

6

D O. D.
DISSERTATIO GRADUALIS
SISTENS
**METHODUM
DETERMINANDI
ÆQUATIONES
TEMPORIS,**

QUAM,

Consensu Amplissimæ Facultat. Philosoph.
in Regia Academia Aboënsi,

PRÆSIDE

**J A C O B O
G A D O L I N,**

OBSERV. Astronom. Philos. PROFESS. Extraord.
Reg. Acad. Scient. Svec. MEMBRO,
atque Facult. Philos. h. t. DECANO,

Publico examini subjicit,

STIPENDIARIUS REGIUS,

JOHANNES BILMARK, Joh. Filius.
U. GOTHIUS.

Die 31. Martii, Anni MDCC LII.

Loco horisq; ante meriditem consuetis.

ABOË, impressit DIRECT. & Typogr. Reg. Magn. Duc,
Finland. JACOB. MERCKELL.

S:Æ R:Æ M:TIS
MAXIMÆ FIDEI VIRO,
Reverendissimo

PATRI ac DOMINO
DN. JOHANNI
BROWALLIO,

S. S. Theologix DOCTORI,
Dioceſeos Aboënsis EPISCOPO,
Academiae ad Auram PRO-CANCELLARIO,
Regiæ Acad. Scient. Svec. MEMBRO,

MÆCENATI MAXIMO.

Considerans exquisitissimam Tuam , Reverendissime
PRÆSUL, in omni ſcientiarum genere eruditionem,
maximamque negotiorum molem , qua in aliis atque
aliis reipublicæ partibus administrandis nullo non tempore
tantum non obrueris , quæ tamen ita expedire ſoles feliciter , ut non modo universaliter applauſu , verum etiam ſingulari
veneratione Te prosequantur omnes boni ; diu o-
mnino dubitavi , auderemne tenuem hunc ingenii fætum
Tuis ſubjicere oculis. Fluctuantem vero confirmarunt
virtutes Tuæ noſtro ſeculo admodum rare ; quas inter
eminet

eminet connata Tibi comitas, nihil nisi amorem & benevolentiam spirans. Ad sunt quoque plura singularis Tuæ benignitatis atque prolixæ in me declaratæ gratiæ documenta, quæ nisi data quavis occasione celebrarem, ingratisimi notam minime effugerem. Quod ut maxime abborreo, ita summa, qua decet animi contentione oro, digneris, MÆCENAS MAXIME, in humillimæ venerationis tesseram lucubrations has Mathematicas ab Eminentissimo Tuo NOMINE omne suum lumen mutuantes, miti placideque excipere vultu, meque exceptata Tua gratia ulterius beare. Tarda sit illa dies, serisque demum notanda nepotibus, qua fulgens adeo filius occidisse, Patria, Ecclesia, Respublica literaria, Familia Nobilissima, clientes denique singuli lugebunt, complorabunt.

REVERENDISSIMO NOMINI TUO

devotissimus cliens,
JOHANNES BILMARK.

VIRO amplissimo atque celeberrimo,
**DN. ALGOTHO A.
SCARIN,**

Histor. ac Phil. civ. PROFESSORI Reg. & Ord.
atque
Academ. bibliothecæ PRÆFECTO adcuratissimo,

MÆCENATI MAGNO.

*V*ividam devoti atque ob favorem prorsus singularem
in me collatum, gratissimi animi imaginem, si bis
lineis exprimere possem, non mediocri perfunderer
voluptate. Verum beneficiorum Tuorum, MÆCENAS
OPTIME, & amplitudine & numero adeo obruor, ut
in ipso limine verba dicendis haud sufficient. Ut enim
b. m. Patrem meum arctissimo amicitiae & favoris vincu-
lo,

lo, Tecum junxisti ; ita illo cito nimis nobis eretto , in
filium fidelissimo suo Palinuro destitutum , nova quotidie,
eaque maxima benignitatis documenta exstare voluisti.
Dicere possunt alii , quid Tibi debeant ; ego autem ,
quid Tibi non debeam , dicere nequeo : siquidem stu-
diorum meorum progressus adeo sollicite semper promo-
visti. Serena itaque fronte insciplias , MÆCENAS
OPTIME , Specimen hoc Academicum , quod animo de-
voto ac venerabundo Tibi consecratum offero & de-
dico ; Tuoque patrocinio , ut ante ita quoque in poste-
rum frui mibi liceat. Pro Tuo Familiæque Tuæ No-
bilissimæ perenni flore & incolumentate vota nuncupar-
re calidissima nunquam intermittere

AMPLISSIMI NOMINIS TUI

cliens Eumillimus ,
JOHANNES BILMARK.



