

MAANPUOLUSTUSKORKEAKOULU

**TAIVAANKAPPALEMITTUKSEN KEHITTÄMINEN -
OHJELMALLISEN LASKENTAMENETELMÄN MAHDOLLISUUDET**

Pro gradu -tutkielma

Yliluutnantti
Topi Rajala

Sotatieteiden maisterikurssi 8
Maasotalinja

huhtikuu 2019

MAANPUOLUSTUSKORKEAKOULU

Kurssi Sotatieteiden maisterikurssi 8	Linja Maasotalinja
Tekijä Yliluutnantti Topi Rajala	
Opinnäytetyön nimi Taivaankappalemittauksen kehittäminen - ohjelmallisen laskentamenetelmän mahdollisuudet	
Oppiaine, johon työ liittyy Sotatekniikka	Säilytyspaikka Maanpuolustuskorkeakoulun kirjasto
Aika Huhtikuu 2019	Tekstisivuja 65 Liitesivuja 18
TIIVISTELMÄ <p>Taivaankappalemittausta käytetään tykistössä pohjoisluvun määrittämiseen osana tuliyksikön ammunnan valmistelua. Pohjoisluku määritetään Auringosta tai mittaustähdestä käyttäen <i>aurinko- ja tähtimittaustaulukkoa</i>, sekä siihen liittyviä viivaimia ja lomakkeita. Laskentamenetelmä on kaikkine välivaiheineen altis käyttäjän tekemille virheille. Myös taulukon toteutustapa aiheuttaa mittaukselle rajoitteita.</p> <p>Tässä monimenetelmätutkimuksessa selvitettiin ohjelmallisen laskentamenetelmän etuja verrattuna aurinko- ja tähtimittaustaulukon. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon käytettävyyttä selvitettiin puolistrukturoidun kyselyn sekä siihen liitetyn kontrolloidun testitilaisuuden avulla. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon teoreettista tarkkuutta tutkittiin sen osa-alueiden toteutusperiaatteiden kautta, ja virhetekijät analysoitiin tilastollisin menetelmin.</p> <p>Tutkimuksen laskenta-algoritmi ohjelmoitiin hyödyntäen Kansainvälisen tähtitieteellisen unionin hyväksymiä kaavoja, sekä alan kirjallisuudessa ja artikkeleissa julkaistuja menetelmiä. Algoritmin oikeellisuutta arvioitiin vertaamalla sillä saatuja tuloksia tähtitieteellisiin vuosikirjoihin. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon liittyy rajoitteita, joita ohjelmallisessa laskentamenetelmässä ei esiinny. Algoritmin avulla oli mahdollista tarkastella taivaankappalemittauksen toteutusta totuttua laajemmin.</p> <p>Tutkimus osoitti, että aurinko- ja tähtimittaustaulukon toteutusperiaatteesta johtuvalla virheellä ei käytännössä ole mittauksen lopputuloksen kannalta merkitystä. Laskun teoreettinen virhe on sallituissa rajoissa, ja aiheutuu käytännössä napalukunomogrammin käytöstä yksinään. Suurin virhe on käyttäjälähdistä. Testitilaisuudesta saatujen tulosten perusteella taivaankappalelaskun tekeminen on haasteellista jopa mittauskouluttajille; ainoastaan yksi testitilaisuuteen osallistuneista kahdestakymmenestä kahdeksasta tykistöupseerista pääsi laskussa vaadittavaan tarkkuuteen.</p> <p>Ohjelmallisella laskentamenetelmällä aurinko- ja tähtimittaustaulukon haasteet voitaisiin välttää. Tutkimusta varten koostettu laskenta-algoritmi osoittautui erittäin tarkaksi, ja sen voidaan odottaa säilyttävän tarkkuuden pitkälle tulevaisuuteen. Saatujen tulosten perusteella olisi edullista valita mittaustähtien joukkoon myös navanympärystähtiä. Näin saavutettaisiin parempi mittaustähtien peitto koko taivaankannen alueella. Tällä helpotettaisiin tähden löytämistä ja tunnistamista. Kokonaan uudeksi mittauskohdeksi suositeltaisiin Kuuta. Kuu parantaisi mittaushaasteita hämärän ja pimeän aikaan. Ohjelmallisen laskentamenetelmän avulla taivaankappalemittauksesta olisi mahdollista kehittää nykyistä käytökelpoisempi mittausten menetelmä.</p>	
AVAINSANAT tykistö, topografinen valmistelu, taivaankappalemittaus	

SISÄLLYS

1.	JOHDANTO	1
1.1.	Tutkimuksen taustat	2
1.2.	Keskeisimmät käsitteet ja rajaukset	4
1.3.	Tutkimustehtävä	5
1.4.	Metodologia	6
1.5.	Keskeiset lähteet ja lähdekritiikki	7
2.	PALLOTÄHTITIEDETTÄ	9
2.1.	Maapallo	9
2.2.	Maantieteelliset koordinaatit	10
2.3.	Taivaanpallo	11
2.4.	Ekvaattorijärjestelmä	11
2.5.	Horisonttijärjestelmä	12
2.6.	Ekliptikajärjestelmä	14
2.7.	Aikakäsitteitä	14
3.	AURINKO- JA TÄHTIMITTAUSTAULUKKO	17
3.1.	Käytettävyyden haasteet	17
3.1.1.	Aurinkomittaus	20
3.1.2.	Tähtimittaus	21
3.1.3.	Käytettävyyden yhteenveto	23
3.2.	Menetelmäkohtaiset piirteet	24
3.2.1.	Taivaankappaleen tuntikulma	25
3.2.1.1.	Auringon tuntikulma	27
3.2.1.2.	Tähden tuntikulma	30
3.2.2.	Taivaankappaleen deklinaatio	32
3.2.2.1.	Auringon deklinaatio	33
3.2.2.2.	Tähden deklinaatio	35
3.2.3.	Menetelmän yhteenveto	35
4.	OHJELMALLINEN MENETELMÄ	37
4.1.	Aurinko	37
4.1.1.	Aika	38
4.1.2.	Auringon koordinaatit	39
4.1.3.	Nutaation komponentit	40
4.1.4.	Ekliptikan kaltevuus	44
4.1.5.	Auringon tuntikulma	44
4.1.6.	Auringon deklinaatio	47
4.2.	Tähti	48
4.2.1.	Tähden koordinaatit	48
4.2.2.	Tähden näennäinen sijainti	49
4.3.	Taivaankappaleen pohjoisluku ja korkeus	51
5.	OHJELMALLISEN MENETELMÄN MAHDOLLISUUDET	53
5.1.	Mittaaminen Kuun täyteen reunaan	53
5.1.1.	Kuun koordinaatit	55
5.1.2.	Kuun näennäinen sijainti	58
5.2.	Tähdet	60
5.3.	Yhteenveto	63
6.	POHDINTA JA JOHTOPÄÄTÖKSET	64

KUVAT JA TAULUKOT

Kuva 1. Tutkielman viitekehys	5
Kuva 2. Laskentamallin viitekehys	7
Kuva 3: Maapallon litistyneisyys	10
Kuva 4. Maantieteellinen koordinaatisto.	11
Kuva 5. Ekvaattorijärjestelmän koordinaatit	12
Kuva 6. Horisonttijärjestelmä	13
Kuva 7. Aurinkomittauslaskun vuokaavio	20
Kuva 8. Tähtimittauslaskun vuokaavio	22
Kuva 9. Napalukunomogrammi	25
Kuva 10. Kellovirheen vaikutus napalukuun	26
Kuva 11. Ajantasauksen kuvaaja vuodelle 2005.....	27
Kuva 12. Ajantasaustaulukko.....	28
Kuva 13. Ajantasauksen ero vuosien 2005 ja 2025 välillä	29
Kuva 14. Ajantasauksen poikkeamat joukon keskiarvosta.	29
Kuva 15. Tähtiajan muunnostaulukot	31
Kuva 16. Mittaustähtien rektaskensiot vuotuisine korjauksineen	32
Kuva 17. Deklinaation virheen vaikutus napalukuun.	33
Kuva 18. Auringon deklinaatio vuonna 2005.	33
Kuva 19. Vaihesiirtymän vaikutus auringon deklinaatioon vuodesta 2005 vuoteen 2025.....	34
Kuva 20. Deklinaation poikkeamat joukon keskiarvosta.....	34
Kuva 21. Vuokaavio tutkimuksessa käytetystä aurinkomittauksen algoritmista.....	38
Kuva 22. Nutaation vaikutus keskiepliktikaan ja ekliptikaaliseen keskipituuteen	41
Kuva 23. Nutaation poikkeama AA:n arvoista	43
Kuva 24. Auringon laskennallisen tuntikulman poikkeama AA:n arvoista.....	46
Kuva 25. Auringon laskennallisen deklinaation poikkeama AA:n arvoista	47
Kuva 26. Porvarillisen ja nauttisen hämärän osuus vuorokaudesta 62° leveyspiirillä.....	54
Kuva 27. Kuun solmuviivan kiertyminen	55
Kuva 28. Laskettujen rektaskension arvojen poikkeama ($^\circ$) AA:n arvoista.	57
Kuva 29. Laskettujen deklinaation arvojen poikkeama ($'$) AA:n arvoista	58
Kuva 30. Eri deklinaation omaavien tähtien esiintymiskorkeuksia ilmansuuntiin sitoen	61
Kuva 31. Kolmen tähden horisonttikorkeudet vuorokauden aikana 62° leveyspiirillä	62

Taulukko 1. Maapallon litistyneisyys	9
Taulukko 2. Aurinkomittauksen osaaminen osavaiheittain	21
Taulukko 3. Tähtimittauksen osaaminen osavaiheittain	23

TAIVAANKAPPALEMITTAUKSEN KEHITTÄMINEN - OHJELMALLISEN LASKENTAMENETELMÄN MAHDOLLISUUDET

1. JOHDANTO

Maavoimissa taivaankappalemittaus on tykistön ja kranaatinheittimistön käyttämä mittausmenetelmä, jossa pohjoisluku määritetään valitun taivaankappaleen avulla. Alkujaan taivaankappalemittaus otettiin Suomen kenttätykistössä käyttöön 1920-luvulla osana ammunnan valmistelua. Valmistelulla oli tarkoitus ratkaista topografisen valmistelun dilemma, eli se miten tuli saada tarkaksi tulenavauksesta alkaen silloin, kun aseelta ei ole näköyhteyttä maahan. Tuohon aikaan käytettiin nykyistä työläämpää laskentamenetelmää, ja mittaustähtiä oli kahdeksan sijaan vain neljä. Vaihtoehtoisia tarkan suunnan määrittämenetelmiä oli kuitenkin niukalti, joten hankalaksi koettua taivaankappalemittausta alettiin kehittää. [1, s. 174–176; 2]

Tuliasemamittaukset ovat viimeisen vuosisadan ajan säilyttäneet merkityksensä topografisen valmistelun osana. Ammunnanhallintajärjestelmien yleistymisen myötä koordinaattien laskennallisessa tarkkuudessa ei tasokaluston tapaan esiinny virhettä. Siten suuntakulman tarkkuudella on aiempaa suurempi painoarvo osana topografista valmistelua. Juuri tulenavauksen virheellä on keskeinen merkitys tulen tehoon maalissa. [3]

Maavoimien varomääräys *D 3.1* määrittää suurimmat kenttätykistön ja kranaatinheittimistön ammunnoissa sallittavat mittausten virheet. Tykistön tuliasemamittausten suunnan virhe saa olla enintään viisi piirua. Sama koskee myös kranaatinheittimistöä ampumaetäisyyden ollessa yli 3000 metriä. Varomääräyksen mukaan mittaukset tulee sulkea pisteeseen, jonka suunta tunnetaan vähintään kahden piirun tarkkuudella. [4] Tämä kaventaa tuliasemamittauksiin soveltuvien mittausmenetelmien määrää.

Taivaankappalemittaus on teknologisesti kehityksestä huolimatta ainoa mittausmenetelmä, joka ei ole riippuvainen sijainnista tai tarvitse erityiskalustoa. Vaihtoehtoiset menetelmät ovat yleensä kalliita, kuten *TALIN 5000*, hitaita, kuten *hyrräsuuntakehä*, tai paikkasidonaisia, kuten *kiintopisteet*. Tämä lienee syynä sille, että taivaankappalemittausta koulutetaan maavoimissa vielä nykyäänkin.

1.1. Tutkimuksen taustat

Tykistön ampumaopin käsikirja 2014:n mukaan taivaankappalemittauksen todennäköinen poikkeama on yksi piiru [3, s. 32]. Pääesikunnan pysyväisasiakirja 03:11 määrittää, että mittausr ryhmän on kyettävä suorittamaan tarkka aurinkomittaus laskuineen kuudessa minuutissa ja tähtimittaus laskuineen kahdeksassa minuutissa [5]. Tällä hetkellä voimassa oleva Aurinko- ja tähtimittaustaulukko vuodelta 2007 käsittää auringon lisäksi kahdeksan mittaustähteä. Nykyinen taulukko vanhenee osin vuoden 2027 lopussa [6]. Nykyjärjestelmässä mittaukset jaetaan valitun taivaankappaleen mukaan joko tähti-, aurinko- tai pohjantähtimittauksiin [7, s. 53–65].

Taulukolla toteutettavaan taivaankappalemittaukseen liittyy haasteita ja rajoitteita. Napaluvun graafinen esitystapa rajoittaa mittaustähtien deklinaation itseisarvon, eli kulmaetäisyyden taivaan ekvaattorista, 24 asteeseen. Toinen esitystavan rajoite liittyy maantieteelliseen sijaintiin. Vaikka Puolustusministeriö linjaa Puolustushallinnon materiaalipolitiikassa, että kaikessa teknologiassa huomioidaan sen käytettävyys Puolustusvoimien kaikissa tehtävissä, niin taivaankappalemittaustaulukon käyttöalue rajautuu Suomen lähialueelle; paikallisaikakorjaus on taulukoitu välille $21^{\circ} \dots 33^{\circ}$ itäistä pituutta ja nomogrammit ovat luettavissa välillä $60^{\circ} \dots 70^{\circ}$ pohjoista leveyttä. [6; 8, s. 16] Kolmantena haasteena on menetelmän monimutkaisuus käytettävään koulutusaikaan nähden, minkä seurauksena vaadittua koulutustasoa ei useissa tapauksissa saavuteta.

Koska taivaankappalemittauslaskussa on kyse matematiikasta, suorittaa tietokone laskutoimenpiteet ihmistä nopeammin, tarkemmin ja ilman graafisen taulukon asettamia rajoitteita. Saatavilla on runsaasti eri tahojen julkaisemia sovelluksia, jotka laskevat taivaankappaleiden sijainteja.

Ensimmäiset tehokkaat tietokoneiden laskentatehoa hyödyntävät planeettojen liiketeoriat kehitettiin 1980-luvulla. Vuonna 1982 julkaistu *VSOP82*, eli *Variations Séculaires des Orbites Planétaires*, huomioi havaintoperusteisesti auringon vetovoiman lisäksi planeettojen välisten vetovoimien vaikutukset näiden kiertoratoihin. Muutamaa vuotta myöhemmin julkaistu *VSOP87* otti huomioon myös planeettojen kuden vaikutukset kiertoratoihin. Teorian avulla Auringon koordinaatit saatiin laskettua alle 0,01 kaarisekunnin tarkkuudella. [9, s.154] Näiden mallien pohjalta on kehitetty myöhemmin kotikäyttäjille sopivia ja saatavilla olevia laskukaavoja.

Puolustusvoimissa taivaankappalemittauksen ohjelmepohjaista toteutusta on tutkittu jo niin-kin varhain kuin 1985. Kapteeni Karl Storgårds tutki diplomityössään ”*Aurinko- ja tähtimit-*

tauksen kehittämismahdollisuudet” taivaankappalemittauksen tulevaisuudennäkymiä, ja esitteli yksinkertaisen laskenta-algoritmin mittausongelman ratkaisemiseksi. [10]

Henkilöstön omaan harrastuneisuuteen liittyvää kehitystyötä on tehty lähinnä kaupallisiin ja freeware-ohjelmiin liittyen. Mikko Perón on kehittänyt mm. *MS Excel* -pohjaisen taivaankappalemittauslomakkeen, joka suorittaa laskut automaattisesti, sekä tehnyt aloitteen *Stellarium*-planetaario-ohjelman käyttämisestä koulutussimulaattorina. Lauri Räsänen on vienyt ajatuksen askelta pidemmälle ja tehnyt aloitteen *Stellariumin* käyttämisestä mittauslaskimena. Edellä mainitut tuotokset ovat saatavilla PVAH -järjestelmän aloitetietokannasta (ALTIKA), mutta ilman virallista käyttöönhyväksyntää niiden hyödyntämisen lopputulos on käyttäjän vastuulla.

Yksityishenkilöiden tai yritysten harrastus- ja viihdekäyttöön tekemien ohjelmien käyttämiseen Puolustusvoimissa liittyy haasteita. Yhtenä haasteena on ohjelmien antama loppudata. Mittausupseeria kiinnostaa taivaankappaleen pohjoisluku 6000-jakoisina piiruina, mutta monet ohjelmat antavat suunnan napalukuna. Useimmiten suunta on annettu asteina, kaariminuutteina ja -sekunteina tai asteen desimaalimuotona. Tuloksen muuttaminen oikeaan muotoon edellyttää ylimääräistä laskutoimitusta sekä napaluvun korjauksen tarkastamista esimerkiksi kartasta ja sen summaamista lopputulokseen. Ylimääräiset välivaiheet ovat aikaa vieviä ja lisäävät käyttäjävirheen mahdollisuutta.

