam variatio longitudinis tubi in hoc calculo pro evanescente est ponenda. Facto igitur correcto valore quantitatis $\frac{m'}{m} = M$, erit

$$M = \frac{1,1936\, m'}{1,0829\, m} = 1,188 + 0,000934 \,.\, n - 0,0000012 \cdot n^2,$$

& habebitur correctus valor quantitatis $m = Mm$. Hoc vero in æquationem $s = 2\,lm$ substituto, oritur correctus atque experientiæ consentaneus valor celeritatis soni, nempe

$$s' = 2\,lMm = M\sqrt{\frac{2gbq}{p}} = 941,73\,M\sqrt{\frac{1 + 0,00375\, n}{1 + 0,00017 \,.\, n}},$$ post

debitam substitutionem quantitatum antea inventarum, qui in hunc commodiorem transmutari potest:

$$s' = 1118,8 + 2,875\,n - 0,0015\,n^2 \text{ ped. Svecan.}$$

Nititur hæc æquatio experimentis intra 0 & + 80 caloris gradus factis. Probabile vero est, illam pro frigoris gradibus etiam valere, ut de celeritate soni in aëre atmosphærico propagati sequentia pro quovis decimo gradu statui possit:

Calor aëris n	Distantia soni in $1''$ propagati	Calor aëris n	Distantia soni in $1''$ propagati
— 40	1001,4	0	1118,8
— 30	1031,2	+ 10	1147,4
— 20	1060,7	+ 20	1175,7
— 10	1089,9	+ 30	1203,7
		+ 40	1231,4

Hæc sunt, quæ a vulgari theoria de celeritate soni propagati, collata cum experientia hucusque cognita, deduci posse existimamus. Ulterioribus vero observationibus, pro diverso aëris diversis anni temporibus existente calore instituendis, ea esse vel confirmanda vel etiam corrigenda, quisque facile videbit. Eum in finem tantæ eligendæ sunt distantiæ, ut variationes ob mutatum calorem determinandæ sensibiles fiant, illæque sequenti calculo facile inveniuntur. Sit $\frac{1}{r}$ pars illa minuti secundi, quam horologium ad minimum ostendit, atque distantia soni uno minuto secundo propagati $= s'$ pro calore n graduum, & $= s''$ pro calore $n + \mu$ graduum, erit $\frac{s'}{r}$ minima distantia, per quam celeritas soni in calore n observari potest, & augmentum distantiæ ob calorem gradibus μ auctum erit $= s'' - s'$. In t minutis secundis est distantia pro n gradibus $= ts'$ & pro $n + \mu$ gradibus $= ts''$, adeoque augmentum pro t minutis secundis $= t\,(s'' - s')$. Tanta igitur est eligenda distantia ts', ut sit ad minimum

$t\,(s'' - s') = \frac{s'}{r}$, unde habetur $t = \frac{s'}{r\,(s'' - s')}$, & distantia

$ts' = \frac{s'^2}{r\,(s'' - s')}$, ubi ponenda est

$s' =$

$s' = 1118,8 + 2,875n - 0,0015n^2$, &

$s'' = 1118,8 + 2,855(n + \mu) - 0,0015(n + \mu)^2$, adeoque

$s'' - s' = 2,875\mu - 0,0015\mu(2n + \mu)$, nec non

$$t = \frac{1118,8 + 2,875n - 0,0015n^2}{r\mu\,[2,875 - 0,0015\,(2n + \mu)]}, \&$$

$$ts' = \frac{(1118,8 + 2,875n - 0,0015n^2)^2}{r\mu\,[2,875 - 0,0015\,(2n + \mu)]}.$$ Si hac quantitate minor ſumitur diſtantia inter corpus ſonorum & obſervatorem, nulla animadverti poteſt variatio celeritatis ſoni a mutato calore oriunda.