I. N. J. C.

Inter ea , quæ homini in vita cultiori apprime sunt necessaria ; adcurata temporis cognitio , locum , si non primum , certe primo proximum sibi vindicat . Nam , ut reticeam , quod in civilibus ad ordinem & decorem multum faciat ; in physicis plurimorum phænomenorum causæ latenter , neglecto tempore , quo illa contigerunt . At Astronomia manca erit atque exsanguis , nisi exactam ineamus temporis rationem . Ut igitur aliquid esset , ad quod , tanquam ad mensuram revocaretur tempus , contentio illud inter & motum corporum fuit instituta . Enimvero , cum tempus eodem semper fluat tenore ; is motus illi mensurando aptus censeri debet , qui gradum nunquam vel intendit vel remittit , verbo : qui æquabilis est . Hinc cum siderum cœlestium , inprimis autem solis motus satis uniformis videatur , atque idem insuper nullo fere negotio a quovis percipi queat ; communi mortalium suffragio tempori distinguendo fuit adhibitus .



§. I.

Uantitateim temporis interea elapsi, dum planum alicujus meridiani a centro solis digressum iterum ad illud revertitur, *diem solarem* appellamus. Tellus autem cum præter revolutionem diurnam circa axem, motu annuo orientem versus in sua orbita continuo moveatur: dies solares sunt una vertigine longiores. Si enim planum meridiani per centrum solis transeat; illud facta una revolutione circa axem, erit in situ ad priorem parallelo: quo itaque iterum per solem transeat, oportet, ut præter vertiginem illam motu angulari describat angulum æqualem ei, quem rotationis illius intervallo secundum æquatorem absolvit tellus. Vel sic clarius, ut a motu telluris reali ad apparentem solis transitum faciam: dies naturalis est æqualis tempori, quo tota æquatoris peripheria, & insuper arcus, motui solis apparenti interea versus orientem facto respondens, per meridianum transit. Ergo si motus annuus uniformis esset, sique sol in plano æquatoris incederet; dies naturales inter se forent æquales.

§. II.

Verum cum sol orbitam ad æquatorem inclinatam emetiatur, posito motu illius æquabili, seu arcibus de die in diem descriptis æqualibus; arcus tamen æquatoris iisdem respondentes erunt inæquales, adeo ut sol majus intervallum secundum æquatorem conficiat,

ciat, si a punctis æquinoctiorum remotior, quam dum iisdem vicinus hæret, uti calculos subducenti constabit. Cum itaque arcus æquatoris integræ ejusdem peripheriæ addendi, ut habeatur quantitas diei solaris, inæquales sunt; dies quoque, qui iisdem menlurantur, inæquales erunt.

§. III.

Detectum autem ulterius fuit, telluris obitam esse ellipticam, in qua ea lege movetur, ut radius vector verrat areas temporibus proportionales. Consequens est, arcus eclipticæ dato tempore descriptos, modo majores, modo iterum minores futuros. Atque hinc nova in arcus æquatoris diurnos, & proinde dies solares §. I. inducit inæqualitas, quæ eo magis se prodit, cum ad illam augendam conspirant obliquitas eclipticæ atque inæquabilis solis motus. Non negamus, has inæqualitates nonnunquam sibi ipsi officere, & unam alteram minuere: ex. gr. cum arcus decrescent propter accessum solis ad apogevum, increscent autem propter obliquitatem eclipticæ; interdum tamen augent ipsam inæqualitatem, nec una ab altera dependet.

§. IV.

Cum itaque solis motus secundum æquatorem tot turbetur inæqualitatibus §. II. III.; satis patet, tempus apparet, quod solis motus exhibet, diversum esse a medio, quod æquabili habitur cursu. Cum vero ceteri planetæ haud constantiori incedant gradu, nec oculos nostros tanto jubare ac sol perstringant; ut ratio inter tempus apparet & medium innotesceret, imaginati sunt Astronomi punctum quoddam motu æquabili

bili in æquatore incedere , quod eodem præcise tempore hunc circulum absolvit , quo sol eclipticam peragrat. Hoc punctum , quod M voco , quovis die arcum $59' 8''$ quamproxime conficit : ergo §. 1. dies medius est æqualis temporis , quod fluit interea dum tota æquatoris peripheria + $59' 8''$ per meridianum transit. At sol cum motu inæquabili in consequentia moveatur §. III ; M nunc citius nunc serius , quam sol ad meridianum appelle. Temporis intervallum , quod labitur , dum arcus æquatoris inter punctum definiens solis adscensionem rectam & locum puncti M interceptus per meridianum transit , *Æquatio temporis* dicitur. Ut natura hujus æquationis clarius intelligatur , concipiamus in æquatore moveri duo puncta M & A ; M quidem motum solis medium monstrans , A adscensionem ejus rectam connotans ; illud arcus , hoc lectores æquali tempore æquales conficiet ; ut infra demonstrabimus vid. §. IX. Coroll. ; consequens est , punctum A ultra citraque punctum M libraturum. Si punctum M sit orientalius quam A , tardius quoque ad meridianum perveniet quam A ; adeoque tempus apparen^s præcedet medium. Contra si M ab occidente ipsi A fuerit , prius meridianum attinget , tempusque apparen^s posterius erit medio. Arcus æquatoris inter puncta M & A in tempus conversus , dat æquationem temporis apparen^s addendam , vel ab eodem auferendam , prout punctum M orientalius vel occidentalius fuerit , quam A , ut habeatur medium.