Käyttäjälle näkymättömämpi, mutta potentiaalisesti vaarallisempi ilmiö on niin sanottu musta laatikko -efekti; mekanismi, jolla lähtötiedot muutetaan lopputuotteeksi, on tuntematon. Vastuukysymysten näkökulmasta tämä aiheuttaa selvän haasteen kolmansien osapuolien kehittämien ohjelmien käyttöönotolle ammunnanvalmistelussa. On vaikea nähdä, että kehittäjä, joka on tehnyt ohjelman hupi- tai viihdekäyttöön, olisi valmis ottamaan vastuun ohjelman toimintavirheestä johtuneesta onnettomuudesta.

Kolmanneksi ongelmaksi nousee tuntemattoman tahon kehittämän ohjelman tietoturva. Ohjelmallista ratkaisua olisi edullista käyttää päätelaitteissa, joita tuliasemissa muutenkin käytetään. Nämä olisivat samoja laitteita, joilla esimerkiksi tulitoimintaa johdetaan. Laitteet toimivat Puolustusvoimien sisäisessä verkossa, jonka saastuminen haittaohjelmalla voisi erityisesti kriisitilanteessa olla vakava ongelma.

Edellä luetelluista syistä pitkäaikaisena ratkaisuna ei voi olla viihdekäyttöön suunniteltu sovellus. Suunnitelmallisen ja hallitun käyttöönoton edellytyksenä on aihealueen asiantuntemus tahattomien vahinkojen välttämiseksi, sekä syvempi ymmärrys menetelmien mahdollisuuksi-

en ja rajoitteiden tunnistamiseksi. Tähän tietopuutteeseen tämän tutkimuksen on tarkoitus vastata.

Tutkimus on Puolustusvoimien näkökulmasta ajankohtainen: kehitteillä olevaan uuteen ammunnanhallintajärjestelmään on suunniteltu ohjelmallista taivaankappalemittausmoduulia. Tietokoneiden ja kannettavien päätelaitteiden yleistyminen mahdollistaisi siirtymisen ohjelmalliseen taivaankappalemittaukseen Puolustusvoimissa. Hanke on kuitenkin vielä toistaiseksi sellaisessa vaiheessa, että tämän osion toteutuminen sekä aikataulu ovat epävarmoja.

1.2. Keskeisimmät käsitteet ja rajaukset

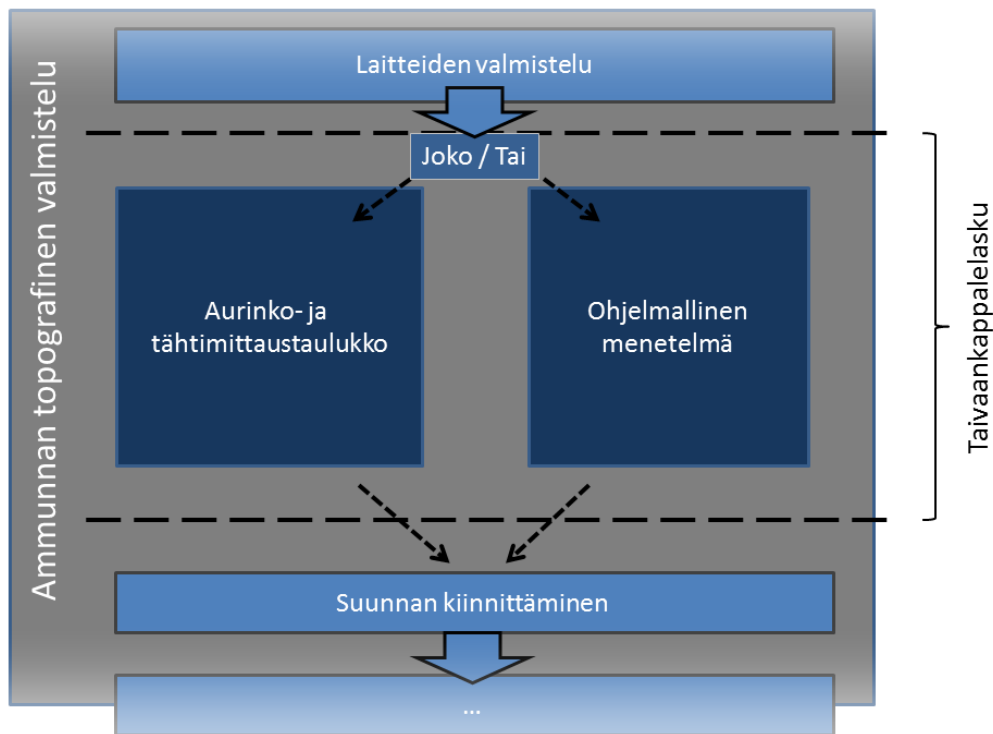
Taivaankappalemittauksella tarkoitetaan sitä toimenpiteiden muodostamaa kokonaisuutta, joka tehdään käytettävän mittausvälineen suunnastamiseksi taivaankappaleen avulla. Taivaankappale voi olla Aurinko, tähti, Kuu tai planeetta. Maavoimissa mittausväline on tyypillisesti suuntakehä ja taivaankappale Aurinko tai tähti.

Taivaankappalelasku on se taivaankappalemittauksen osasuorite, joka vaaditaan valitun taivaankappaleen pohjoisluvun määrittämiseen tiettyinä ajanhetkenä. Laskun lähtötietoina ovat valittu taivaankappale, mittauksen ajanhetki ja mittauspisteen maantieteellinen sijainti. Taivaankappalelasku voidaan tehdä esimerkiksi aurinko- ja tähtimittaustaulukolla tai tähän käyttöön suunnitellulla sovelluksella.

Tuliyksikön *topografisessa valmistelussa* ”määritetään mittaripisteiden koordinaatit ja suunnastetaan aseet käskettyyn perussuuntaan” [3, s. 31]. Tuliasemamittaukset ovat osa topografista valmistelua.

Näiden kolmen käsitteen avulla voidaan hahmotella työn viitekehys. Työn keskiössä on taivaankappalelasku ja sen toteutus. Suurin osa topografisen valmistelun osa-alueista ei suoraan liity tutkimukseen, mutta valmistelu asettaa mittaustapahtumalle kehyksen ja aikaan ja tarkkuuteen liittyvät vaatimukset. Taivaankappalemittaus on yläkäsite, josta tässä tutkittava taivaankappalelasku on irrotettu.

Työ ohjelmallinen osuus on rajattu koskemaan ainoastaan laskennan toteutusta, eikä siinä oteta kantaa esimerkiksi mahdolliseen alustaan tai käyttöliittymään. Ohjelmalla teetetetyt koikeilut ovat osoittaneet että käyttöliittymän ulkomuodolla on huomattava vaikutus käyttäjäkokemukseen ja ohjelmasta saatuun palautteeseen. Parhaan mahdollisen alustan ja käyttäjärajapinnan suunnittelu olkoon jonkin muun tutkimuksen aiheena.



Kuva 1. Työssä tutkitaan taivaankappalelaskun toteutusta kahdella vaihtoehdoisella menetelmällä.

1.3. Tutkimustehtävä

Tutkimuksen lähtökohtana on hypoteesi, että taulukkopohjainen taivaankappalemittausmenetelmä ei ole tykistön tarpeisiin paras mahdollinen ratkaisu. Hypoteesi perustuu kokemuksiini mittaustapa-oppimisen kouluttajana. Menetelmästä on osoitettavissa useita heikkouksia, jotka olisivat helposti ratkaistavissa ohjelmallisen toteutuksen avulla.

Nyky menetelmän heikkoudet voidaan jakaa karkeasti kahteen kategoriaan; laadullisiin ja määrällisiin. Laadulliset haasteet liittyvät käyttäjän ja taulukon väliseen rajapintaan, ja voivat ilmetä hitautena, tuloksen epätarkkuutena tai virheellisenä tuloksena. Määrälliset haasteet ovat menetelmästä johtuvia rajoitteita, jotka joissakin tilanteissa rajaavat menetelmän käyttöä, tai estävät sen käytön kokonaan. Epäsuorasti mittaustapaan liittyviä ongelmia ovat koulutuksen viemä aika sekä pinta-oppimisesta johtuva osaamisen nopea unohtuminen. Näitä haasteita käsitellään tutkimuksen kolmannessa pääluvussa.

Hypoteesin pohjalta päätutkimuskysymykseksi muodostuu:

”Miten taivaankappalemittausta voidaan kehittää ohjelmallisen laskentamenetelmän avulla?”

Alakysymyksinä ovat:

1. *Miten Aurinko- ja tähtimittaustaulukko vastaa tykistön mittauksille asetettuihin vaatimuksiin?*
2. *Miten taivaankappalelaskun ohjelmallinen toteutus vastaa tykistön mittaukselle asetettuihin vaatimuksiin?*
3. *Mitä lisämahdollisuuksia ohjelmallinen laskentamenetelmä antaa taivaankappalemittaukselle?*

Toisen ja kolmannen alakysymyksen osalta tutkimustehtävä on monivaiheinen. Ensin pyritään löytämään ja muodostamaan sellainen ohjelmallinen laskentamalli, joka täyttää mittaukselle asetetut vaatimukset. Seuraavaksi pohditaan, miten taivaankappalemittausta voidaan edelleen kehittää käyttäen ohjelmallista ratkaisua.

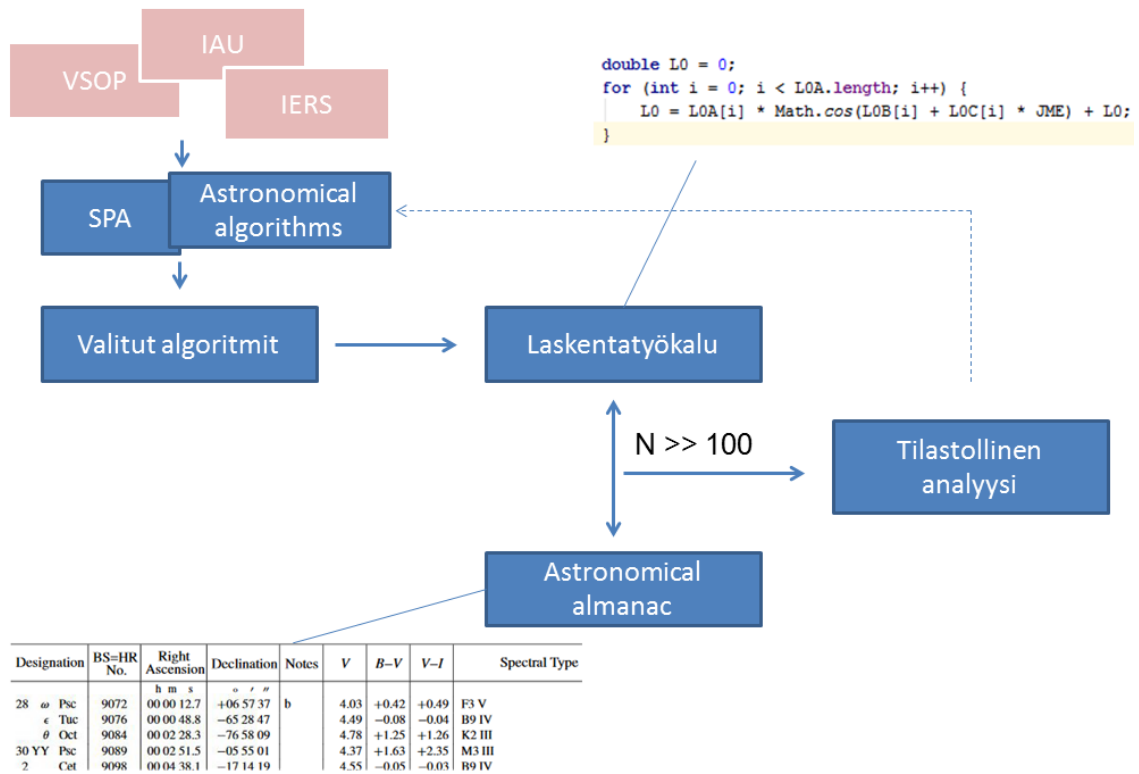
1.4. Metodologia

Tutkimuksen ensimmäinen alakysymys ”*Miten Aurinko- ja tähtimittaustaulukko vastaa tykistön mittauksille asetettuihin vaatimuksiin?*” käsittelee aurinko- ja tähtimittaustaulukolla tehtävän laskentatavan haasteita. Vaikka taulukkolaskenta itsessään on todettu kelvolliseksi menetelmäksi, on sen heikkoutena käytön haastavuus. Käytön haasteita on aiemmin tutkinut kapteeni Storgårds (1985) asiantuntijakyselyn avulla. Tässä tutkimuksessa pyritään täydentämään aiemmin saatuja tuloksia tykistöupseereille järjestetyn puolistrukturoidun kyselyn, sekä siihen liittyvän kontrolloidun testitilaisuuden avulla.

Aurinko- ja tähtimittaustaulukon rakenteellista laskentatarkkuutta arvioidaan taulukon toteutusperiaatteellisten ratkaisujen kautta. Myös Storgårds tutki taulukon esitystavasta johtuvia virhetekijöitä, mutta oletettavasti tehokkaan laskenta-algoritmin puutteessa päätyi melko ylimalkaisiin tuloksiin. Tässä työssä taulukon virhetekijöistä johdetaan numeeriset virhearvot neljännessä pääluvussa muodostettua algoritmia hyödyntäen.

Toinen alakysymys ”*Miten taivaankappalelaskun ohjelmallinen toteutus vastaa tykistön mittaukselle asetettuihin vaatimuksiin?*” liittyy ohjelmallisen laskentamenetelmän luotettavuuden arviointiin. Periaatteessa siis arvioidaan käytettävien algoritmien hyvyttä vertaamalla niillä saatuja lukuarvoja todellisiin arvoihin. Suuri tulostettava datamäärä mahdollistaa tilastollisten menetelmien käyttämisen analyysin työkaluna. Virhevertailut pyritään suorittamaan niin pitkällä aikavälillä, että saadaan perusteet arvioida algoritmin tarkkuutta myös tulevaisuuteen.

Yllämainitun perusteella tutkimusta voisi luonnehtia monimenetelmätutkimukseksi. Tutkimuksen kvantitatiivisen osion perustana toimii lähdekirjallisuuden perusteella luotu matemaattinen malli. Luodun mallin hyvyttä arvioidaan koettelemalla sitä reaali maailman havaintoja vastaan. Kukin mallin keskeinen osa-alue testataan erikseen, ja sen mahdollisen virheen vaikutusta halutulle loppuarvolle arvioidaan. Kvantitatiivisen analyysin pohjana ovat eri koordinaattijärjestelmien riippuvuussuhteiden ratkaisut. Tarpeen mukaan mallia muokataan siten että arvot mahtuvat asetettujen raja-arvojen sisälle.



Kuva 2. Laskentamallia arvioidaan kuvan mukaisessa viitekehysessä

1.5. Keskeiset lähteet ja lähdekritiikki

Taivaanmekaniikka on eräs vanhimpia tunnettuja tieteenhaaroja. Nykyisen tietämyksen matemaattisena pohjana ovat muun muassa Newtonin mekaniikka, Keplerin yhtälöt, Hamiltonin mekaniikka ja Hamiltonin-Jacobin yhtälöt. Edellä mainituista on johdettu havaintoperusteisesti nykyään tunnetut taivaankappaleiden liikeradat. [11]

Matemaattista mallinnusta varten keskitytään muun muassa VSOP-teoriaan ja sen johdannaisiin. Teoria on luotu Aurinkokunnan elementtien liikeratojen ennustamiseen. Teorian laajuuden vuoksi pyritään löytämään supistettu malli, jonka tarkkuus pidemmällä aikavälillä olisi taivaankappalemittaukseen riittävä, ja joka olisi tarpeeksi kevyt käytettäväksi kannettavilla päätelaitteilla.

Pienen laskentatehon algoritmien kehittämiseen on erikoistunut muun muassa belgialainen matemaatikko Jean Meeus. Vuonna 1991 julkaistussa kirjassaan *Astronomical Algorithms* hän esittelee joukon kotikäyttäjille suunnattuja kaavoja, joihin tässä työssä pitkälti tukeudutaan. *Astronomical Algorithms*:n ohessa työssä hyödynnetään Kansainvälisen tähtitieteellisen unionin *IAU*:n alkuperäisissä päätöslauselemissa ilmoitettuja vakioita ja laskentamentelmiä, sekä Auringon sijaintitietoja käsitteleviä energia-alan julkaisuja.

Viime vuosikymmeninä vetoapua tarkkojen auringon sijaintialgoritmien kehittämiseen on tullut hieman yllättävältä taholta, nimittäin energia-alalta. Rakenteensa vuoksi aurinkoenergiatornin aurinkokeskittimet eli heliostaatit vaativat ohjauskomentoihin korkean laskentatarkkuuden algoritmin, joka ei kuitenkaan saa olla liian raskas. Tämän vuoksi algoritmien tarkkuutta, ja erityisesti niiden keveyttä on tutkittu useissa energia-alan julkaisuissa.

