COMPARATIO
CALORIS IN FOCO LENTIS CONVEXÆ ET SPECULI CONCAVI,

QUAM

Conf. Ampl. Fac. Philof. Reg. Acad. Aboënf.

PRÆSIDE

Mag. G. GABR. HÅLLSTRÖM,

Phyf. Prof. Reg. & Ordin. atque Reg. Societ. Oeconom. Fennicæ membro,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

Publico Examini modefte offert

GUSTAVUS EKMARK

Smolandus,

In Auditorio Majori die XXV Junii MDCCCV,

H. a. m. c.

ABOÆ, Typis FRENCKELLIANIS.

35.

Radios lucis directos, quales a ſole ad nos perveniunt, in corporibus noſtris terreſtribus ſenſum caloris gignere, quotidiana experientia edocti cognoſcimus. Hunc autem calorem eo majorem, ceteris paribus, esſe ſentimus, quo minus nubibus obductum ſit cœlum; & cum nubes impediant, ne omnes radii ſolares ad nos transmitti posſint, unde intelligimus pauciores radios minorem calorem excitare, inde concludendum esſe patet, quo arctius collecti ſunt plures radii, eo majorem calorem eos gignere valere. Duplici modo radios lucis arte colligere posſumus, vel per refractionem in lentibus convexis, vel etiam per reflexionem a ſpeculis concavis, quibus in minus ſpatium in foco lentis vel ſpeculi convergentes rediguntur radii paralleli ad lentem vel ſpeculum advenientes. Comparationem igitur inſtituturi caloris in foco lentis & ſpeculi, magnitudinem ſpatiorum in his focis illuminatorum reſpicere & determinare debemus; probabilitate enim magna non caret hypotheſis hæc, caloris intenſitatem inverſam ſequi rationem magnitudinis ſpatiorum in foco illuminatorum. Cum autem hæc magnitudo pendeat a magnitudine & diſtantia corporis lucentis, cujus imago ſpatium illuminatum eſt, adeoque etiam a mutuo radiorum lucis advenientium poſitione (divergentia, parallelismo vel convergentia), ante omnia hic indicare debemus, nos in hac disſertatione considerare radios tantum solares, qui a puncto quovis solis ad nos advenientes paralleli respici possunt, & qui ab extremitatibus oppositis diametri solis exeuntes, solem angulo optico circiter 32' conspiciendum nobis præbent. Solis igitur imaginem in foco speculi concavi ita positi, ut comburat, observamus, cujus magnitudinem sequenti calculo facile determinare possumus.

Sit diameter aperturæ speculi $= \triangle$, radius concavitatis ejus $= \varrho$, ut sit secundum principia optica distantia focalis $\varphi = \frac{1}{2}\varrho$. In distantia φ igitur a centro speculi est imago solis, cujus diameter inter illas comprehensa est lineas, quæ ab extremitatibus oppositis diametri solis per centrum speculi duci concipiuntur, & quæ angulum 32' constituunt. Dicta vero diametro imaginis $= \delta$, & Sinu toto $= 1$ posito, erit $1 : Tg\, 16' :: \varphi : \frac{1}{2}\delta$, unde invenitur $\delta = 2\varphi\, Tg\, 16'$.

Hac autem diametro imaginis solis determinata, cognoscimus esse densitatem lucis simplicis a sole advenientis ad densitatem ejusdem in foco collectæ in ratione $\triangle^2 : \delta^2$, hoc est, $\triangle^2 : 4\varphi^2\, (Tg\, 16')^2$, adeoque facto calore lucis simplicis ad calorem in foco ut $1 : \varkappa$, invenitur $1 : \varkappa :: 4\varphi^2\, (Tg\, 16')^2 : \triangle^2$, & $\varkappa = \frac{\triangle^2}{4\varphi^2\, (Tg\, 16')^2} = \frac{\triangle^2}{\varrho^2\, (Tg\, 16')^2}$.

Cumque sit $\frac{1}{4(Tg\, 16')^2} = 11540{,}95$; apparet esse

$\varkappa = 11540{,}95.\ \frac{\triangle^2}{\varphi^2} = 46163{,}8.\ \frac{\triangle^2}{\varrho^2}$, quæ æquatio valet pro illo casu, quo negligitur aberratio quædam radiorum lucis, & omnes radii a puncto quovis solis egressi & ad speculum advenientes in unum punctum a speculo iterum colligi supponuntur.