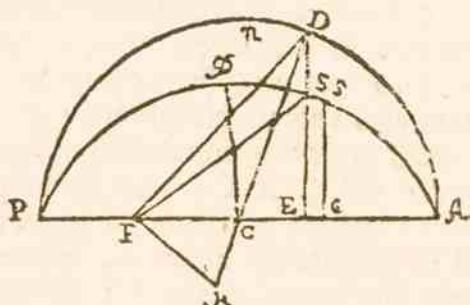
SCHOLION. Tempus medium est velut scala , ad quam tempus apparen^s exigendum venit ; unde etiam Astro-

nomi motus cœlestes ad tempus æquale computant : qui si a nobis tempora ex motu solis apparenti æstimantibus observandi tempus medium in apparenſ converti debet. Contra, si phœnomenon aliquod cœleſtē obſervatum fuerit, atque ex illo Tabulæ comprobandæ ſint Astronomicæ, tempus apparenſ in medium eſt convertendum, ut medio, quo illud contingere, ex iisdem tabulis elicitu, conferri queat.

Expositis haec tenus natura atque utilitate æquationum temporis : instituti postulat ratio, ut quo modo eadem ſint determinandæ, diſpiciamus.

§.V. Data anomalia planetæ coæqua-
ta: invenire anomalia eccentrici.

Sit ſemi - ellipsis ASP dimidia orbita planetæ, S locus ejusdem, AP axis transversus, F focus in quo corpus centrale reſidet;



ducatur FS atque ex S ad AP demittatur perpendicu-
laris SE. Ex centro ellipſeos C, radio AC describatur
femicirculus ADP, cui SE producta occurrat in D;
ducta CD, erit angulus DCA anomalia eccentrici, & an-
gulus SFA anomalia coæquata. Sit $AP = 2a$, $FC = b$,
 $CE = x$. Tangens 'ang. $SFA = T$; erit $AC = a$,
 $FE = b + x$. brevitatis cauſa ponatur quoque axis mi-
nor $C\phi = c$; erit ex natura ellipſeos $AC^2 : AC^2 - CE^2$
 $= C\phi^2 :$

$= C\phi^2 : SE^2$, seu $aa : aa - xx = cc : SE^2$. Ergo $SE = \frac{c}{a} \sqrt{aa - xx}$. Consequenter $FS = \sqrt{b + \frac{x^2}{aa} + \frac{cc}{aa} x}$

$aa - xx = \sqrt{aa + 2bx + \frac{bbxx}{aa}} = a + \frac{bx}{a}$. Pari ratione per naturam circuli est $DE = \sqrt{aa - xx}$. Ponatur sinus totus = 1, atq; Tang. $\frac{1}{2}$ ang. $DCE = t$. erit $t = \frac{DC - CE}{DE}$ (vide illustris Newtoni Arithmet. universalem p. m. 105, circa finem)

$= \frac{a - x}{\sqrt{aa - xx}} = \frac{\sqrt{a - x}}{\sqrt{a + x}}$. Eandem ob rationem erit $T = FS - \frac{FE}{SE} = a + \frac{bx}{a} - b - x$
 $= \frac{a - b + a - x}{c \times \sqrt{aa - xx}} = \frac{a - b \times \frac{\sqrt{a - x}}{\sqrt{a + x}}}{c \times \sqrt{a + x}}$. Ergo per modo

demonstrata erit $T : t = \frac{a - b \times \frac{\sqrt{a - x}}{\sqrt{a + x}} : \frac{\sqrt{a - x}}{\sqrt{a + x}}}{c \times \sqrt{a + x}} = a - b$:
 $c = a - b : \sqrt{aa - bb} = \sqrt{a - b} : \sqrt{a + b}$. Quoniam vero ad eandem prorsus analogiam pervenio, in quo- cunque orbitæ loco planeta constitutus concipiatur, se- quens patet.

THEOREMA: Tangens dimidiæ anomaliæ coæquatæ est ad tangentem dimidiæ anomaliæ eccentrici, in ratio- ne subduplicata distantia perihelii ad distantiam Aphe- lii, quæ distantia ex specie orbitæ data determinantur.