Tutkimuksen toteutustapa asettaa korkeat kriteerit vertailuaineistolle. Saatuja tuloksia tulee pystyä vertaamaan aineistoon, jonka on määrällisesti ja ajallisesti riittävän laajaa ja johdonmukaista, ja jonka tarkkuudesta voidaan varmistua. Tähän käyttöön valikoitui *The Astronomical Almanac* (myöhemmin *AA*), joka on Yhdysvaltojen ja Iso-Britannian observatorioiden yhteistyössä julkaisema astronominen vuosijulkaisu. *AA* tekee läheistä yhteistyötä eri tiedeyhteisöjen, muun muassa *IAU*:n kanssa. *International Earth Rotation and Reference System Service* (*IERS*) kerää erittäin tarkkoja havaintotietoja Maan pyörimisestä. *AA*:n tiedot ovat verrattavissa tähän havaintodataan, ja siten niiden todellinen tarkkuus on hyvin tiedossa.

Pääosa tieteellisestä aineistosta on englanninkielistä ja se on lähes yksinomaan observatorioiden ja siviilitoimijoiden tuottamaa. Matemaattisen mallin luomisen jälkeen analysoitava materiaali tuotetaan erikseen ohjelmoitavan laskentatyökalun avulla. Työkalun luomiseen käytetään *Java*-ohjelmointikieltä *NetBeans*-ohjelmointiympäristössä.

Osin tutkimuksessa käytetty lähteistö on hyvin iäkästä; vanhin tekeillä olevan työn lähde on vuodelta 1962. Työn perustaustana käytetty lähdemateriaali käsittelee pitkälti teorioita, jotka on ratkaistu jo puoli vuosisataa sitten. Matemaattisen tausta-aineiston näkökulmasta onkin yhdentekevää käytetäänkö vanhaa tutkimusta vai ”uutta” tietoa.

2. PALLOTÄHTITIEDETTÄ

Tähtitieteenalaa, johon myös tykistön taivaankappalemittaukset kuuluvat, kutsutaan pallotähtitieteeksi. Se tutkii taivaankappaleiden keskinäisiä asemia ja näennäistä liikettä taivaalla, ajanlaskua, paikanmäärittämistä, havaintovirhettä jne. [12, s. 26] Tähän tutkimukseen liittyen käydään seuraavaksi läpi keskeisiä pallotähtitieteeseen liittyviä peruskäsitteitä.

2.1. Maapallo

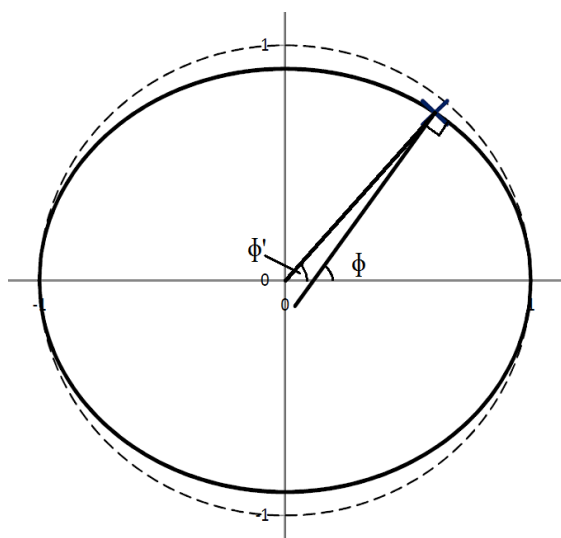
Maapallo ei nimestään huolimatta ole pyöreä kappale. Maanpinnan epätasaisuuksien lisäksi maan pyörimisliike ja ulkoiset gravitaatiovoimat aiheuttavat maan litistymisen navoilta, ja ”pullistumisen” päiväntasaajalta. Täsmällinen muoto on käytännössä mahdotonta määrittää yksiselitteisesti, mutta useimpiin sovellutuksiin riittävä tarkkuus saadaan kun kuvataan maapalloa pyörähdysellipsoidina.

Kansainvälisen geodesian ja geofysiikan unioni *IUGG* otti vuonna 1979 käyttöön geodeettisen referenssijärjestelmän 1980, tai lyhyemmin *GRS-80*, jota käytetään määriteltäessä Maahan sidottuja koordinaatistoja. Vastaavan järjestelmän lähes samoilla mitoilla oli ottanut paria vuotta aiemmin käyttöön IAU. Referenssijärjestelmissä määritellään todellista valtameren pinnan määrittämää muotoa, eli geoidia, kuvaavan pyörähdysellipsoidin arvot, kuten ne on taulukoitu alla. Molemmat mallit ovat lähes identtisiä, ja poikkeavat todellisesta geoidin pinnasta enintään noin 100 metriä. [9, s.82; 12 s.30]

Taulukko 1. Maapallon litistyneisyys

	IUGG (GRS-80)	IAU
Ekvaattorisäde [a]	6378137 m	6378140 m
Napasäde [b]	6356752 m	6356755 m
litistyneisyys [f] $(a - b) / a$	1 / 298,257	1 / 298,257

Maanpallon litistyneisyydestä seuraa, että tavallisia pallokoordinaatteja vastaava pallon keskipisteeseen sidottu geosentrinen leveys poikkeaa hieman tämän pyörähdysellipsoidin määrittämästä geodeettisesta leveydestä. Koska taivaankappaleiden sijainnit ilmoitetaan maan keskipisteeseen sidottuna, on tämä ero parallaksin vuoksi otettava huomioon tarkasteltaessa lähellä olevia taivaankappaleita kuten Kuuta. [9, s. 82]



Kuva 3: Maapallon litistyneisyyden vuoksi geodeettinen leveys (ϕ) poikkeaa geosentrisestä leveydestä (ϕ')

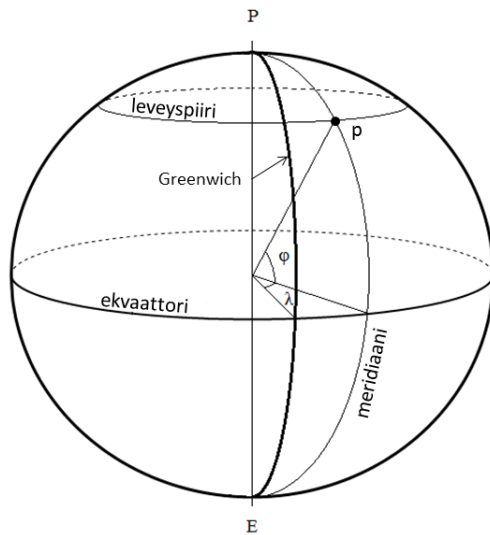
Kun lähellä olevan taivaankappaleen geosentrisen sijainti muutetaan havaitsijakeskeiseksi eli toposentriseksi sijainniksi, tulee muunnosvektorissa ottaa tämän kulmavirheen lisäksi huomioon mahdollinen pituusvirhe. Havaitsijan koordinaateista johtuviin muunnoksiin perehdytään tarkemmin neljännessä pääluvussa.

2.2. Maantieteelliset koordinaatit

Sijainti maapallon pinnalla ilmoitetaan tavallisesti pallokoordinaatteina. Käytettävät koordinaatit ovat maantieteellinen leveys (pohjois–eteläsuunta) ja pituus (itä–länsisuunta), ja joissakin tapauksissa lisäksi korkeus [12, s. 32]. Vakiintuneita ilmaisutapoja on monia, mutta laskennassa on helpointa käyttää asteita ja sen desimaaleja jotta välttyttäisiin turhilta minuutti- ja sekuntimuunnoksilta. Kartoissa tarkennetaan usein jälkiliitteillä onko sijainti vertailupisteestä itään vai länteen / pohjoiseen vai etelään. Tässä tutkimuksessa käytetään ainoastaan itäistä pituutta ja pohjoista leveyttä olevia koordinaatteja.

Maantieteellisen leveyden perustasona on pyörimisakselia vastaan piirretty isoympyrä, ekvaattori. Ekvaattorin suuntaiset pikkuympyrät ovat leveyspiirejä. Maantieteellinen leveyskoordinaatti ilmaistaan havaitsijan sijainnin luotisuoran ja ekvaattoritason välisenä kulmana. [12, s. 32] Taivaannavan korkeus havaintopisteestä määräytyy juuri maantieteellisen leveyden mukaan, ja jos ei muuta mainita, niin myöhemmin koordinaateista puhuttaessa viitataan nimenomaan maantieteellisiin koordinaatteihin.

Napojen väliset isoympyrän puolikkaat ovat pituuspiirejä eli meridiaaneja. Maantieteelliselle pituudelle ei ole vastaavaa luonnollista nollakohtaa kuin ekvaattori on leveydelle. Niinpä on sovittu että pituuden vertailukohtana toimii *Greenwichin* kautta kulkeva meridiaani, niin sanottu *nollameridiaani*. Maanpinnalla sijaitsevan paikan maantieteellinen pituus on nollameridiaanin ja tarkasteltavan pisteen kautta kulkevan meridiaanin välinen keskuskulma. [12, s. 32]



Kuva 4. Havainnoijan paikan p maantieteelliset koordinaatit ovat λ (maantieteellinen pituus) sekä ϕ (maantieteellinen leveys). Kuvan tapauksessa molemmat koordinaatit ovat positiivisia.

2.3. Taivaanpallo

Taivaankappalemittauksissa (pallotähtitieteessä) käytetään hahmottamisen helpottamiseksi ja laskennan yksinkertaistamiseksi käsitettä taivaanpallo. Ajatellaan tähtien olevan kiinnittyneenä äärettömän suuren pallon sisäpintaan, jonka keskipisteessä maapallo sijaitsee. Taivaanpallolla on pyörimisakseli, joka on Maan pyörimisakselin suora jatke. Pallopinnan ja akselin kohtauspistettä kutsutaan taivaannavaksi (merkitään tässä P'). Samoin taivaanpallolla on taivaan ekvaattori, joka on Maan ekvaattoritason laajennus. Näin pohjoisnavalla seisova havaitsija näkee taivaannavan suoraan pänsä päällä, ja taivaanekvaattori näkyy juuri horisontin kanssa samassa tasossa. Vastaavasti päiväntasaajalla seisova havaitsija näkee taivaanekvaattorin kaartuvan suoraan ylitsensä ja taivaannapa näkyy horisontin kanssa samassa pisteessä. Kaikille muillekin leveysasteille voidaan johtaa horisonttikulma pisteelle $P' = \phi$, eli taivaannavan horisonttikorkeus on aina sama kuin havaitsijan sijainnin maantieteellinen leveys ϕ . [7, s. 54–55; 12, s. 33–34]

2.4. Ekvaattorijärjestelmä

Edellä johdetusta yhteneväisyydestä johtuen on luontevaa käyttää taivaankappaleen sijaintia ilmoitettaessa koordinaattijärjestelmää, jossa taivaankappaleen toinen koordinaatti on sen kulmaetäisyys taivaanekvaattorista. Tästä etäisyydestä käytetään nimitystä deklinaatio, ja sitä merkitään δ . Näin ollen taivaannavan deklinaatio on 90° , ja minkä tahansa taivaanekvaattorin pisteen deklinaatio on 0° . [12, s. 36]

Toinen, pituusastetta vastaava taivaanpallon koordinaatti on rektaskensio, joka merkitään α . Kuten maantieteelliselle pituudelle, ei rektaskensiollekaan ole luontaista nollakohtaa. On kuitenkin tarkoituksenmukaista valita tämä piste tavalla, joka suoraviivaistaa koordinaattijärjestelmien välisiä muunnoksia. Siksi on sovittu että taivaanpallon pituusasteen nollakohtana käytetään koordinaattijärjestelmien perustasojen leikkauspisteessä sijaitsevaa *kevättasauspistettä*, jota merkataan Oinaan tähtikuvion merkillä γ . Kevättasauspiste on se suunta jossa aurinko näkyy taivaanpalloa vasten kevätpäiväntasauksen hetkellä. Koska rektaskensio liittyy kiinteästi maapallon pyörimiseen ja siten taivaankappaleiden aikakulmiin, on sen arvo tapana ilmoittaa aikamitoissa, yhden täyden kierroksen ollessa 24 tuntia. [12, s. 36–37] Tämän työn laskennallisissa osuuksissa tuntikulma on kuitenkin ilmaistu asteina ja sen desimaaleina.

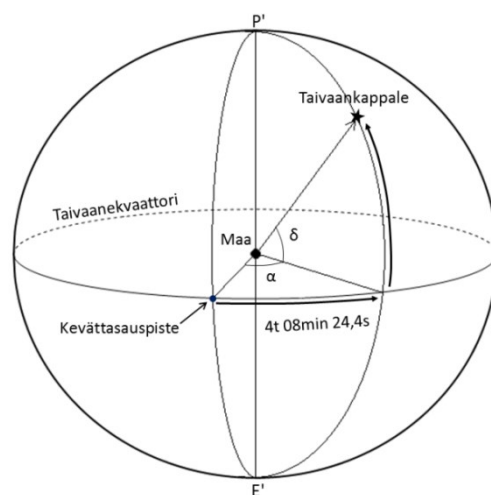
Kuva 5. Esimerkkitähdessä *IM Tau*

ekvatoriaaliset koordinaatit:

$$\alpha = 4\text{t } 08\text{m } 24,4\text{s},$$

$$\delta = 47^\circ 42' 12''.$$

Huomattavaa on että koordinaatisto on sidottu taivaanpallon kiintopisteisiin, joten taivaankappaleen koordinaatit eivät riipu havainnoijan paikasta tai vuorokauden ajasta



Maan pyörimistasoon (mutta ei pyörimiseen) liitettyä järjestelmää kutsutaan ekvaattorijärjestelmäksi, ja siitä johdettua koordinaatistoa ekvatoriaaliseksi koordinaatistoksi. Sen etuna on, että kappaleen koordinaatit eivät riipu ajasta tai paikasta. Tästä syystä tähtitieteellisissä vuosikirjoissa taivaankappaleiden koordinaatit ovat tavallisesti listattuna ekvaattorijärjestelmän mukaisissa koordinaateissa. [12, s. 36]

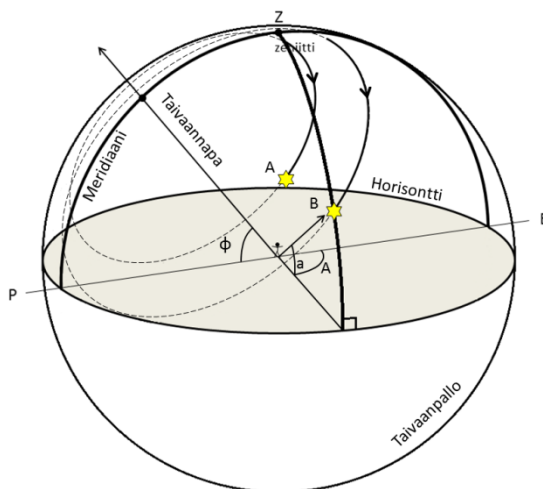
2.5. Horisonttijärjestelmä

Havainnoijan kannalta edellä esitelty ekvaattorijärjestelmä ei ole kovin käytännöllinen, sillä sijainti ja vuorokaudenaika vaikuttavat siihen missä suunnassa taivaankappale näkyy. Sen sijaan käytetään havaintijakeskeistä *horisonttijärjestelmää*, jonka perustason muodostaa havaintopaikan kohdalle asetettu maanpinnan tangenttitaso, joka taivaanpallon pinnalle projisoituna on sama kuin havaintijan horisontti. Suoraan havainnoijan yläpuolella on zeniitti Z , ja alapuolella nadiiri, jotka ovat horisonttia vastaavia napoja. [12, s. 34–35]

Horisonttijärjestelmässä zeniitin kautta kulkevia isoympyröitä kutsutaan vertikaaleiksi. Vertikaalit leikkaavat horisontin aina suorassa kulmassa. Erityisasemassa koordinaatiston suhteen on se vertikaali, joka zeniitin lisäksi lävistää taivaannavan. Tätä vertikaalia kutsutaan meridiaaniksi, sillä se on yhtenevä havainnoijan sijainnin kautta kulkevan pituuspiirin kanssa. Horisonttitason ja meridiaanin leikkauspisteet määrittävät havainnoijan pohjois- ja eteläsuunnan.

Horisonttijärjestelmän ensimmäinen koordinaatti on korkeus (merkintä a , altitudi), joka on kohteen kulmakorkeus horisonttitasosta. Korkeus on aina välillä $-90^\circ \dots +90^\circ$ arvossa ollessa negatiivinen jos kohde on horisontin alapuolella.

Toinen koordinaatti on nimeltään atsimuutti A , joka on kohteen kautta kulkevan vertikaalin ja horisontin leikkauspisteiden kulmaetäisyys jostakin kiinteästä suunnasta. Eri yhteyksissä tämä kiinteä suunta valitaan eri tavoin, mutta muilla aloilla kuin tähtitieteessä yleisin tapa lienee käyttää pohjoispistettä, joka on meridiaanin ja horisonttitason taivaannavan puoleinen leikkauspiste. Tässä tutkimuksessa kuitenkin käytetään tähtitieteessä tavanomaista käytäntöä jossa kulma mitataan etelästä myötäpäivään. [12, s. 34]



Kuva 6. Kuvassa havainnoija näkee taivaannavan korkeudella ϕ . Tähdet A ja B näyttävät kiertävän taivaannavaa vakioetäisyydellä $90^\circ - \delta$. Tähten B horisontaaliset koordinaatit ovat: A = eteläpisteen ja tähden vertikaalin ja horisontin leikkauspisteiden välinen kulma a = tähden korkeus mitattuna horisonttitasosta.