Facta

Facta igitur diametro aperturæ lentis convexæ $= D$, cujus radii convexitatis ſunt R & r, & diſtantia focalis $= f$, nec non exiſtente $m:n$ ratione refractionis radiorum, erit, neglectis quoque lentis aberrationibus, calor in foco hujus ad calorem in foco ſpeculi examinati ut $\frac{D^2}{4f^2(Tg\,16')^2} : \frac{\Delta^2}{4\varphi^2(Tg\,16')^2}$ (*), hoc eſt, ut $\frac{D^2}{f^2} : \frac{\Delta^2}{\varphi^2}$; unde apparet, ſi idem erit calor, fieri debere $D^2 : \Delta^2 :: f^2 : \varphi^2$ ſeu $D : \Delta :: f : \varphi$. Si autem radiorum curvaturæ tam lentis quam ſpeculi ratio habetur, erit pro hoc caſu calor in foco lentis ad calorem in foco ſpeculi ut $\frac{(m-n)^2(R+r)^2 D^2}{4n^2 R^2 r^2} : \frac{\Delta^2}{\varrho^2}$, & pro æquali calore in utroque foco $D : \Delta :: \frac{2nRr}{(m-n)(R+r)} : \varrho$.

Apparet ex valore invento caloris in foco ſpeculi, hunc creſcere eadem ratione, qua creſcit Δ^2, & decreſcere quo major fit ϱ^2, unde ſequeretur, pro lubitu augeri poſſe calorem illum. Id autem experientia docente non poteſt obtineri. Cognitum namque eſt, confuſionem aliquam inde derivandam in foco oriri, quod ſpeculum ſphæricum radios ab axe ſuo remotiores & ei propiores non in idem punctum colligat, quæ aberratio neceſſario auget magnitudinem imaginis ſolis, adeoque etjam denſitatem lucis & calorem in foco minuit. Hanc vero aberrationem talem eſſe demonſtravit Cel. Kästner, ut radii ab eodem puncto ſolis egreſſi & axi ſpeculi paralleli in foco ejus ſpatium circulare illuminent, cujus, ſi

 mi-

(*) Conferatur Diſſertatio hic nuper edita *de calore in foco lentis convexæ*, pag. 3.

minimum est, radius $=\frac{\Delta^3}{64\varrho^2}=\frac{\Delta^3}{256\varphi^2}$ proxime (*). Radios igitur, qui ab omnibus punctis peripheriæ solis exeunt, circa omnia peripheriæ imaginis puncta, ut centra, describere circulos, quorum radii sunt $=\frac{\Delta^3}{64\varrho^2}$, facile intelligitur; adeo ut totius hujus imaginis solis vel spatii circularis, in foco speculi illuminati, diameter sit $=\delta+\frac{\Delta^3}{32\varrho^2}=2\varphi\, Tg\, 16'+\frac{\Delta^3}{32\varrho^2}=2\varphi\, Tg\, 16'+\frac{\Delta^3}{256\varphi^2}=$ $0{,}0093\varphi+0{,}0039\cdot\frac{\Delta^3}{\varphi^2}$. Observata igitur aberratione ob figuram speculi sphæricam est

$1 : \varkappa :: \left(0{,}0093\varphi+0{,}0039\frac{\Delta^3}{\varphi^2}\right)^2 : \Delta^2$, & calor in foco speculi $\varkappa=\frac{\Delta^2\,\varphi^4}{(0{,}0093\varphi^3+0{,}0039\Delta^3)^2}$, qui valor, facta $\varphi=\lambda\Delta$, in hanc formam abit: $\varkappa=\frac{\lambda^4}{(0{,}0093\lambda^3+0{,}0039)^2}$.

Valorem diametri imaginis solis considerantes intelligimus, priorem ejus partem cum aucta distantia focali crescere & posteriorem decrescere, ut quoque examinato ipso speculo concavo patet, aucta ejus diametro majorem copiam radiorum lucis in focum colligi, ut major fiat calor, sed simul augeri aberrationem & hoc respectu calorem minui; unde concluditur, dari aliquod spe-

(*) *Vollständiges Lehrbegriff der Optik nach Herrn* Rob. Smiths *Englischen mit Aenderungen und Zusätzen ausgearbeitet von* Abr. Gotth. Kästner, Altenburg 1755, 4:o, pag. 92.

ſpeculum, in quo talis eſt ratio diametri ad ejus diſtantiam focalem, ut calor in foco ejus ſit major calore in foco cujusvis alius ſpeculi ejusdem vel diametri vel diſtantiæ focalis. Poſitis igitur quantitatibus $\varkappa$ & λ variabilibus, pro caſu maximi caloris erit

$$d\varkappa = \frac{2(2.0{,}0039 - 0{,}0093.\lambda^3)\lambda\, d\lambda}{(0{,}0039 + 0{,}0093.\lambda^3)^2} = 0, \text{ unde eruitur}$$