Juxta calculum de Louville, posito $AC = 100000$;
 erit in orbita telluris $FC = 1669$. adeoque $AF = 101669$.
 $PF = 98331$, sit ang. $SFA = 30^\circ 24' 40''$. erit $\frac{1}{2} SFA$
 $= 15^\circ 12' 20''$. Hinc invenitur $\frac{1}{2} DCE = 15^\circ 26' 58''$.
 atque angulus $DCE = 30^\circ 53' 56''$.

§. VI.

Data anomalia eccentrici: invenire anomaliam mediam, seu arcum An , qui eam habet rationem ad peripheriam circuli APP , quam habet sector ellipticus AFS ad ipsam ellipsin.

Ducatur DF atque ex F in DC , si opus est productam demittatur perpendicularis FH . Erit (per princip. conic.) sector ellipticus AFS ad integrum ellipsin, ut sector circularis AFD ad circulum; itaque cum Arcus quæfitus An sit per hypothesin in eadem hacce ratione ad peripheriam circuli; patet sectorem circuli ACn , si nimirum ducta concipiatur Cn , esse æqualem sectori ADF hoc est $\frac{1}{2} AC \times AD \pm Dn = \frac{1}{2} AC \cdot AD \pm FH$. Ergo arcus Dn est æqualis rectæ FH . Præterea cum in $\triangle FHC$ rectangulo detur angulus $FCH =$ ang. DCA , & FC in iisdem partibus, in quibus DC vel AC ; invenitur quoque FH in partibus AC . Fiat denique ut $AC : FH = 57, 29578$ (arcus radio æqualis) ad quartum, qui est arcus Dn ; hic arcus Dn additus arcui AD in primo anomalia semicirculo, & ab arcu AD subtractus in secundo, dat anomaliam medium quæfitem.

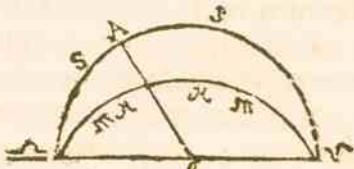
Sit, ut in exemplo præcedenti angulus DCE seu arcus $AD = 30^\circ 53' 56''$. atque $FC = 1669$. per Trigon. pl. reperitur recta $FH = 857, 06$. ex qua inventa innotescit arcus $Dn = , 49104 = 29' 27''$. qui arcus in præsen-

præsentì casu additus arcui AD, dat anomaliam medium = $31^{\circ} 23' 23''$.

§. VII.

Data longitudine solis vera, positioneque linea apsidum: invenire convenientem temporis æquationem.

Sit $\gamma A \Delta$ ecliptica tecans æquatorem $\gamma H \Delta$ in punctis æquinoctiorum γ , Δ ; sitq; AC linea ap-



sidum atque γs longitudo solis data, ex qua & obliquitate eclipticæ cognita invenitur per Trigonometr; Sphæric. adscensio solis recta γH . A longitudine solis integris XII. signis, si opus est, aucta, subtrahatur longitudo apogei ex hypothesi data, & obtinebis anomaliam solis veram AS; ex qua per §. §. V. VI. invenitur anomalia media, cui longitudo apogei addita dat longitudinem solis medium. Huic æqualis sumatur in æquatore arcus γm , erit m locus puncti M §. IV. Datur autem γH per modo demonstrata. Ergo innotescit Hm , arcuum γm & γH differentia, qui arcus Hm in tempus solare conversus, dat æquationem temporis quæstam per §. 4.

Sit locus apogei, qualis fere nostro tempore deprehenditur in $8^{\circ} 59' 45'' \odot$, atque longitudo solis vera = $9^{\circ} 24' 25'' \odot$ ponatur obliquitas eclipticæ = $23^{\circ} 29'$. invenitur adscensio ejusdem recta $\gamma H = 131^{\circ} 51' 15''$, anomalia coæquata = $30^{\circ} 24' 40''$; anomalia media = $31^{\circ} 23' 23''$, adeoque Longitudo media = $10^{\circ} 23' 8'' \odot$: arcus $Hm = 1^{\circ} 28' 7''$. hinc æquatio temporis est $5' 52'', 5$.

SCHOLION I. Ex allatis patet, quod differentia omnis in æquationibus pro diversis annis oriatur ex motu apogei solis, quo sit, ut datæ anomaliae alias aliisque eclipticæ gradus, & proinde quoque diversa adscensio recta respondeat. Verum cum hic motus intra seculum parum sit sensibilis; tabula ferme constructa, tanto tempori absque errore notabili sufficiet.