Yllä esitellyt koordinaatistot ja niiden väliset muunnokset riittävät jo minkä tahansa tähden tai muun Aurinkokunnan ulkopuolisen kappaleen sijainnin ilmoittamiseen ja muuntamiseen havaitusijakeskeiseksi. Aurinkokunnan kappaleille tarvitaan kuitenkin vielä oma koordinaatistonsa.

2.6. Ekliptikajärjestelmä

Kolmas keskeinen taivaankappaleiden koordinaatisto on ekliptikajärjestelmä. Siinä koordinaatiston perustasona on Maan ratataso, eli se taso jota maapallo kiertää vuoden mittaan Auringon ympäri [12, s. 43]. Maasta katsottuna Aurinko vastaavasti näyttää liikkuvan tähti-taivasta vasten *ekliptikaa* pitkin yhden täyden kierroksen vuoden aikana. Itse asiassa kaikkien Aurinkokunnan planeettojen ja Maan Kuun ratatasot ovat melko lähellä ekliptikatasoa, joten Aurinkokunnan kappaleiden koordinaatit on tapana ilmoittaa ekliptikaalisissa koordinaateissa.

Ekliptikajärjestelmän toinen koordinaatti on ekliptikaalinen pituus, jota merkitään ψ . Järjestelmässä pituuskoordinaatin nollakohtana on kevättasauspiste, joka on ekvaattorijärjestelmän ja ekliptikajärjestelmän perustasojen välinen leikkauskulma. Leikkauspisteen suuntana on se piste, jossa Aurinko siirtyy maan ekvaattoritason pohjoispuolelle. [12, s. 44]

2.7. Aikakäsitteitä

Aikakäsitteitä ja erilaisia ajanmittaustapoja käsitellään tutkimuksessa kahdesta syystä: 1) niiden avulla voidaan analysoida taivaankappaleen laskentamallin eheyttä, kuten on tehty seuraavassa pääluvussa jossa käsitellään aurinko- ja taivaankappaletaulukkoa, ja 2) ajanmittauksen perusteiden tunteminen auttaa ymmärtämään mallien rajoitteita. Seinäkellosta näkyvä aika on loppujen lopuksi vain luku, jolla on juuri niin paljon tekemistä taivaankappaleiden kanssa kuin kansainvälisesti on sovittu.

Aikaa, jota taivaankappalemittauksessa ja Yleisradion aikamerkissä käytetään, kutsutaan koordinoituksi yleisajaksi (*UTC, Universal Time Coordinated*). UTC:n eteneminen perustuu kvanttimekaanisten ilmiöiden avulla määritettyyn SI-standardin mukaiseen sekuntiin, ja sen etenemisnopeus yhtenee kansainvälisen atomiajan *TAI* kanssa, poiketen siitä kuitenkin täysiä sekunteja. [13]

Astronomista aikamittaa puolestaan edustaa yleisaika *UTI*, joka määritellään maan pyörimisliikkeestä ja on nimellisesti yhtenevä Greenwichin meridiaanin keskiaurinkoajan kanssa. Käytännössä *UT1* ei kuitenkaan mitata suoraan auringosta, vaan se johdetaan sovitulla tavalla kevättasauspisteen vuorokautisesta näennäisliikkeestä. [13]

Kun SI-sekunti vuonna 1967 otettiin käyttöön, sen pituus määriteltiin vastaamaan aurinkovuorokauden pituutta 1820-luvun tienoilla. Viimeisen vuosituhannen aikana maan pyörimisliike on kuitenkin hidastunut keskimäärin 1,4 millisekuntia vuosisataa kohti. Koska maan

pyöriminen ei täysin seuraa atomiajan etenemistä, pidetään UTC *karkaussekuntien* avulla alle 0,9 sekunnin päässä UT1:stä. [13]

Karkaussekunti lisätään yleisaikaan keskimäärin kerran vuodessa. Tällä varmistetaan että kellosta katsotun vuorokaudenajan ja auringosta määritetyn ajan välillä on aina alle sekunnin ero. Karkaussekunti lisätään joko joulukuun tai kesäkuun loppuun. Lisäyksestä päättää ja ilmoittaa IERS kuusi kuukautta etukäteen [14]. Maan pyörimisliikkeen muutoksen epäsäännöllisyyksistä johtuen karkaussekunnin lisäyksiä ei kyetä ennakoimaan pitkälle tulevaisuuteen.

Tähtiaika on astronominen aikayksikkö, joka määritetään maan pyörimisliikkeestä suhteessa tähtiin. *Paikallinen tähtiaika* voidaan määritellä tarkkailijan meridiaanin rektaskensiona, eli kevättasauspisteen ja meridiaanin kulmaerona. Maapallolla kuluu yhteen pyörähdykseen akselinsa ympäri suhteessa kevättasauspisteeseen 86164,0905 sekuntia, eli noin 23 h 56 min 4 s. Maan erittäin tasaisesta pyörimisnopeudesta huolimatta tähtiajassakin on tarkoilla instrumenteilla havaittavissa vaihtelua. 1900-luvun alkupuolella rakennettiin ensimmäiset ajanmittausvälineet, joilla *nutaation* jaksollinen vaikutus maan liikkeeseen havaittiin. [13]

Nutaation pääjakson pituus on runsaat 18 vuotta, ja sen amplitudi on noin 1 sekunti. Tämän poikkeaman vuoksi tähtiaikojakin on useita; termiä keskitähtiaika *MST* käytetään puhuttaessa tähtiajasta, jossa vain *prekession*, eli maan akselin kiertymisen vaikutus on otettu huomioon. Näennäisessä tähtiajassa *AST* myös nutaation vaikutus keskitähtiaikaan on huomioitu. Greenwichin meridiaanin keskitähtiaika *GMST* puolestaan on aika, josta UT1 on johdettu. [13]

Maan pyörimisnopeudessa on havaittu kolmenlaista vaihtelua: tasaista hidastumista, satunnaisia muutoksia ja jaksollista vaihtelua. Pyörimisen hidastuminen johtuu pääosin pyörimisenergian siirtymisestä Kuuhun vuorovesiaallon välityksellä. Osin hidastuminen kumoutuu johtuen Maan litistyneisyyden ja kuoren rakenteen muutoksista. Pitkällä aikavälillä vuorokausi on pidentynyt keskimäärin 1,7 millisekuntia vuosisataa kohti. Vaikka näin hidas muutos voi vaikuttaa taivaankappalemittauksen kannalta merkityksettömältä, ovat sen kumulatiiviset vaikutukset huomattavia; ajanlaskun alusta maan pyöriminen on jättänyt yli kolme tuntia verrattuna tasaiseen pyörimisnopeuteen. [13]

Efemeridiaika *ET* syntyi tarpeesta kehittää ajanmittausjärjestelmä, joka ei ole alttiina maan pyörimisliikkeen epäsäännöllisyyksille. *Conference on the Fundamental Constants of Astronomy* päättyi vuonna 1950 esittämään IAU:lle, että uusi aikastandardi perustuisi Maan pyörimisliikkeen sijaan maan kiertoliikkeeseen Auringon ympäri, kuten Simon Newcomb oli esittänyt jo vuonna 1895. Vuonna 1952 IAU päätyi ottamaan esitetyn määritelmän käyttöön. [13]

Aluksi vuosi käsitettiin *sideerisenä vuotena*, joka on maan todellinen kierros auringon ympäri suhteessa tähtiin. Käyttökelpoisemmaksi osoittautui kuitenkin *trooppisen vuoden* määritelmä, jossa vuosi mielletään ajanjaksoksi, jonka kuluessa aurinko tekee täyden kierroksen suhteessa maan akselin asentoon. Prekession vuoksi trooppinen vuosi on hieman sideeristä vuotta lyhyempi. [13]

Vuonna 1984 ET korvattiin vuonna 1979 käyttöön otetulla Terrestrial Dynamic Time:llä *TDT*, joka 1991 nimettiin uudelleen Terrestrial Timeksi (TT). TT etenee TAI:n kanssa samalla nopeudella, mutta edistää sitä 32,184 sekuntia. [13]

Tiedeyhteisön sisäinen vuorovaikutus ohjaa käytettäviä ajan käsitteitä ja niiden määritelmiä. Kun yleisaikaa 1960-luvulla perustettiin, halusivat astronomit ja paikanmäärittäjät yleisajan joka seuraa maan pyörimistä avaruudessa. Fyysikot ja insinöörit puolestaan halusivat tasaisesti etenevän ajan. Näiden näkemysten kompromissina syntyi UTC, joka etenee tasaisesti, mutta on karkaussekuntien avulla sidottu Maan pyörimiseen ja UT1:een. [13] Todellisuudessa taivaankappaleen suunta lasketaan juuri UT1:lle, mutta sekunnin murto-osan erosta johtuen ajanhetken mittaamisessa voidaan käyttää koordinoitua yleisaikaa.

Tiedeyhteisön sisäisestä paineesta johtuen UTC:n irrottamisen mahdollisuutta UT1:stä on tutkittu. Koordinoitun yleisajan käyttöönoton ensisijainen syy oli mahdollistaa taivaankappaleenavigointi käyttäen yleisaikaa. Satelliittinavigoinnin yleistymisen vuoksi yleisajan koor-dinointia sekunnin tarkkuuteen saakka ei kaikissa piireissä pidetä enää tarpeellisena. Taivaan-kappalemittauksen näkökulmasta UTC:n irrottaminen UT1:stä merkitsisi muutoksia mittaus-hetken määrittämistavassa. [13]

3. AURINKO- JA TÄHTIMITTAUSTAULUKKO

Aurinko- ja tähtimittaustaulukko on kehitetty tuliasemamittausten toisen perusongelman – suuntakulman, ratkaisemisen apuvälineeksi. Taivaankappalemittauksen laskuissa käytetään aurinko- ja tähtimittaustaulukkoa, tähtikarttaa sekä siihen liittyviä viivaimia. Laskut lasketaan tähän käyttöön tehdyille lomakkeelle. Sekä aurinko että tähtilaskulle on omat lomakkeensa.

Tässä työssä käsitellään taulukkoa kahdesta näkökulmasta: käytettävyyden ja laskennallisen tarkkuuden. Käytettävyyttä tutkitaan tykistön upseereille suunnatun strukturoidun kysely- ja testitilaisuuden avulla. Laskennallista tarkkuutta tutkitaan vertaamalla taulukon osatekijöiden antama arvoja todellisiin, ja arvioimalla niiden vaikutuksen suuruutta lopputulokseen, eli tämän työn tapauksessa napalukuun. Toinen, epäsuora menetelmä on arvioida taulukon toteutustapaa ja siitä aiheutuvaa teoreettista virhettä.

Taivaankappalemittauksen ratkaisurunko on laskentatavasta ja valitusta taivaankappaleesta riippumatta lähes aina sama. Yksinkertaistettuna laskennan vaiheet ovat seuraavat:

1. Selvitetään havaintopaikan asema maan pinnalla
2. Selvitetään taivaankappaleen koordinaatit taivaanpallon pinnalla
3. Tehdään tarvittava koordinaatiston kierto

Pohjantähtimittauksessa käytetään menetelmää, jossa atsimuuttiero taivaannavasta määritetään taulukolla graafisesti tähtiajan funktiona. Tämä on mahdollista taivaannavan läheisyydestä johtuvan pienen vuorokautisen liikkeen johdosta. Pohjantähtimittaus on kuitenkin taivaankappalemittauksen erikoismenetelmä, jota ei tässä työssä syvällisemmin käsitellä.

3.1. Käytettävyyden haasteet

Tutkimukseen liittyen toteutettiin kysely neljän eri kadettikurssin tykistöupseereille. Kysely koostui kahdesta osiosta. Ensimmäisessä osiossa selvitettiin avoimien kysymysten avulla vastaajien tottumuksia taivaankappalemittauksesta työelämävaiheen ajalta. Toisessa osiossa vastaajat tekivät arvalla valittuna joko aurinko- tai tähtimittauksen laskutoimituksen aurinko- ja tähtimittaustaulukkoa apuna käyttäen. Kyselylomakkeet on esitelty liitteessä 1.

Kyselyyn osallistui yhteensä 28 kenttätykistöaselajin upseeria, joista yhdeksän oli kadetteja. Viisitoista testihenkilöä laski koetilaisuudessa aurinkolaskun, ja kolmetoista tähtilaskun. Kadetit vastasivat ainoastaan kyselyn jälkimmäiseen osioon. Vastaukset kerättiin anonymisti

siten, että ensimmäisen ja toisen osion vastaukset sekä kadettikurssin numero ovat yhdistettävissä.

Ensimmäisen tilaisuuden jälkeen, johon osallistui 6 henkilöä, kyselyä muutettiin tulosten perusteella siten että tähtilaskun sijaan puolet vastaajista teki aurinkolaskun. Tällä muutoksella pyrittiin saamaan osaamisesta laajempi kirjo näkyviin tähtilaskun osoittautuessa siinä määrin haastavaksi, että kuvaa osavaiheiden hallitsemisesta ei syntynyt. Kyselyn ensimmäinen osio pysyi kaikille ryhmille samana.

Aurinkolaskun tekemisen aikaraja oli 12 minuuttia, ja tähtilaskun 16 minuuttia. Ajat ovat kaksi kertaa niin pitkiä, kuin normi mittauksen pisimmäksi sallituksi suoritusajaksi määrittää. Laskut tehtiin yksilötyönä normaalin parityön sijaan. Väljän aikarajan tarkoituksena oli mahdollistaa laskun rauhallinen ja huolellinen tekeminen oman osaamisen puitteissa. Rauhallisuutta ja huolellisuutta painotettiin myös pohjustuksessa ennen osion alkua.

Koulutustaustan osalta kyselyyn vastanneet muodostavat melko homogeenisen ryhmän. Taivaankappalemittaus on koulutettu kaikille kyselyyn osallistuneille ammatillisten opintojen yhteydessä. Mittauskoulutuksen tuntikehykset ovat vuosikurssien välillä säilyneet kutakuinkin samana.

Alkukyselyn perusteella työelämässä olleet jakautuivat kolmeen ryhmään: niihin jotka eivät ole olleet laisinkaan taivaankappalemittauksen kanssa tekemisissä (7 kpl), niihin jotka ovat käyttäneet taivaankappalemittausta satunnaisesti joitakin kertoja (7 kpl) ja niihin jotka ovat itse olleet kouluttajina tai ovat muuten käyttäneet taivaankappalemittausta säännöllisemmin (5 kpl). Oman vertailukelpoisen ryhmänsä muodostivat kadetit (9 kpl), joille taivaankappalemittaus oli tykistökoululla koulutettu muutamaa kuukautta ennen kyselyä.

Lähtötietokyselyn perusteella työelämässä taivaankappalemittausta käyttäneistä suurin osa (10 kpl) oli turvautunut *HP-laskimeen*, jolle oli asennettu kadetti Haggblomin 1990-luvulla laatima taivaankappalemittaus-sovellus. Laskimen käyttöä perusteltiin useimmin sillä, että sen käyttöä koulutettiin varusmiehille tai sillä tarkastettiin taulukolla saatujen tulosten oikeellisuus. Laskimen käytöstä nostettiin esille nopeus ja helppous.

Taulukkoa osallistujat (9 kpl) olivat päätyneet käyttämään silloin, kun sitä piti kouluttaa varusmiehille tai muuta menetelmää ei ollut saatavilla. Yksi vastaaja ilmoitti käyttäneensä taulukkoa, koska halusi palauttaa mittaustoimintaa mieleen. Useimmiten taulukkoa oli käytetty rinnan HP-laskimen kanssa.

Muista käytetyistä menetelmistä mainittiin Stellarium-ohjelmisto (1 kpl), *Excel-pohjainen laskuri* (1 kpl) sekä *Ikaros*[®]-sovellus (2 kpl). Näihin vaihtoehtoihin oli päädytty helppouden vuoksi tai testimielessä. Yksi vastaaja kertoi käyttäneensä Stellariumia kokeiluna alueelle johon taulukot tai laskin eivät riitä.

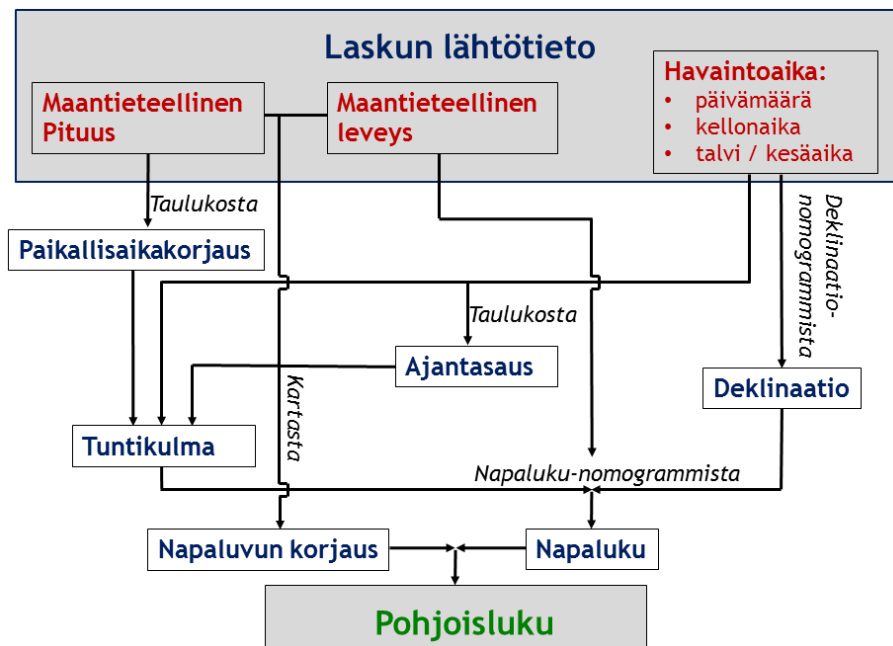
Rauhanajan kouluttajan/varohenkilön mentaliteetti oli luettavissa useimmissa vastauksissa; taivaankappalemittauksen taidon ylläpitämistä ei koettu tarpeellisena jos rauhanajan työtehtävä ei sitä edellyttänyt. Vain yksi vastaajista mainitsi kerranneensa aiheetta oman ammattitaidon ylläpitämiseksi.