$0{,}0093.\lambda^3 = 0{,}0078$, & $\lambda = \sqrt[3]{\frac{0{,}0078}{0{,}0093}} = 0{,}94305$, ſeu $\varphi = 0{,}943\,\Delta$, & $\Delta = 1{,}06\,\varphi$. Facto igitur arcu $= v$, quem comprehendit ſpeculum & quem ſubtendit ejus diameter Δ, erit $\varrho = 2\varphi : \frac{1}{2}\Delta :: 1 : \sin \frac{1}{2} v$, adeoque $\sin \frac{1}{2} v = \frac{\Delta}{4\varphi} = \frac{1}{4\lambda}$. Quare ſi valor hujus λ pro maximo calore ſubſtituitur, invenitur pro hoc caſu $\sin \frac{1}{2} v = \frac{1}{4.0{,}94305} = 0{,}2651$, adeoque $\frac{1}{2} v = 15^\circ 22' 22'',4$, ſeu $v = 30^\circ 44' 44'',8$. Hinc concludendum eſt, angulum, quem comprehendit ſpeculum bonum uſtorium, non debere eſſe minorem quam $30^\circ 44' 44'',8$; non autem ſimul judicandum eſt, minui calorem in foco, ſi amplitudo ſpeculi major hac quantitate redditur. Quæ aſſertio cum præcedentibus ita eſt concilianda: radii lucis, qui margini majoris ſpeculi impingunt, vim calefaciendi illorum radiorum, qui intra arcum $30^\circ 44' 44'',8$ incidunt, non minuunt, ſi tantummodo objectum ponitur in foco, qui convenit arcui $30^\circ 44' 44'',8$, & qui diſtat a ſpeculo quantitate $= \frac{1}{4}(7 - 3\,\mathrm{Sec}\,\frac{1}{2} v)\varphi = 0{,}972\varphi = 0{,}486\varrho$; ſi autem ponitur in ſpatio minimo illuminato, a radiis exterioribus picto, hoc loco minor certe erit calor.

Si jam valor inventus λ ſubſtituitur, invenitur maxiximus calor in foco speculi $= \frac{(0,94305)^4}{(3 \cdot 0,0039)^2} = 5778$, si quidem omnes radii lucis ad speculum advenientes reflecterentur. Ex experimentis autem Illustr. RUMFORD (*) notum est, partem 0,3494 totius quantitatis luminis in reflectendo a speculo vitreo optime polito amitti, ita ut residua pars lucis sit $= 0,6506$; quare ob hanc rem corrigendus est valor caloris inventus. Hoc igitur facto est generatim $\varkappa = \frac{0,6506 . \Delta^2 \varphi^4}{(0,0093 \varphi^3 + 0,0039 \Delta^3)^2} = \frac{0,6506 \lambda^4}{(0,0093 . \lambda^3 + 0,0039)^2}$ & maximus valor $\varkappa = 0,6506 . 5778 = 3759,16$.

Si hinc determinandus esset gradus caloris focalis in Thermometro dato, sit x ille gradus, g gradus in lumine solis non condensato, γ gradus absolutus in puncto thermometri 0°; quo facto erit $x = \varkappa (g + \gamma) - \gamma$ (*), adeoque pro casu maximi $\varkappa$ & hypothesi, quod sit $\gamma = 882$, nec non facto, exempli gratia, $g = 20$, habebitur maximus gradus $x = 3389880$.

Præmissa hac theoria caloris in foco speculi, exponi potest proportio calorum in focis lentis & speculi hujus. Facta enim pro lente $\mu = \frac{f}{D}$, sicut fecimus pro speculo $\lambda = \frac{\varphi}{\Delta}$, in casu $\mu < 3,754$, erit calor c in foco lentis ad $\varkappa$ ut $\frac{0,8 \mu^2}{(0,0093 \mu^2 + 0,1761)^2} : \frac{0,6506 \lambda^4}{(0,0093 \lambda^3 + 0,0039)^2}$, &

(*) *Vide: Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year 1794, Part 1, p. 97.*

(*) Cfr. Dissert. citat.

& pro $\mu > 3{,}754$, $c : \varkappa :: \frac{0{,}8}{(0{,}0093\mu + 0{,}0469)^2} : \frac{0{,}6506\lambda^4}{(0{,}0093\lambda^3 + 0{,}0039)^2}$, calore, quem excitat lumen ſolare vulgare & non condenſatum, pro unitate aſſumto.

Ut autem hanc comparationem facilius intueamur, fiat $\mu = \lambda$, atque caſus quosdam ſpeciales frequentiores conſideremus in ſequenti tabula:

μ vel λ	c	$\varkappa$
0,5	6,28	1588,15
0,94305	20,93	3759,16
1	23,27	3733,93
2	70,33	1697,89
3	106,67	810,44
3,754	119,56	525,42
4	113,11	464,04
5	91,71	299,43