SCHOLION II. Methodus hæc a nobis tradita, tacite falso, supponit epocham æquationis inventæ in illo tempore, quo apogeum solis in ipso cancri principio fuit situm; longitudine solis media & adscensione ejusdem recta æqualibus existentibus: unde æquatio temporis cum fuit 0. Notandum autem est, quod epocham hanc seu radicem in quocunque alio tempore; immo in quolibet anomaliae seu veræ seu mediæ gradu constituere arbitratum erit. Tum autem pro illo gradu, in quo radix ponitur per §. §. V. VI. VII. quæratur æquatio temporis, quæ subtrahenda est ab æquationibus, ad quoslibet alios anomaliae gradus per §. §. citatas inventis, ut obtineantur æquationes temporis pro illa radice datis gradibus convenientes. Exempli gratia, si epocham æquationis statuamus in ipso meridie 1. Januarii anni 1700 completi, vel in $10^{\circ} 32' 27''$ p. differentia inter locum solis medium atque adscensionem ejusdem rectam cum fuit $1^{\circ} 3' 30''$. Et hic arcus ab omnibus arcubus *Hm*, differentiis scil. adscensionis rectæ atque longitudinis mediæ est demandus, ut habeatur differentia, prout dicitur, correcta, quæ, si in tempus convertatur, dabit quæsitam æquationem. Hæc tamen æquatio non exprimit æquationis absolutæ quanti-

quantitatem : sed tantummodo excessum vel defectum æquationis inventæ supra illam , quæ fuit in ipsa radice. Sic constituta radice in $1^{\circ} 52' . 27''$ \oplus , pervenissem ad æquationem $1'. 38''$, 5, loco inventæ $5' 52'', 5$. cfr. §. VII.

SCHOLION III. Quoniam æquationes secundum §. 4. jam adjectitiæ jam ablatitiæ a tempore apparenti ut habeatur medium ; adeoque nunc signo \rightarrow , nunc iterum — afficiendæ ; reliquum est , ut data æquatione dispiciamus , quo signo eadem sit connotanda. Hoc facile patebit , modo conferamus adiunctionem rectam longitudini solis mediæ : si enim illa hac major fuerit , obtinet signum \rightarrow , sin minor signum — per §. cit. Considerari quoque poslunt æquationes tanquam compositæ ex duabus differentiis , quæ debito modo inter se sunt connectendæ. Fundamentum hujus considerationis ut perspiciamus , notandum quod in primo anomaliæ semicirculo , hoc est dum sol nostro ævo tendit a 9° \ominus ad 9° \oplus , motus solis medius antevertit verum , seu locus medius est magis in consequentia promotus , quam verus ; at postquam sol perigæum reliquit , secundum anomaliæ semicirculum ingressus , locus verus est orientalior medio. Ergo differentia longitudinis veræ a media , quam b voco in primo semicirculo sortitur signum — ; in altero signum \rightarrow . Ulterius observandum , quod in primo & tertio eclipticæ quadrante , adiunctionis solis recta est minor longitudine vera ; contra autem illa hanc superat in secundo & quarto quadrante. Sumto itaque in æquatore arcu æquali longitudini solis ; differentia adiunctionis rectæ a longitudine ,

tudine, quam e nuncupo in illo casu signum —, in hoc signum → accipit. Summa differentiarum b & c si ejusdem sint affectionis, id est, si simul adjectitiae vel ablatitiae fuerint, aut differentia, si diversae sint affectionis, dat congruam temporis æquationem. In priori casu, scilicet dum est $\pm b \pm c$, æquatio recipit signum commune; in posteriori quando est $\mp b \mp c$, æquatio obtinet signum majoris.

SCHOLION IV. Ostendimus ita, qua ratione tempus apparenſ in medium convertendum; unde medium rursus in apparenſ facile commutari potest: modo notetur, quod æquationes tum contrariis afficien-
t signis, adeo ut, quæ ante erant addititiæ, nunc signo subtractionis multiplicentur & contra. Si autem propositum fuerit ad datum tempus investigare æqua-
tionem congruam; queratur modo notissimo anomalia media, quæ in hypothesi Kepleri repræsentatur per
lectorem AFS vid. fig. 1. Ex quo lectore dato ano-
maliam coæquatam sic elicimus. Sit semiaxis major
 $AC = a$, minor $C\phi = b$, semiordinata $SE = x$, $AF = c$. Considero sectorem AFS ut datum sed indeterminatum,
quo quemlibet repræsentare possit; sit itaque $AFS = \frac{1}{2}z$. Erit ex natura ellipſeos $C\phi^2 : AC^2 = C\phi^2 : SE^2 : CE^2$ seu $bb : aa = bb - xx : CE^2$. Ergo $CE = \frac{a}{b} \sqrt{bb - xx}$. $AE = a - \frac{a}{b} \sqrt{bb - xx}$, atque $FE =$
 $c - a + \frac{a}{b} \sqrt{bb - xx}$. Adeoque Ee differentiale ipsius
 $AE = \frac{axdx}{b\sqrt{bb - xx}}$ & elementum SEes semisegmenti
 $AES =$

$AES = \frac{axxdx}{b\sqrt{bb-xx}}$. Est autem Triangulum SFE =

$FE \times \frac{1}{2}SE = \frac{bcx - abx + ax\sqrt{bb-xx}}{2b}$. Cujus differen-
tiale invenitur $\frac{bc - ab \times \sqrt{bb-xx} + abb - 2axx \times dx}{2b \times \sqrt{bb-xx}}$.