Varsinainen taivaankappalelaskun testitilanne oli muodostettu mahdollisimman yksinkertaiseksi ja häiriöttömäksi. Kartan tarve poistettiin antamalla valmiit maantieteelliset koordinaatit, ja kysymällä loppuarvona taivaankappaleen napalukua pohjoisluvun sijaan. Havaintohetkien keskiarvo annettiin valmiiksi, ja akselinkaltevuuskorjausta tai pilkkalaskua ei tehty. Tähteä (Hamal) ei tarvinnut ”tunnistaa”. Testistä oli siis eliminoitu kaikki sellaiset osa-alueet, jotka eivät ole ominaisia nimenomaan taulukolla tehtävälle taivaankappalelaskulle.

Tulosten analysointia varten taivaankappalelaskun vaiheet jaettiin osakokonaisuuksiksi, joiden suhteen osaamista arvioitiin. Kokonaissuorituksen osaaminen olisikin ollut huono mittari; kaikista kahdestakymmenestäkahdeksasta testihenkilöstä vain yksi sai tuloksena tarkan napaluvun, alle kaksi piirua, joka sekin syntyi pienehkön lasku- ja lukuvirheen kumotessa toisensa.

Tulosten analysoinnissa oli otettava huomioon peräkkäisten välivaiheiden riippuvuussuhteet, jonka seurauksena virhe periytyy seuraaviin osasuoritteisiin. Välivaiheiden merkintöjen vuoksi virhe on paikannettavissa ja se on mahdollista jättää huomiotta arvioitaessa seuraavan vaiheen teknistä virheettömyyttä. Arvioitujen osatekijöiden väliset riippuvuussuhteet on esitetty seuraavissa alaluvuissa.

3.1.1. Aurinkomittaus



Kuva 7. Aurinkomittauslaskun vuokaavio; testitilaisuuden tuloksia analysoitiin laatikotujen solmuarvojen kautta.

Aurinkolaskussa kokonaisuuden, josta tuntikulma muodostuu, sai täydellisesti oikein yksi testihenkilö. Hieman yllättäen haastavin yksittäinen kohta tuntikulman laskemisessa oli paikallisaikakorjauksen määrittäminen, jossa etumerkkivirheen teki yksitoista testihenkilöä. Samansuuntainen havainto tehtiin tähtimittauksessa, jossa viisi testihenkilöä ei saanut määritettyä paikallisaikakorjausta laisinkaan, toiset viisi tekivät etumerkkivirheen ja vain kolme sai korjauksen määritettyä oikein.

Auringon deklinaation määritti oikein kuusi henkilöä. Nämä olivat pääosin samoja jotka lukivat ajantasauksen oikein; deklinaatio- ja ajantasaustaulukot ovat käyttölogiikaltaan samankaltaisia. Hankaluuksia aiheutti vaihtuva lukemasuunta ja 60-jakoisen asteen lukeminen 10-kantaisena lukuna.

Auringon napaluvun sai annetuille perusteille määritettyä oikein vain yksi testihenkilö. Paremmän kuvan napalukugrafiikan käytön osaamisesta kuitenkin antaa se, miten tarkasti saatu napaluku vastaa edellisen välivaiheen perusteita. Analyysivaiheessa kukin lomake tarkastettiin yksilöllisesti vertaamalla saatua napalukua edellisen vaiheen perusteisiin.

Taulukko 2. Aurinkomittauksen osaaminen osavaiheittain

	Kellonkorjaus	Paikallisaikakorjaus	Ajantasaus	Auringon tuntikulma	Deklinaatio	Napaluku	Aika
	0	-20 min; +12 sek	15 min 59 sek	14 h 56 min 11 sek	-17° 30'	36-95	
SM7_1	0	0	0	-	-	-	12:00
SM7_2	0	0	0	-	0	0	9:26
SM7_3	1	0	1	0	1	0	12:00
SM7_4	1	0	1	0	0	-	12:00
SM7_5	1	0	1	0	0	0	10:00
SM7_6	1	0	1	0	1	0	10:00
SM9_1	1	1	1	1	-	-	12:00
SM9_2	1	0	1	0	-	-	12:00
SM9_3	1	0	1	0	1	1	7:00
SM9_4	1	0	1	0	-	-	12:00
KadK_1	1	0	0	-	-	-	12:00
KadK_2	1	1	1	0	1	-	12:00
KadK_3	1	0	-	0	-	-	12:00
KadK_4	1	1	1	0	1	0	8:20
KadK_5	1	1	1	0	1	0	8:20
Yhteensä	13	4	11	1	6	1	

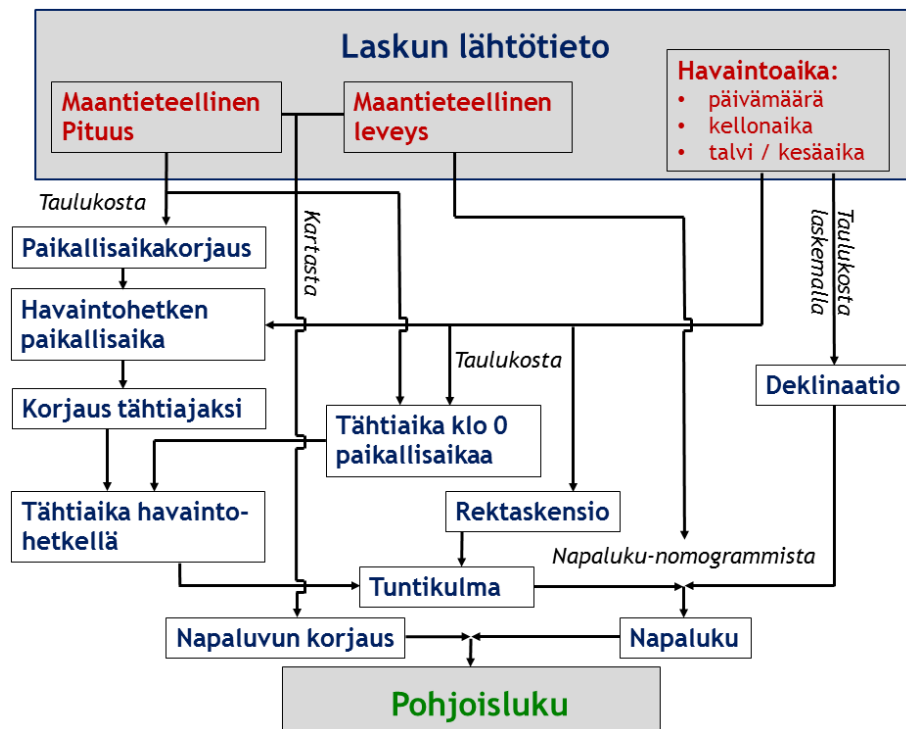
Selite:
1 = oikea vastaus
0 = väärä vastaus
- = ei vastattu

Auringolle napaluvun sai tuotettua seitsemän niistä yhdeksästä testihenkilöstä, joilla oli perusteet (oikeat tai väärät) *napalukunomogrammin* (ks. kuva 9) käyttämiseen. Näistä seitsemästä tuloksesta kolmessa oli isohko lukemavirhe, jonka syytä ei kyetty paikallistamaan. Kahdessa tapauksessa lukemassa oli 2–3 piirun virhe, joka on pienehkö, mutta kuitenkin selkeästi suurempi kuin napalukunomogrammin käytöstä aiheutuva todennäköinen virhe 0,8 –1,25 piirua [10, s. 28]. Kahdessa lomakkeessa napaluku oli luettu oikein, joskin toisessa lukemiseen käytetty tuntikulma oli laskettu väärin. Mainittakoon vielä että annetut perusteet johtivat melko helppoon lukumekaaniseen suoritteeseen, jossa viivain asettuu samansuuntaiseksi taulukon aikamuuttujan apuviivojen kanssa.

3.1.2. Tähtimittaus

Tutkimukseen liittyen tähtimittauksen suoritti kolmetoista testihenkilöä, joista neljä oli kadetteja. Yleisesti tähtilasku osattiin vielä aurinkolaskuakin huonommin, joka oli myös odotettavissa oleva tulos.

Jo aiemmin käsitelty paikallisaajan määrittäminen tapahtuu kuten aurinkolaskussa. Samoin napaluvun määrittäminen tapahtuu tuntikulman ja deklinaation avulla samalla tavalla ja samoja taulukoita käyttäen kuin aurinkolaskussa. Suurimpana poikkeuksena aurinkolaskuun on tuntikulman määrittäminen numeeristen laskentataulukoiden avulla.



Kuva 8. Tähtimittauslaskun vuokaavio. Aurinkolaskuun verrattuna tuntikulman ratkaisemista edeltää huomattava määrä välivaiheita

Kolmestatoista testihenkilöstä vain yksi sai määritettyä täysin oikein tähtiajan klo 0 paikallista aikaa. Lisäksi viisi vastaajaa oli saanut joitakin osia korjauksesta määritettyä, eli ainakin onnistunut löytämään oikean taulukon. Korjaus tähtiajaksi osoittautui odotetusti hieman helpommaksi; viidestä yrittäneestä kolme sai laskettua oikean tuloksen. Havaitut virheet eivät pääosin johtuneet niinkään virheistä osaratkaisuiden yhteenlaskuissa, kuin sekaannuksista lukiessa arvoja ja sijoitettaessa niitä lomakkeelle. Sekaannus tapahtuu varsinkin kokemattomalle laskijalle helposti, sillä samasta asiasta saatetaan puhua taulukoissa ja lomakkeella jopa kolmella hieman toisistaan poikkeavalla nimityksellä.

Tähden koordinaatit, eli rektaskension ja deklinaation oli onnistunut ratkaisemaan oikein noin puolet testihenkilöistä. Yhdessä tapauksessa deklinaatio oli luettu Auringon taulukosta. Koordinaatit ratkaisseet henkilöt olivat pitkälti samoja, jotka olivat onnistuneet parhaiten tähtiajan määrittämisessä. Tämä oli odotettavissa, sillä laskentamekaniikka on molemmissa osakokonaisuuksissa samankaltainen.

Mittaustähdelle napaluvun sai aikaiseksi kaksi testihenkilöä. Toisessa tapauksessa napaluvun tuottavat perusteet olivat täysin mielivaltaisia, joka näkyi lopputuloksessa. Millään järjellisellä kombinaatiolla virheenetsintä ei tuottanut vastausta tapahtuneen virheen laadusta. Toisessa tapauksessa esityö oli tehty tarkasti, mutta napaluvun kasvusuunta (oikealta vasemmalle) oli oletettu vääräksi.

Taulukko 3. Tähtimittauksen osaaminen osavaiheittain

	Kellonkorjaus	Paikallisaikakorjaus	Hav. hetken paikallisaika	Tähtiaika klo 0 paik.	Korjaus tähtiajaksi	Tähtiaika hav. hetkellä	Rektaskensio	Tuntikulma	Deklinaatio	Napaluku	Aika
	0	-20 min; +12 sek	17:40:12	3:20:05	02:55	21:03:13	2:08:11	6:55:02	23° 33'	14-90	
SM8_1	1	0	-	-	-	-	-	-	-	-	16:00
SM8_2	1	0	0	-	-	-	-	-	-	-	16:00
SM8_3	1	0	0	0	1	0	1	-	-	-	13:30
SM8_4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12:00
SM8_5	1	-	-	0	-	-	0	-	-	-	10:47
SM8_6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6:00
SM9_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13:30
SM9_2	0	0	0	0	0	-	1	-	1	-	16:00
SM9_3	-	-	-	-	-	-	0	-	1	-	13:30
KadK_1	1	0	0	-	-	-	1	-	0	-	13:00
KadK_2	-	-	-	-	-	-	-	-	0	-	13:00
KadK_3	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	13:15
KadK_4	1	1	1	0	0	0	1	0	1	-	15:30
Yhteensä	8	3	3	1	3	1	6	1	4	0	

Vastausten analysoinnissa noudatettiin seuraavia raja-arvoja: tuntikulmaan vaikuttavissa teki-
jöissä vastaus arvioitiin oikeaksi, jos virhe oli alle viisitoista sekuntia, mikä tuottaa noin pii-
run suuruisen virheen. Deklinaatiossa sallittiin kolmen kaariminuutin virhe, ja napaluku kat-
sottiin tarkaksi jos virhe oli alle kaksi piirua.

3.1.3. Käytettävyyden yhteenveto

Testitulaisuuden tulokset täydentävät osaltaan aiemmin tehtyyn tutkimukseen liittyvän asian-
tuntijakyselyn tuloksia. Osa tuloksista oli pääteltävissä kokemuksen pohjalta jo ennen kyselyn
toteuttamista, kuten tähtimittauksen haastavuus aurinkomittaukseen verrattuna. Tämän tutki-
muksen kohderyhmän valinta rivikouluttajista asiantuntijoiden sijaan toi kuitenkin erilaisen
näkökulman taulukon ja siihen liittyvän koulutuskulttuurin haasteisiin.

Vaikka otantajoukko on lukumääräisesti pieni, kattaa se yli 80 % neljän vuosikurssin tykistö-
koulutetuista upseereita. Sinänsä vastausten lukumäärän kasvattaminen teettämällä kysely
myös toisen taivaankappalemittausta harjoittavan aselajin, eli KRH:n edustajille olisi ollut
mahdollista. Heterogeenisen koulutustaustan vuoksi tässä tutkimuksessa päädyttiin kuitenkin
vain yhden aselajin edustajiin; kyseessä on sinällään kattava otos tietyn ryhmän edustajista.

Toisenlaiseen kohdejoukon valintaan on aiemmassa tutkimuksessaan päätyneet Storgårds, joka
selvitti aurinko- ja tähtimittauskoulukolla tehtävän mittauksen haasteita asiantuntijakyselyn
avulla. Kyselyn kohderyhmänä olivat mittauskouluttajat eri varuskunnista, ja kysymyksiin
vastattiin samantyyppisten avaintekijöiden kautta, joita tässä tutkimuksessa käytettiin analyys-
sin välineenä.

Tämän tutkimuksen eriävä tehtävänanto toi tuloksista esiin puolen, jota ei ollut osattu enna-
koida, ja joka valmiilla luokittelulla olisi jäänyt piiloon; suurimmat haasteet taivaankappale-
laskussa eivät liittyneetkään analysoitaviin solmukohtiin, vaan niitä yhdistäviin ”viivoihin”.

Valtaosalla otantajoukon henkilöistä lasku katkesi osavaiheiden *välissä*, kun ei löydetty seuraavaan välivaiheeseen. Ei siis hahmotettu missä vaiheessa kokonaisuutta oltiin menossa ja mitä seuraavana pitäisi tehdä. Kyseessä ei ole lasku- tai lukutekninen haaste, joita Storgårds tutki, vaan menetelmäkohtainen ongelma, joka ilmenee kun taulukon ja laskentalomakkeen rakenne tai aiheen taustaymmärrys eivät ohjaa laskuprosessia oikeaan suuntaan.

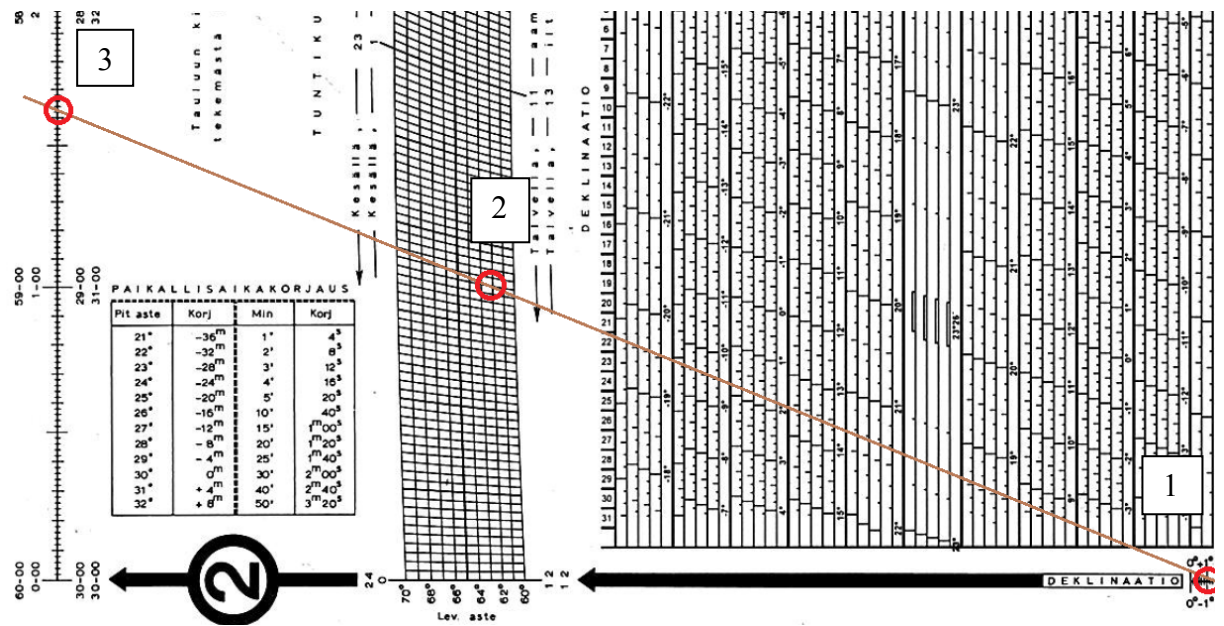
Tämän tutkimuksen perusteella ei selviä miten paljon kokemusta ja toistoja tarvitaan, jotta laskentaan syntyy pysyvä rutiini, mutta vähäinen se määrä ei näytä olevan; aurinko- ja tähtimittaustaulukko aiheuttaa haasteita jopa sitä toistuvasti kouluttaneille. Avoimien vastausten perusteella ongelmassa on kyse eräänlaisesta pedagogisesta noidankehästä: menetelmään liitetään negatiivisia mielikuvia kuten hitaus ja epävarmuus, jolloin sitä ei myöskään haluta käyttää silloin kun muita vaihtoehtoja on tarjolla. Tällöin osaamisen edellyttämää rutiinia ei pääse syntymään, ja menetelmän välttely jatkuu. Eräs vastanneista kertoi taivaankappalemittauksesta, ettei ”...*asiaa ole parina viime vuotena edes opetettu varusmiehille, koska (mittauksissa) on käytetty paikantamisajoneuvoa*”.