Enimvero ΔFSE & semisegmentum AES simul summa constituant sectorem AFS. Ergo etiam summa differentialium erit æqualis elemento sectoris AFS = $\frac{1}{2}dz$. Pervenimus itaque ad hanc æquationem:

$$\underline{c - a \times \sqrt{bb-xx} + ab \times dx} = \frac{1}{2}dz \text{ & consequenter } \frac{dx}{\sqrt{bb-xx}} \times$$

$$\underline{ab + c - a \times \sqrt{bb-xx} - \sqrt{bb-xx}} = 0. \text{ Unde operando
juxta regulas Algebraicas reperitur valor SE (x) = } \\ \underline{\frac{z}{c} - \frac{az^3}{6bbc^4} + \frac{10aa - 9zc^2}{12ob^2c^7} \&c. \text{ vid. Reyneau Analyse de-}}$$

montrée Tom. II. art. 649. Hæc series exprimit quantitatem semiordinatæ SE in partibus, quarum integra ellipsis est 360, ex qua valor ipsius x in partibus radii AC nullo tere negotio obtinetur. Quare cum x sit cognita; innoteſcit quoque $FE = c - a + \frac{a}{b} \times \sqrt{bb-xx}$.

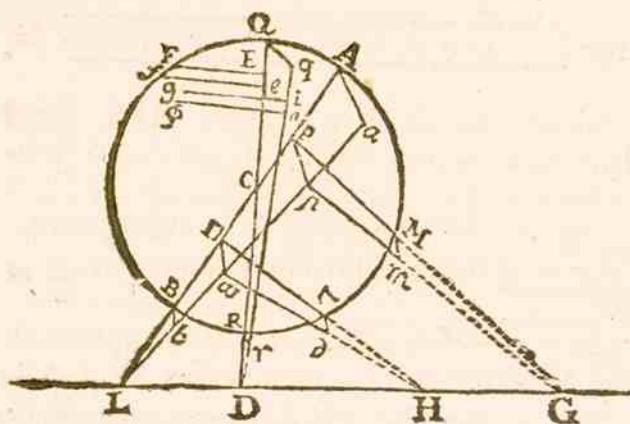
Datis autem in ΔFES rectangulo duobus lateribus FE, SE, elicetur angulus SFE anomalia coæquata. Cognitis vero anomalia tam vera, quam media, habetur æquatio temporis quæſita per §. VII.

Ut problema mox a nobis afferendum facilius sol-
vatur, ſequentia præmittimus lemmata.

§. VIII.

Si ellipsis in planum datum orthographice projicia-

tur, quod sit demittendo a singulis ejus punctis ad planum subjectum perpendiculares: invenire ipsam projectionem.



Sit in ellip-
si projici-
enda ABM,
diameter
AB cuius le-
mi ordinatae
PM, PR; pro-
ducatur
AB, donec
communi
planorum
interseptio-
ni LHG oc-

curret in L. Ex punctis A, B demisis perpendiculari-
bus Aa, Bb, ducatur ab, quæ producta occurrit AE in L;
erit planum Trianguli AaL ad planum propositum
normale; adeoque si ex punctis P, R, demittantur per-
pendiculares: hæ in rectam ab incident. Præterea ex M,
R demittantur normales Mm, Ry, producanturque PM,
Pm, atque PR, Ry, quæ concurrent in punctis G H, cum
linea LG; dico, quod puncta a, b, y, m sunt in ellipsi.
Quoniam $\triangle ALa \sim \triangle PLp \sim \triangle RLy \sim \triangle BLb$; erit $AP \propto PB : ap \propto pb = AB^2 : ab^2$. Similiter $APB : apb = APB : a\pi b = AB^2 : ab^2$. Ergo etiam $APB : apb = APB : a\pi b$. Est autem $Pp : p\pi = PL : RL = PG : RH$ (per Geometr. sublim.); quare cum
Triangula PpG & p\pi H ad p & \pi rectangularia habeant
latera circa angulos pPG, \pi RH proportionalia; erunt
eadem

eadem quoque similia (per princip. Geometr.) Unde PG:
 $\overline{pG} = \overline{PH}$: \overline{wH} . Ergo etiam $\overline{PM} : \overline{PR} = \overline{PM} : \overline{wY}$; atque $\overline{PM}^2 : \overline{PR}^2 = \overline{PM}^2 : \overline{wY}^2$. Verum ex natura ellipsoes est $\overline{PM}^2 : \overline{nF}^2 = APB : \Delta PB$. Consequenter per demonstrata, erit
 $\overline{PM}^2 : \overline{wY}^2 = APB : awb$. Q. e. d.