3.2. Menetelmäkohtaiset piirteet

Laskennassa saadut ja työssä dokumentoidut taivaankappaleiden sijainnit on ilmoitettu pääosin ekvatoriaalisina koordinaatteina. Pohjoisluvun määrittämisen kannalta ne eivät kuitenkaan ole oleellisia. Olennaista on se, miten virhe periytyy taivaankappaleen napalukuun horisonttijärjestelmässä.

Napaluvun virhe muodostuu viime kädessä taivaankappaleen deklinaation sekä paikallisen tuntikulman virheistä. Paikallinen tuntikulma puolestaan muodostuu paikallisesta tähtiajasta sekä taivaankappaleen rektaskensioista siten, että taivaankappaleen tuntikulma on havaitsijan etelämeridiaanista myötäpäivään taivaankappaleen projektiopisteeseen päiväntasaajatasolla oleva kulma.

Yksiselitteistä ratkaisua eri parametrien aiheuttaman virheen vaikutukseen ei ole, vaan jokaiselle tapaukselle napaluku on ratkaistava erikseen. Aurinko- ja tähtimittaustaulukolla tuntikulma ja deklinaatio muunnetaan napaluvuksi napalukunomogrammin avulla.



Kuva 9. Aurinko- ja tähtimittaustaulukolla napaluku (3) luetaan nomogrammista deklinaation (1) sekä leveyden ja tuntikulman (2) perusteella

Napaluvun tarkka muunnos voidaan johtaa pallotrigonometrisistä kaavoista seuraavaan matemaattiseen ratkaisumuotoon:

$$Nal = \arctan\left(\frac{\sin(Tky)}{\cos(Tky) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \tan(\delta)}\right) + 180^\circ \quad (\text{Kaava 3.01})$$

, jossa:

Nal = taivaankappaleen napaluku

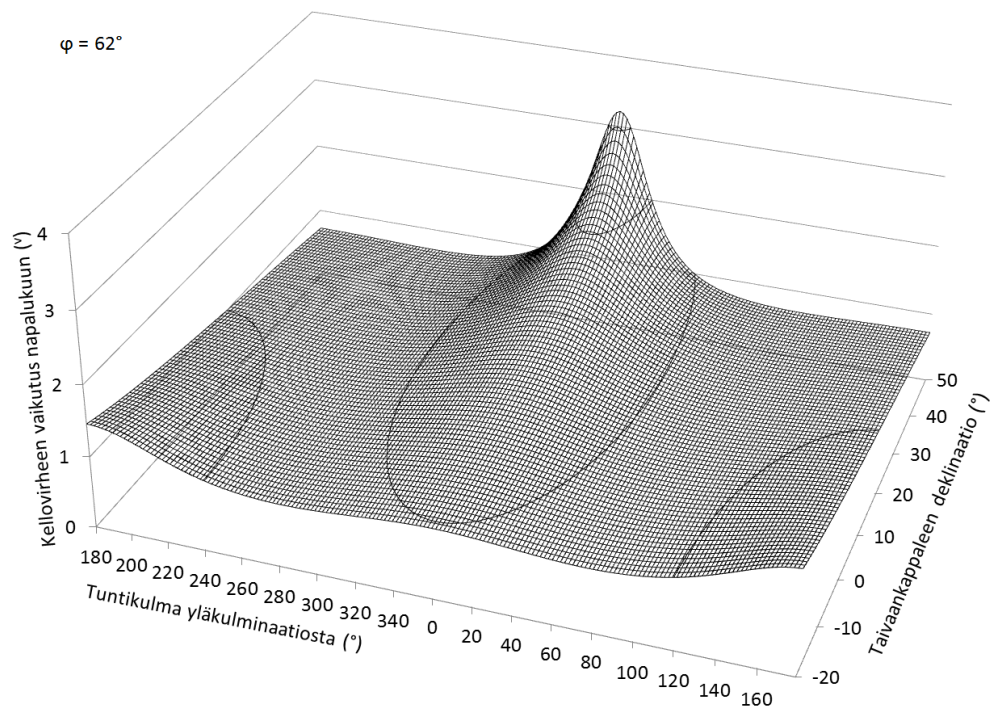
Tky = taivaankappaleen tuntikulma yläkulminaatiosta

ϕ = havaintopaikan leveyspiiri

δ = taivaankappaleen deklinaatio

3.2.1. Taivaankappaleen tuntikulma

Keskimääräinen taivaankappaleen kulmanopeus on noin 1 piirua / 15 sekuntia (keskiauringolle $6000^v / (24 \cdot 60 \cdot 4) = 1,0417^v$ per 15 sekuntia). Yllä olevasta kaavasta voidaan kuitenkin havaita, että napaluvun muutosnopeudessa on vuorokauden mittaan vaihtelua. Esimerkiksi leveyspiirillä 62° , joka halkaisee Suomen Mikkelin–Jyväskylän korkeudelta, saadaan napaluvun muutosnopeudelle seuraavanlainen kuvaaja.



Kuva 10. Viidentoista sekunnin kellovirheen vaikutus napalukuun eri tuntikulman ja deklinaation arvoilla

Aurinko- ja tähtimittaustaulukossa paikallisaikakorjaus on taulukoitu yhden kaariminuutin välein, joka ajallisesti vastaa neljän sekunnin korjausta. Jos maantieteellinen paikannus tehdään desimaali katkaisemalla, on keskimääräinen virhe 2 sekuntia. Virheen odotusarvon voi puolittaa pyöristämällä sijainnin lähimpään minuuttiin pyöristyssääntöjen mukaisesti. Paikallisaikakorjaus lasketaan sekä aurinko- että tähtimittauksessa. Yllä olevissa kuvaajissa käytetty viidentoista sekunnin virhe tuntikulmassa vastaa lähes neljän kaariminuutin virhettä maantieteellisessä pituudessa.

Suurimmillaan napaluvun muutosnopeus on, kun taivaankappaleen deklinaatio on lähellä havaitsijan maantieteellistä leveyttä ja taivaankappale on mittaajan etelämeridiaanilla, jolloin taivaankappale leikkaa vertikaaleja lähellä zeniittiä. Sama ilmiö ei esiinny yhtä voimakkaana taivaankannen meridiaanin pohjoisella osalla, sillä taivaannavan läheisyydestä johtuen taivaankappaleen näennäinen kulmanopeus taivaanpallon pinnalla on hitaampaa.

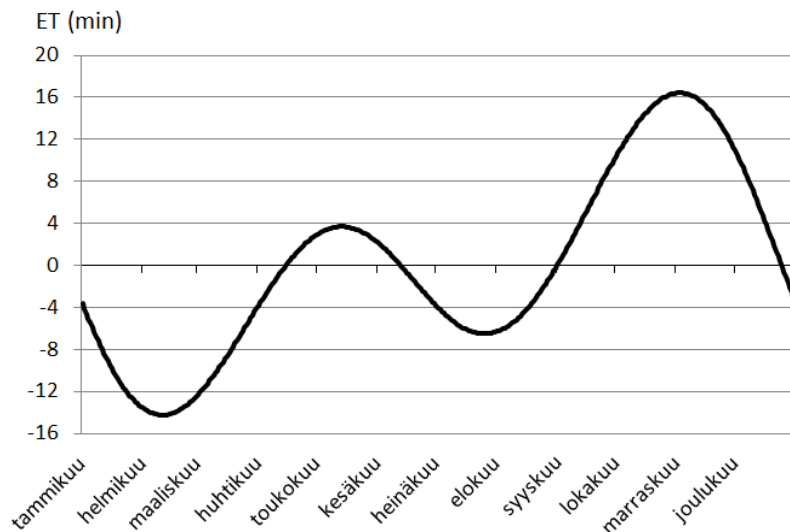
Pienen tuntikulmavirheen kannalta edullisin mittausasetelma olisi sellainen, jossa mitattava kappale olisi lähellä taivaannapaa ja kaukana zeniitistä. Tällaiseen tilanteeseen päästään kuitenkin vain lähellä päiväntasaajaa. Suomen leveyspiireillä taivaannapa on noin 20° – 30° :en päässä zeniitistä.

Huomattavaa on, että yllä esitetyt kuvaajat pätevät kaikille taivaankappaleille, myös Aurin-
golle ja Kuulle. Ekliptikan kaltevuus, eli Maan pyörimisakselin ja ratatason välinen kulma on
noin $23,4^\circ$, joten Auringon ekvatoriaalisen leveyden itseisarvo ei koskaan kasva tätä suurem-
maksi. Kuun inkliinaatio on noin 5° , joten se voi nousta $23,4^\circ + 5^\circ = 28,4^\circ$ päiväntasaajata-
son yläpuolelle, tai vastaavasti laskea saman verran sen alapuolelle [12, s. 209].

Auringon tapauksessa tuntikulmaan vaikuttaa paikallisaikakorjauksen lisäksi ajantasaus. Täh-
timittauksessa tuntikulma puolestaan muodostuu tähtiajan ja rektaskension erotuksena, jolloin
virhe kummassa tahansa muuttujassa periytyy suoraan tuntikulmaan (ks. Kuva 8). Taulukko-
laskennassa on varsin tavallista että edellä mainituissa muuttujissa on pieniä epätarkkuuksia
(ks. edellinen luku). Sopivissa astronomisissa olosuhteissa pienillä epätarkkuuksilla ei kuiten-
kaan ole mittaustarkkuuteen merkittävää vaikutusta.

3.2.1.1. Auringon tuntikulma

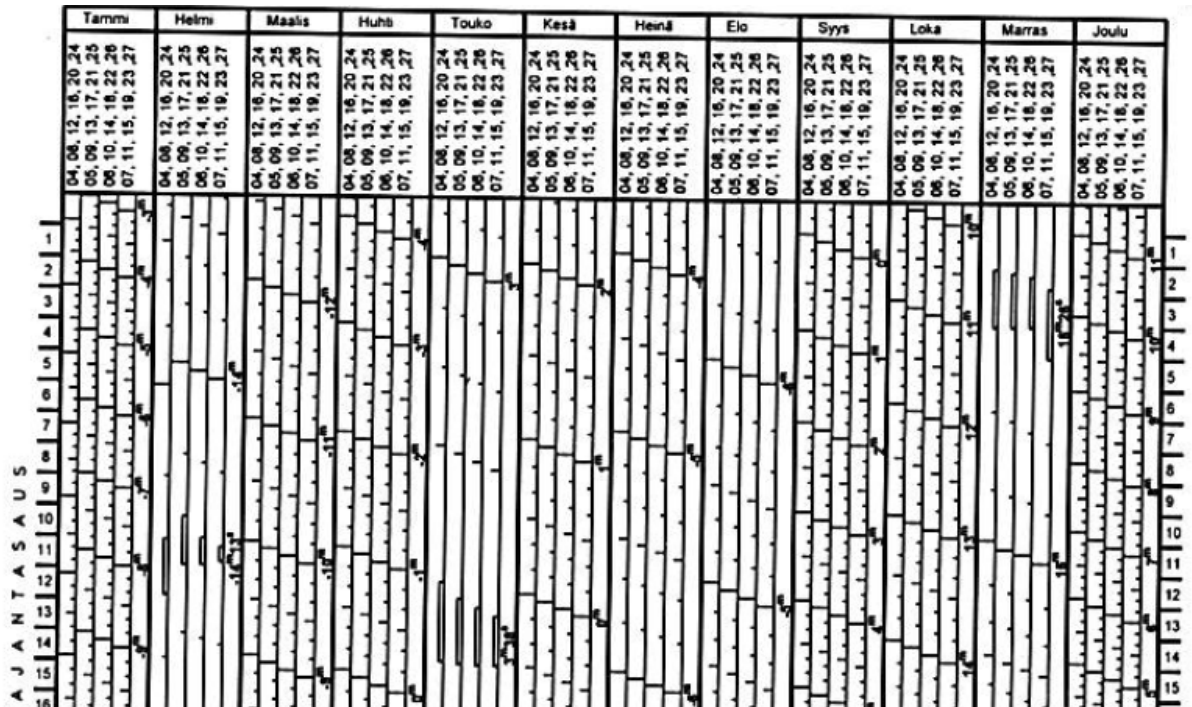
Maan akselin kaltevuuden ja kiertoradan elliptisyyden vuoksi Auringon näennäinen liike
Maan ympäri ei ole tasaista. Todellisen aurinkoaajan sijaan koordinoitu yleisaika seuraa kuvit-
teellista *keskiaurinkoa*, jonka projektio taivaan ekvaattorilla liikkuu tasaisella kulmanopeudel-
la täyden kierroksen yhdessä vuodessa. Näennäisen ja keskiaurinkoaajan välistä erotusta kutsu-
taan ajantasaukseksi (ET).



Kuva 11. Ajantasauksen
kuvaaja vuodelle 2005

Vuoden mittaan aurinkoaika edistää keskiaurinkoaikaa enimmillään noin 16 min 27 s (mar-
raskuussa), ja on siitä jäljessä noin 14 min 12 s (helmikuussa). Ajantasauksen tarkan arvon
laskeminen on suhteellisen monimutkainen prosessi, joka esitellään tarkemmin seuraavassa
pääluvussa.

Aurinko- ja tähtimittaustaulukolla ajantasaus määritellään lukemalla viivaimella ajantasaus-taulukosta. Taulukko on rakennettu siten, että kullekin karkausvuoden jälkeiselle vuodelle on oma lukemarivinsä, jota kutakin on viivästetty 0,25 vuorokautta, eli 6 tuntia edellisestä vuodesta. Karkausvuosi palauttaa syklin vuorokausisiirtymällä alkuasetelmaan.



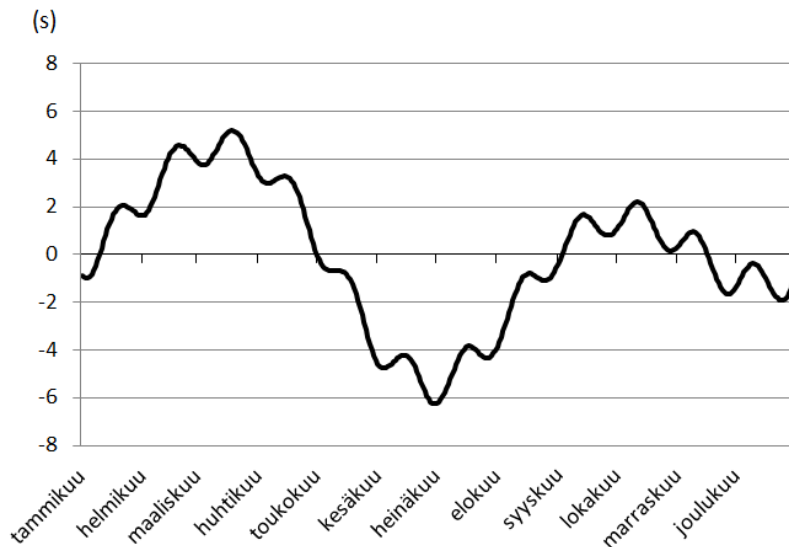
Kuva 12. Ajantasaus-taulukko

Edellä kuvattu toteutus aiheuttaa lopputulokseen ainakin kahdenlaista epätarkkuutta;

- 1) kuvailussa ratkaisussa syklin aallonpituudeksi on oletettu 365,25 vuorokautta. Todellisuudessa trooppinen vuosi, eli Auringon kahden perättäisen kevättasauspisteen ohituksen välinen aika on $\sim 365,2422$ vuorokautta.
- 2)) Ajantasauksen funktion aallonpituus ja amplitudi eivät pysy samana vuodesta toiseen.

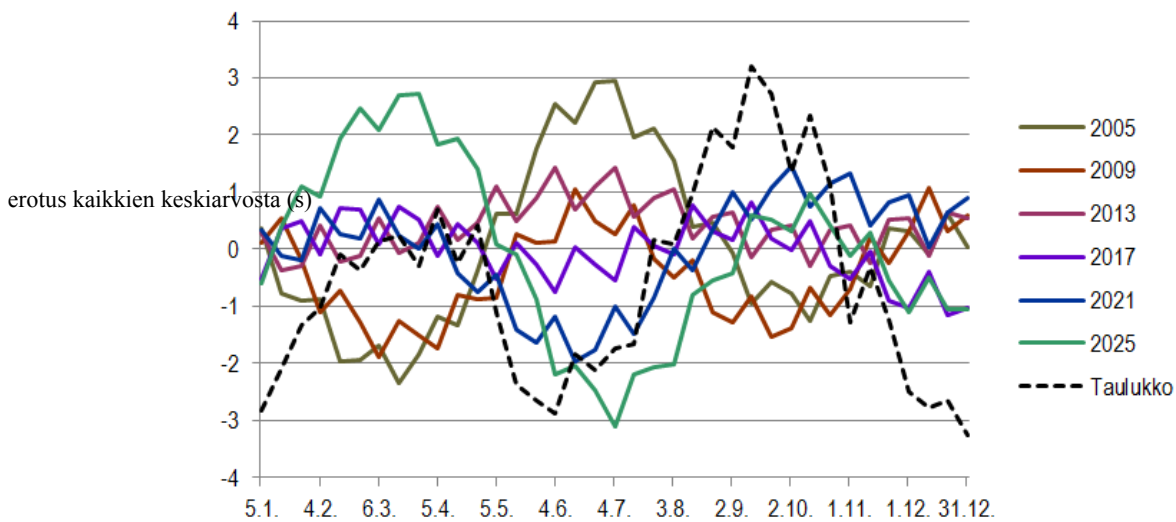
Trooppisen vuoden ja juliaanisen vuoden pituuseron seurauksena taulukkoon tulee vuosittain $365,25 - 365,2422 = 0,0078$ vuorokauden, eli n. 11 minuutin vaihesiirtymä. Vuositasolla virhe ei ole suuri, mutta taulukon kahdenkymmenen vuoden käyttöiän kumuloitumisen seurauksena ero kasvaa taulukon elinjakson aikana lähes neljään tuntiin.

Ajantasaus muuttuu vähitellen Maan akselinkaltevuuden, radan epäkeskeisyyden ja perihelin pituuden muuttuessa. Suuremmat muutokset kehittyvät vuosisatojen kuluessa, mutta sekuntiluokan epäsäännöllisyyksiä ilmenee jo muutaman vuoden aikajänteellä. Jo kahdenkymmenen vuoden ajanjaksolla saattaa ilmetä mittaustarkkuuteen vaikuttavia muutoksia.



Kuva 13. Ajantasauksen ero vuosien 2005 ja 2025 välillä

Alla olevaa kuvaajaa varten taulukosta luettiin ajantasauksen arvot 10 vrk välein. Vastaaville päivämäärille ko. ryhmän vuosina laskettiin ajantasaukset keskikevättasauspisteelle. Tuloksesta syntyneen 222 näytteen pohjalta todennäköiseksi virheeksi saatiin 1,7 sekuntia suurimman havaitun poikkeaman ollessa 5,4 sekuntia (ks. Liite 2). Ajantasauksen virheen lopullista vaikutusta napalukuun arvioitaessa tulee aiemmin esitettyjen perusteiden mukaisesti ottaa huomioon Auringon deklinaation kausivaihtelu.



Kuva 14. Taulukoitujen vuosien ajantasauksen poikkeama joukon keskiarvosta. Katkoviivalla merkityt arvot on saatu manuaalisesti taulukosta lukemalla.

Laskennallisella optimoinnilla ajantasaustaulukon suurinta virhettä ja tarkastelujakson todennäköistä poikkeamaa olisi mahdollista pienentää runsaalla kolmanneksella. Nopean muuttuvuuden vuoksi olisi taulukointi mielekäästä toteuttaa joukon keskiarvoilla. Näin saatu taulukko edustaisi paremmin koko otantaa yksittäisen vuoden sijaan. Kuvaajasta voidaan kuitenkin havaita että taulukko ei esitä otantajoukon keskiarvoa, eikä myöskään mitään sen yksittäistä

vuotta. Toisaalta voidaan havaita, että olisi mahdollista luoda synteettinen kuvaaja jonka suurin virhe pysyy 20 vuoden seurantajaksolla alle kolmessa sekunnissa. Todennäköinen virhe samalla tarkastelujaksolla olisi noin 1 sekunti.

3.2.1.2. Tähtien tuntikulma

Tähtien tuntikulma lasketaan aurinkolaskusta poikkeavalla tavalla, mutta sen vaikutus napaluokun on vastaava kuin Auringolla. Kuten kuvasta 7 voidaan havaita, tähtien tuntikulma riippuu paikallisen tähtiajan ja tähtien rektaskension yhteisvaikutuksesta. Maan pyörimisliikkeen epäsäännöllisyydet ja hidastuminen vaikuttavat tähtiaikaan. Hidastuminen on kuitenkin niin verkaista, että aurinko- ja tähtimittaustaulukon lyhyen käyttöänsä vuoksi sillä ei ole merkitystä.

Maan pyörimisnopeuteen liittyvät epäsäännöllisyydet liittyvät muiden Aurinkokunnan kappaleiden, pääosin Auringon ja Kuun aiheuttamiin häiriöihin. Prekessioliike aiheuttaa kumulatiivisen efektin, joka on ainakin pidemmällä aikavälillä otettava mittauksissa huomioon. Epäsäännöllisempi, periodista häiriötä Maan akselin liikkeeseen aiheuttava ilmiö on nutaatio. Sillä on noin 18,6 vuoden mittaisen pääjakson lisäksi lyhyempiä ala-jaksoja, joiden laskeminen on huomattavasti hankalampaa kuin prekession tapauksessa, eikä niiden taulukointi aurinko- ja tähtimittaustaulukoon olisi siksi mielekäästä. Nutaation aiheuttamat häiriöt ovat onneksi niin pieniä, että sen vaikutus voidaan taivaankappalemittauksissa tarpeen tullen sivuuttaa kokonaan. [12, s. 47–48] Näiden epäsäännöllisyyksien pitkäaikaisia vaikutuksia tarkastellaan tarkemmin seuraavassa pääluvussa.

Tähtiajan lähes tasaisen etenemisen vuoksi sen laskeminen kohtalaisella tarkkuudella koor-dinoidusta yleisajasta on yksinkertaista. Aurinkovuorokausi, eli *synodinen* vuorokausi vastaa 24 h 3 min 56,56 s tähtiaikaa. Aurinko- ja tähtimittaustaulukossa tämä korjaus on huomioitu taulukoissa 2 ja 3.

Tähtiaika klo	0.00
paikallis-aikaa	+35°
itään Gr:stä v 2007	
6 h 36 min 44.79 s	
7 h 16 min 10.35 s	
7 h 55 min 35.9 s	
8 h 35 min 1.45 s	
9 h 14 min 27.01 s	
9 h 53 min 52.56 s	
10 h 33 min 18.12 s	
11 h 12 min 43.67 s	
11 h 52 min 9.22 s	
12 h 31 min 34.78 s	
13 h 11 min 0.33 s	
13 h 50 min 25.88 s	
14 h 29 min 51.44 s	
15 h 9 min 16.99 s	
15 h 48 min 42.54 s	
16 h 28 min 8.1 s	
17 h 7 min 33.65 s	
17 h 46 min 59.21 s	
18 h 26 min 24.76 s	
19 h 5 min 50.31 s	
19 h 45 min 15.87 s	
20 h 24 min 41.42 s	
21 h 4 min 6.97 s	
21 h 43 min 32.53 s	
22 h 22 min 58.08 s	
23 h 2 min 23.64 s	
23 h 41 min 49.19 s	
24 h 21 min 14.74 s	
25 h 0 min 40.3 s	
25 h 40 min 5.85 s	
26 h 19 min 31.4 s	
2 h 58 min 56.96 s	
3 h 38 min 22.51 s	
4 h 17 min 48.06 s	
4 h 57 min 13.62 s	
5 h 36 min 39.17 s	
6 h 16 min 4.73 s	

$\Delta\theta_v$
2005: 1 min 54.58 s
2006: 0 min 57.29 s
2007: 0 min 0.0 s
2008: 2 min 59.26 s
2009: 2 min 1.97 s
2010: 1 min 4.68 s
2011: 0 min 7.39 s
2012: 3 min 6.66 s
2013: 2 min 9.37 s
2014: 1 min 12.08 s
2015: 0 min 14.79 s
2016: 3 min 14.05 s
2017: 2 min 16.76 s
2018: 1 min 19.47 s
2019: 0 min 22.18 s
2020: 3 min 21.45 s
2021: 2 min 24.16 s
2022: 1 min 26.86 s
2023: 0 min 29.57 s
2024: 3 min 28.84 s
2025: 2 min 31.55 s
2026: 1 min 34.26 s
2027: 0 min 36.97 s

Kuva 15. Aurinko- ja tähtivuorokauden suhdetta kuvaavat taulukot. Vasemmassa taulukossa on tähtiajat 10 vuorokauden välein vuodelle 2007. Oikeanpuoleinen taulukko ilmaisee vuotuisen korjauksen. Vastaavat elementit löytyvät aurinko- ja tähtimittaustaulukosta (taulukko 3) lähimpään tasasekuntiin pyöristettynä. Taulukoissa ei ole havaittavissa virhettä kuvan laskennallisiin arvoihin.

Yläpuolelle lasketut arvot ovat keskimääräistä tähtiaikaa, jossa *tasauspisteiden tasausta* ei ole otettu huomioon. Vertaamalla laskettuja arvoja aurinko- ja tähtimittaustaulukkoon voidaan huomata että eroa ei pyöristystarkkuuden puitteissa ole tarkastelujaksolla havaittavissa (ks. Liite 3).

Tähden rektaskension muutoksen ennakoiminen edellyttää huomattavasti monimutkaisempia laskutoimituksia. Jokaisella tähdellä on kiinteiden, johonkin ajanhetkeen sidottujen koordinaattien lisäksi ominaisliike, joka kertoo tähden kulman muutosnopeuden taivaankannella. Ominaisliike ei suoraan kerro tähden koordinaattien muutosta, vaan kussakin tapauksessa se on erikseen laskettava. Koordinaattien muutoksen laskeminen ominaisliikkeen avulla esitellään tarkemmin seuraavassa luvussa (ks. kaavat 4.16–4.26).

Mittaustähdet muuttavat koordinaatteja kohtalaisen hitaasti, joten oikeansuuntaisilla korjauksilla virhe ei parinkymmenen vuoden aikajänteellä pääse kasvamaan mittauksen kannalta merkittävän suureksi. Aurinko- ja tähtimittaustaulukossa mittaustähdille on ilmoitettu rektaskensiot vuodelle 2007, sekä vuotuiset tähtikohtaiset korjaukset.

TAULUKKO 1

Tähti	Rektaskensio (Ra)		Deklinaatio (δ)	
	v. 2007	$\Delta R_{a,v}$	v. 2007	$\Delta \delta_v$
Hamal / α Oinas	02 ^h 07 ^m 33.8 ^s	+3.34 ^s	23 [°] 29.7 [']	+0.28 [']
Aldebaran	04 ^h 36 ^m 19.0 ^s	+3.40 ^s	16 [°] 31.4 [']	+0.12 [']
Betelgeuse	05 ^h 55 ^m 32.7 ^s	+3.20 ^s	07 [°] 24.5 [']	+0.01 [']
Regulus	10 ^h 08 ^m 44.3 ^s	+3.14 ^s	11 [°] 56.0 [']	-0.30 [']
Arcturus	14 ^h 15 ^m 58.5 ^s	+2.69 ^s	19 [°] 08.8 [']	-0.31 [']
Altair	19 ^h 51 ^m 07.1 ^s	+2.88 ^s	08 [°] 53.2 [']	+0.16 [']
Markab / α Pegasus	23 ^h 05 ^m 06.3 ^s	+2.94 ^s	15 [°] 14.6 [']	+0.32 [']

Kuva 16. Mittaustähtien rektaskensiot vuotuisine korjauksineen

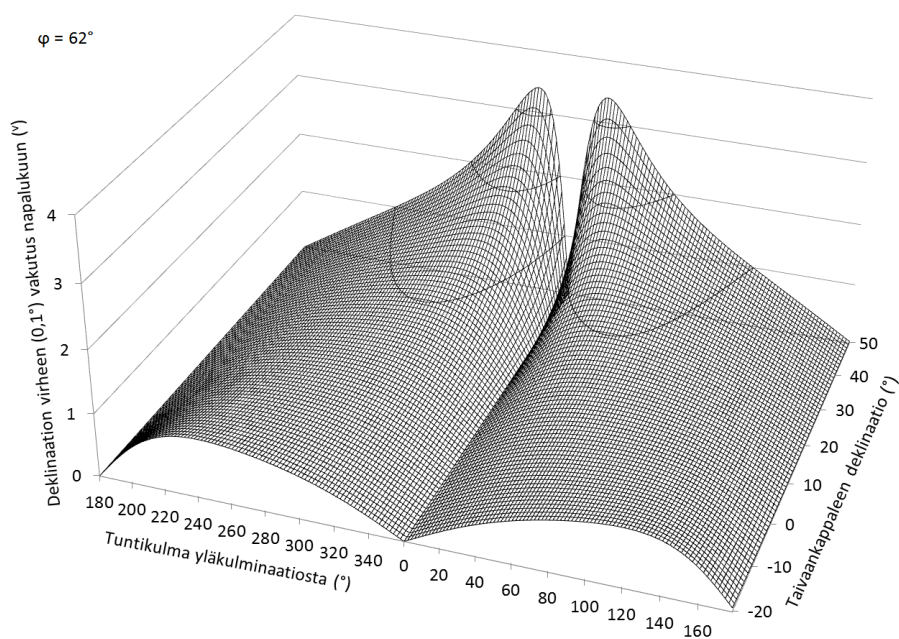
Liitteessä 4 on verrattu aurinko- ja tähtimittaustaulukon avulla saatuja mittaustähtien rektaskensioita laskennallisiin arvoihin. Molemmat arvot on laskettu vuoden ensimmäiselle päivälle klo 0 paikallista aikaa. Voidaan havaita että aurinko- ja tähtimittaustaulukon korjauksissa on systemaattista virhettä, joka kumuloituu lineaarisesti tarkastelujakson loppua kohden. Kaikkien tähtien kohdalla virhe on lähes identtinen. Toisaalta kumuloituminen on hidasta, ja on tarkastelujakson lopussa suurimmillaankin vain $\sim 1,5$ s. Liitteen laskennalliset koordinaatit on laskettu keski-kevättasauspisteellä, jossa nutaation ja *aberration* aiheuttamat pienet korjaukset on jätetty huomiotta.

3.2.2. Taivaankappaleen deklinaatio

Deklinaation virheen vaikutusta napalukuun arvioidaan seuraavana samaan tapaan kuin tuntikulman aiheuttamaa. Koska deklinaatio on pallopinnalla tuntikulman vastainen koordinaatti, sen virhe johtuu napalukuun ”vastakkaisilla” osilla taivaanpalloa kuin tuntikulman.

Kuten kuvista 7 ja 8 voidaan havaita, deklinaatio on itsenäinen tekijä, joka ei ole johdannainen mistään muista muuttujista. Siksi virhe missään muussa taivaankappalelaskun osatekijässä ei vaikuta napalukuun kuten virhe deklinaatiossa. Tuntikulman tapauksessa identtisen virheen voi aiheuttaa esimerkiksi kellovirhe tai väärä sijainti.

Deklinaation virheen vaikutus napalukuun on suurimmillaan kun taivaankappaleen havaintohetken meridiaani on havaintosuunnan vertikaalin normaalin suuntainen. Leikkauskulma on jyrkimmillään pohjoisen suuntaan mitattaessa, ja zeniitin läheisyys voimistaa poikkeaman siirtymistä napalukuun. Taivaankappaleen tuntikulman ollessa 0 tai 12 tuntia taivaankappale on samalla isoympyrän kaarella zeniitin ja taivaannavan kanssa, joten leikkauskulma on nolla ja deklinaatiolla ei ole vaikutusta napalukuun.



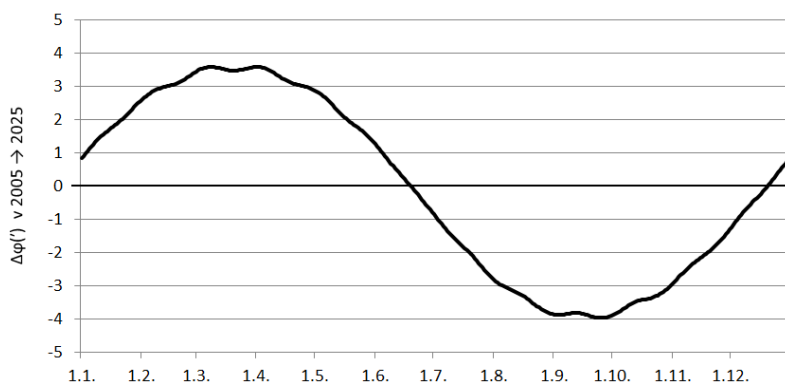
Kuva 17. Deklinaation 0,1° virheen vaikutus napalukuun eri tuntikulman ja deklinaation arvoilla 62-leveyspiirillä.