§. IX.

Si figura quædam in planum datum orthographice projiciatur; figuræ in planum projectio est ad ipsam figuram, ut cosinus inclinationis planorum ad radium.

Sit figura ellipsis, & in præcedenti Schemate fit QR diameter ejus ad communem intersectionem normalis, cujus projectio sit qr, ducantur EF, ef, infinite propinquæ atque ad RQ perpendicularares, quarum projectiones gi, φn, erunt ad diametrum qr normales, atque correspondentibus in ellipsi projicienda lineis EF, ef, æquales, ut ex doctrina projectionum constat. Sit QE = x, EF = gi = y, qf = z; erit elementum EFfe = ydx & ginφ = ydz. Sit area ellipsis ABFM = A, & ellipsis abym = a; erit (Libr. V. prop. 12. Eucl.) Sydx: Sydz = ydx: ydz = dx: dz = x: z; adeoque (per doctrinam Cavallerii de indivisibilibus) A: a = x: z. Enimvero x: z = R: cos. QDq. Consequenter A: a = R: cosin. QDq. Q. e. d.

COROLLARIUM. Hinc patet, quod sector quilibet ellipticus projicitur in alium sectorem, cuius area est ad aream prioris: ut cosinus inclinationis planorum ad radium. Quare cum tellus in orbita sua ita moveatur, ut radius vector verrat seu describat sectores temporibus proportionales: punctum signans ejus ascensionem rectam conficiet quoque circa punctum datum (quod est projectio foci primarii orbitæ telluris) sectores in ratione temporis.

C 2

§. X.

§. X.

Velocitates planetæ angulares sunt in ratione duplicata reciproca distantiarum a foco primario. vid. Astronomos passim in primis Cl. Keilium in Introductione sua ad Ver. Astronom. p.m. 425.

§. XI.

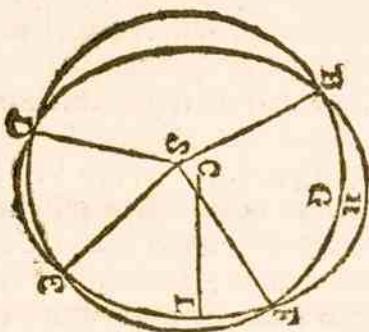
PROBLEMA. Invenire puncta eclipticæ, in quibus æquationes temporis sunt maxima.

Quoniam punctum A ultra citraque punctum M libratur §. 4; oportet hæc puncta aliquando longissime a se diffusa esse, quod cum sit, æquationes temporis maxima contingunt, per eandem §. Enimvero tum motus angularis τὸ A æquatur motui angulari τὸ M. Postquam enim ambo hæc puncta in loco quodam conjuncta fuerunt: alterum ab altero continuo se separat, quatinus excessus motus unius supra alterius motum est major nihilo. Ergo quamprimum dictus excessus fit zero; puncta hæc tantum a se sunt remota, quantum supposito simili motu esse possunt; consequenter cum velocitates angulares punctorum A & M sunt æquales, æquationes maxima contingunt.

His præmissis concipiamus orbitam telluris orthographice in planum æquatoris projici; projectio erit ellipsis §. IIX, sit eadem BDEFH, atque S punctum, in quod centrum solis cadit. Ex S radio, qui sit media proportionalis inter ellipsis semi-axem majorem & minorem describatur circulus secans ellipsin in quatuor punctis B.

D.E. F. Dico, quod hæc puncta monstrabunt adscensiones solis rectas, cum æquationes sunt maxima. Punctum A signans solis adscensionem rectam ita in ellipsi BDEFH movetur, ut se-
tores elliptici circa S ab ipso emensi, sint in ratione temporis

§. IX. C.



§. IX. Coroll.; punctum autem M motum medium connotans atque in peripheria BDEFG incedens & sectores & angulos temporibus proportionales conficit; quare cum area circuli hujus area ellipticæ sit æqualis (per princip. conic.) punctum A ellipsis & punctum M circulum eodem tempore absolvant. E-
nivero cum sit $SB = SD = SE = SF$; erunt velocitates angulares puncti A in B, D, E, F, tam inter se, quam velocitati puncti M æquales per §. X. consequenter per modo demonstrata erunt B, D, E, F, puncta quæsita.

SCHOLION. Cum axis orbitæ telluris ad communem intersectionem æquatoris & eclipticæ inclinetur: idem non in axem sed diametrum projiceretur, ceu ex §. VIII. facile demonstrari potest; adeoque licet sol in toco orbitæ telluris resideat, ejus tamen projectio seu punctum S non sit focus in projecta; quoniam focus extra axem cadere nequit. Ducatur ex centro ellipsoes C semiaxis minor CL; calculus convenienti modo institutus monstrat rectam SL minorem radio circuli BDEFG. Hæc monenda duximus, ut appareat constructionem præscripto modo adornatam esse genuinam, si enim vel S fuisset focus, vel SL major aut æqualis radio SB, circulus non potuisset fecare ellipsis, nisi in duobus punctis, proindeque vacillaret constructio.

Essent quidem circa præsentem materiam aliquot adhuc problemata afferenda, essent ex allatis corollaria quædam deducenda; verum brevitati litantes hic subsistimus, quasdam proposituri theses

THES. I.

Diaphanorum mediorum refrangibilitas non est in ratione gravitatum specificarum eorundem, nec generaliter in ratione inflammabilitatis.

THES. II.

Qui æquabilitatem inter angulum incidentiæ & reflexionis in radiis luminis ex sphærica particularum lucis figura deducunt, dupli falluntur nomine; primo quidem, quod supponant reflexionem fieri in immediato contactu superficierum; secundo, quod demonstrare nequeant, talem revera esse particularum luminis figuram. Nec omne tulit punctum eorum opinio, qui ex natura æquilibrii hanc æqualitatem arcessunt.

THES. III.

Quantitates refractionis Astronomicæ, ex natura lineæ illius, in quam radii solares siderumque atmospharam trajicientes inflectuntur, generaliter vix determinari posse existimamus.

THES. IV.

Sol a nobis videtur mediante lumine, quod ante semi-quadrantem circiter horæ e corpore solari exiit.

THES. V.

Fundamentum, quo Theoria motus planetarum Leibnitiana innititur, genuinæ Physices principiis contrariatur.

THES. VI.

Methodes veterum ope Lunæ, nec non Cardani, Brahei, horumque sequacium ope Veneris determinandi

nandi adscensiones siderum rectas, admodum fuit lubrica.

THES. VII.

Cum Astronomo maxime necessarium sit loca fixarum adcurate determinata habere; et re quoque illius est cognoscere, utrum in fixis parallaxis annua sit sensibilis, nec ne. Variationem quidem aliquam in locis fixarum, praeter illam, quae ex præcessione æquinoctiorum pendet, notaverant Uranies cultores: Verum hanc a legibus parallaxeos abhorrentem, convenientissimo modo explicavit Bradlejus. Sua autem theoria non id solum effecit, ut loca fixarum quovis tempore exacte magis inveniri queant; sed etiam ut Philolaicum mundi systema mirum quantum sit confirmatum.

THES. VIII.

Quoniam ex gravitatione Lunæ in tellurem atque solem tantum non omnes producuntur inæqualitates, quas in motu illius animadvertisimus; satellites superiorum planetarum ob similes aliasque causas, totidem si non pluribus inæqualitatibus in cursu suo subjiciuntur.

THES. IX.

Licet calculus differentialis sit felix superioris seculi proventus; veteribus tamen haud infrequens fuit, considerare partes quantitatum adeo exiguae, ut eadem nullo modo conferri possent magnitudinibus datis, atque ex hac hypothesi variorum problematum solutionem elicuerunt: ceu ex scriptis Euclidis, Archimedis &c. satis superque constat. Veteres hoc principio utebantur in demonstrationibus indirectis,

etis, seu que per absurdum siebant, quod in directis in primis adhibent recentiores.

THES. X.

Lineæ Mechanicæ, seu, ut alias vocari solent, transcendentes, non exiguum in vita humana præstant utilitatem.

THES. XI.

Arctissimum intercedit vinculum inter Geometriam & Mechanicen. Ut enim nemo ad solidam unquam in Mechanicis cognitionem perveniet, nisi in Geometria optime fuerit versatus; ita nec Geometra pulcherrima multa, sed simul intricatissima solvet problemata Mechanics subsidio destitutus.

THES. XII.

Regula Cartesiana, qua eandem motus quantitatem in universo conservari voluit; non adeo generalis est, ac ipse sibi persolvit.

THES. XIII.

Adscensus vaporum per leges hydrostaticas haec etenim detectas sufficienter explicari nequit.

THES. XIV.

Causæ phænomenorum non nisi per principia Mechanics ad liquidum perduci possunt. Hinc exæcta Matheœos cognitione minime carebit Physicus.

SOLI DEO GLORIA.