3.2.2.1. Auringon deklinaatio



Kuva 18. Auringon deklinaatio (°) vuonna 2005.

Aurinko- ja tähtimittaustaulukolla Auringon deklinaatio luetaan viivaimella graafisesta taulukosta, jonka toteutusperiaate on vastaava kuin ajantasaustaulukossa jota käsiteltiin aiemmin. Taulukon toteutustekniikasta johtuvat virheet riippuvat pitkälti deklinaation muutosnopeudesta. Oma vaikuttimensa on deklinaation vuosivaihtelulla. Vaikka deklinaation amplitudi ja aallonpituus pysyvät lyhyellä aikajänteellä käytännössä muuttumattomana, ei sen jakso ole tarkalleen juliaanisen vuoden mittainen.

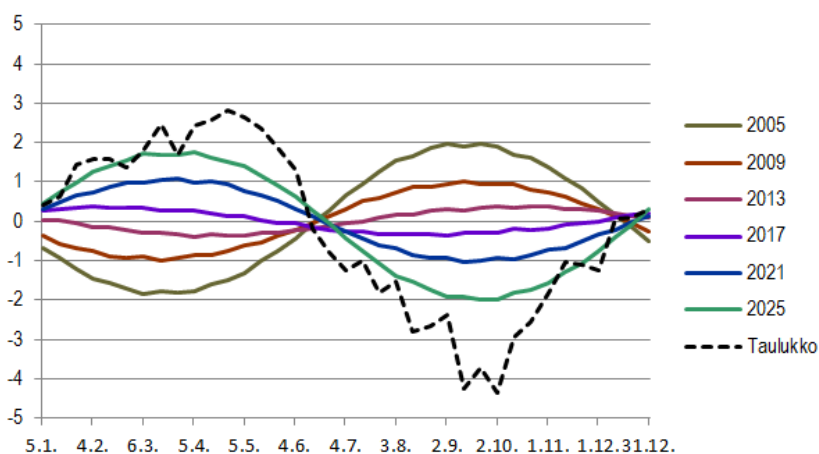


Kuva 19. Juliaanisen- ja trooppisen vuoden pituuserosta aiheutuvan vaihesiirtymän vaikutus aurion deklinaatioon kaarimnuutteina vuodesta 2005 vuoteen 2025.

Koska deklinaation muutos on melko lineaarista, yllä olevassa kuvassa näkyvän muutoksen aiheuttaman virheen voisi puolittaa suunnittelemalla taulukon vuosiryhmien keskiarvon perusteella. Näin keskihajonnaksi saataisiin noin 0,9 kaarimnuuttia ja suurimmaksi poikkeamaksi 2 kaarimnuuttia.

Aurinko- ja tähtimittaustaulukosta 10 vuorokauden välein luetut deklinaation arvot poikkesivat laskennallisista arvoista keskimäärin runsaat 1,8 kaarimnuuttia todennäköisen virheen ollessa noin 1,6 kaarimnuuttia. Suurin havaittu poikkeama tarkastelujaksolla oli 6,2 kaarimnuuttia (ks. Liite 5). Esimerkkinä mainittakoon, että 2 kaarimnuutin virhe Auringon deklinaatiossa aiheuttaa Suomen alueella suurimmillaan noin 0,36 piirun virheen napaluvussa. Napaluvun virhe pysyy suhteellisen pienenä, sillä Auringon deklinaatio ei koskaan kasva kovin suureksi, eikä Suomessa pääse lähelle päiväntasaajaa. Toisin sanottuna: olosuhteet eivät ole virheen kasvulle edulliset. Tilanne voi kuitenkin muuttua kun siirrytään etelämmäksi tai valitaan taivaankappale jolla on suurempi deklinaatio.

Kuva 20. Deklinaation erotus (°) koko ryhmän keskiarvosta. Taulukosta luetut arvot poikkeavat huomattavasti ääripäistä.



3.2.2.2. Tähdien deklinaatio

Mittaustähden deklinaatio saadaan aurinko- ja tähtimittaustaulukosta tähdelle kiinnitetyn koordinaatin ja sille annetun vuotuisen korjauksen avulla. Mekaniikka on vastaava kuin rektaskensiota laskettaessa (ks. Kuva 16).

Liitteessä 6 on verrattu laskettuja deklinaation arvoja aurinko- ja tähtimittaustaulukolla saattuihin arvoihin. Toisin kuin rektaskension tapauksessa, deklinaatiossa ei ole havaittavissa systemaattista, tai käytännössä mitään muutakaan virhettä joka olisi mittauksen kannalta merkittävä. Suurimmat virheet deklinaatiossa koko taulukon voimassaoloaikana ovat noin 0,1 kaariminuutin luokkaa. Virhe on huomattavasti pienempi, kuin esimerkiksi Arcturuksen tai Markabin vuotuinen korjaus.

3.2.3. Menetelmän yhteenveto

Auringon ajantasaustaulukon todennäköiseksi virheeksi saatiin 1,7 sekuntia, ja deklinaatiotaulukon virheeksi 1,6 kaariminuuttia. Kun otetaan huomioon maantieteellisen pituuden pyöristysvirheen odotusarvo 1 sekunti, saadaan Auringon tuntikulman todennäköiseksi poikkeamaksi S :

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$$

, jossa osavirheet S_1 ja S_2 ovat 1,7 ja 1,0 sekuntia, jolloin saadaan tuntikulman menetelmäkoh- taiseksi kokonaispoikkeamaksi $S = 2,0$ sekuntia.

Jos lasketaan Auringon napaluvun virhe edellä mainituilla arvoilla asteen välein kaikille sel- laisille tuntikulman ja deklinaation yhdistelmille, joilla deklinaation itseisarvo on pienempi kuin 23° ja Auringon horisonttikorkeus on positiivinen, saadaan kaikkien 8460 näytteen pe- rusteella napaluvun todennäköiseksi virheeksi 0,15 piirua, ja suurimmaksi virheeksi 0,41 pii- rua.

Tähtilaskun tapauksessa rektaskension ja paikallisaikakorjauksen todennäköiset virheet ovat 0,8 sekuntia ja 1,0 sekuntia, jolloin tuntikulman todennäköiseksi poikkeamaksi saadaan $S = 1,3$ s. Deklinaatiolle ei käytännössä havaittu virhettä, joten tähden napaluvun virhe muodos- tuu yksinomaan tuntikulman virheestä.

Mittaustähdistä pienin deklinaatio, noin 7° , on Betelgeusella. Suurin mittaustähden deklinaatio, noin 23° , on puolestaan Hamalilla. Tälle deklinaatiovälille laskettiin napaluvun virheasteen välein kaikilla sellaisilla deklinaation ja tuntikulman yhdistelmillä, joilla taivaankappaleen korkeus on positiivinen. Tuntikulman virheenä käytettiin todennäköistä virhettä 1,3 sekuntia. Tällä menetelmällä tähden napaluvun todennäköiseksi virheeksi saatiin 0,1 piirua, ja suurimmaksi virheeksi 0,13 piirua. Laskennassa käytetty taulukko on esiteltyä liitteessä 7.

4. OHJELMALLINEN MENETELMÄ

”Algoritmi: joukko järjestelmällisesti suoritettavia käskyjä tai ohjeita jonkin tehtävän suorittamiseksi; erityisesti matematiikassa ja tietojenkäsittelyssä tarkkaan määritelty sarja ongelman ratkaisemista varten.” - Wikisanakirja

Taivaankappaleista koostuvan systeemin laskemisessa turvaudutaan perinteisesti klassiseen Newtonin mekaniikkaan. Esimerkiksi jo aurinkokunta on kuitenkin niin monimutkainen systeemi, että sen yksiselitteinen esittäminen matemaattisesti on mahdotonta. Itse asiassa kahden massallisen kappaleen systeemi on monimutkaisin järjestelmä, joka liikeyhtälöillä pystytään ratkaisemaan analyttisesti. [11] Reaalimaailmassa tämäkään ei kuitenkaan pidä täysin paikkaansa; yleensä laskettavat kappaleet eivät ole pistemäisiä, tai edes täysin pyöreitä, eivätkä ne säilytä muotoaan joten systeemin ominaisuudet muuttuvat ajan myötä. Tämä todettiin aiemmin esimerkiksi Maan ja Kuun tapauksessa, jossa vuorovesiaallon välityksellä maan pyörimisenergiaa muuttuu Kuun ratanopeudeksi.

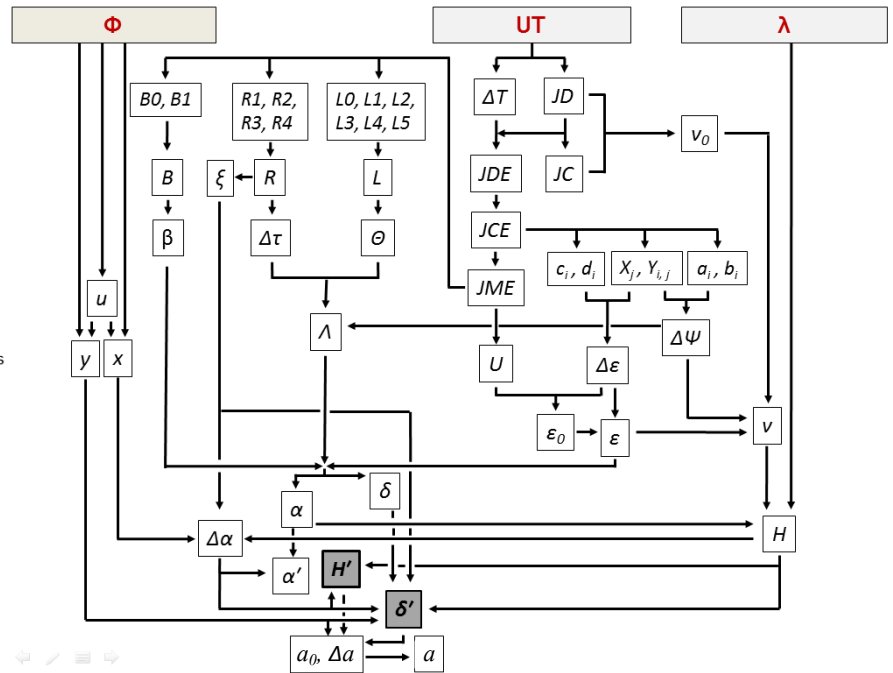
Koska taivaankappaleet eivät aina käyttäydy siten kuin taivaankappalemittausta ajatellen olisi edullista ja suotavaa, joudutaan kokonaisuutta laskujen tekemiseksi yksinkertaistamaan. Planeetta ja sen kuu voidaan mieltää yhdeksi kappaleeksi ja tehdä laskut käyttäen systeemin massakeskipistettä, tai galaksin vetovoimapotentiaali voidaan approksimoida äärettömän kiekon potentiaalilla. [11] Tällaiset pienet oikaisut mahdollistavat esimerkiksi planeetan radan yksiselitteisen esittämisen rataelementtien avulla. Yleistämisestä johtuvat poikkeamat on kuitenkin tällaisissa tapauksissa korjattava erillisten sarjakehitelmien avulla. Korjaukset eivät välttämättä ole erityisen monimutkaisia, mutta usein sitäkin pidempiä [9].

4.1. Aurinko

Moninaisista käyttökohteista ja -tarkoituksista johtuen algoritmien tarkkuuksissa ja käytettävissä ajanjaksoissa on huomattavia eroja [15, s. 6–8]. Melko yleistä on, että kevyet algoritmit suunnitellaan tarkoiksi parinkymmenen, enintään muutamankymmenen vuoden ajanjaksolle. Auringon suuntakulman tarkkuus tällä välillä voi olla mitä tahansa muutamasta kaariminuutista joihinkin asteen kymmenyksiin. [16]

Joissakin yhteyksissä tarkimpana julkaistuna kevyenä algoritmina on pidetty Yhdysvaltojen energiaministeriön uusiutuvan energian laboratorion *NREL*:n vuonna 2008 julkaisemaa Solar Position Algorithmia (*SPA*). Algoritmi pohjautuu Meeuksen Astronomical algorithmsissa esitettyihin kaavoihin. Algoritmin väitetty tarkkuus Auringon koordinaateille aikajaksolla 2000 eaa.–6000 jaa. on $\pm 0,0003^\circ$. [18]

λ = Maantieteellinen pituus
 Φ = Maantieteellinen leveys
 UT = Yleisaika
 JD = juliaaninen päivä
 ΔT = TT-UT
 JDE = Efemeridinen päivä
 JC = Juliaaninen vuosisata
 JCE = Efemeridinen vuosisata
 JME = Efemeridinen vuosituhat
 v_0 = Keski-aurinkoaika λ_0
 v = Näennäinen aurinkoaika λ_0
 U = JME/10
 L = Maan aurinkokeskinen pituus
 B = Maan aurinkokeskinen leveys
 R = Maan sädevektori
 Θ = Auringon maakeskeinen pituus
 β = Auringon maakeskeinen leveys
 $\Delta\psi$ = Nutaation pituuskorjaus
 $\Delta\varepsilon$ = Ekliptikan kaltevuuden nutaatiokorjaus
 ε_0 = Ekliptikan keskikaltevuus
 ε = Ekliptikan kaltevuus
 $\Delta\tau$ = Aberraatiokorjaus
 Λ = Auringon näennäinen pituus
 δ = Auringon geosentrinen deklinaatio
 α = Auringon rektaskensio
 H = Paikallinen tuntikulma
 ξ = Horisontaaliparallaksi
 u, y, x = Parallaksin apu-termit
 $\Delta\alpha$ = Parallaksin vaikutus rektaskensioon
 α' = Toposentrinen rektaskensio
 H' = Toposentrinen tuntikulma
 δ' = Toposentrinen deklinaatio
 a_0 = Toposentrinen korkeus
 Δa = Ilmakehäkorjaus
 a = Näennäinen horisonttikorkeus



Kuva 21. Pelkistetty vuokaavio tutkimuksessa käytetystä ohjelmallisen aurinkomittauksen algoritmista

4.1.1. Aika

Käytettävästä algoritmista riippumatta on muutamia tekijöitä, jotka aivan ensiksi pitää selvittää. Laskennan kannalta eräs oleellinen seikka on ajan esitysmuoto. Vuosi tai kuukausi eivät sellaisenaan kerro ajanhetkien välillä kulunutta aikaa. Juliaaninen päivä (*JD*) on laskuissa käytettävä juokseva luku päiviä vuoden -4712 alusta. Historiallisista syistä juliaaninen päivä lasketaan alkavaksi keskipäivällä Greenwichin aikaa. Esimerkiksi 1.1.2000 klo 12:00 UT vastaa juliaanista päivää 2451545,0.

JD:n avulla voidaan epookkien välisen ajan laskemisen lisäksi helposti selvittää muun muassa lasketun päivämäärän viikonpäivä. Tätä tietoa tarvitaan esimerkiksi kesäajan alku- ja päätymisaikaa laskettaessa. Koska aihetta käsitellään lähes jokaisessa taivaanmekaniikan teoksessa, sen syvällisempi esittely ei tässä yhteydessä ole mielekäästä. JD:n laskentaan käytetty kaava on esitelty liitteessä 8.

Vastaavasti Juliaaninen efemeridipäivä *JDE* johdannaisineen saadaan laskettua TT:stä lisäämällä siihen TAI:n ja TT:n välinen erotus 32,184 s, sekä UT:n ja TAI:n välinen erotus, joka kasvaa vääjäämättä. UT:n ja TT:n välistä erotusta merkitään ΔT , joka vuoden 2019 alussa oli noin 69,2 s [17].

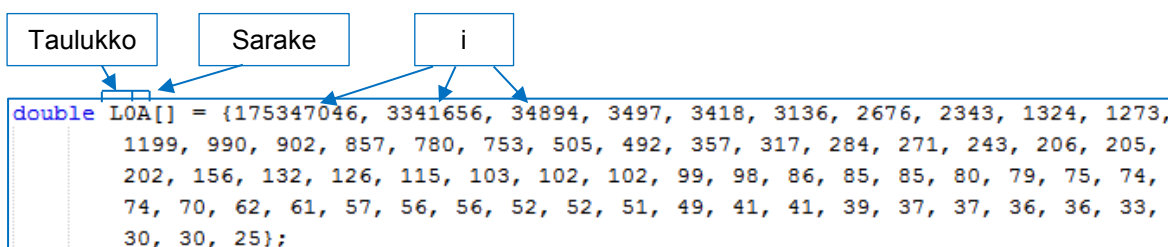
4.1.2. Auringon koordinaatit

Nyt kun tarvittavat aikamuuttujat on selvitetty, voidaan siirtyä laskemaan Maan sijaintia Aurinkoon nähden. VSOP87 -teoriassa käytetään 2425 jaksollista termiä Maan paikan laskemiseen, jolla saavutetaan noin 0,01 kaarisekunnin eli $0,000000008^\circ$ tarkkuus. Taivaankappalemittaukseen riittää kuitenkin vähempikin tarkkuus, joten voidaan turvautua AA:ssa käytettyyn suppeaan esitykseen VSOP87:sta, jossa käytetään yhteensä 195:ä Maan jaksollista termiä; 129 pituudelle, 7 leveydelle ja 59 sädevektorille. [18].

Tässä laskettavat arvot kertovat Maan sijainnin Aurinkoon nähden, mutta varsinaisia rataelementtejä ne eivät ole. Koska taivaankappalelaskussa tarvitaan Auringon suunta pyörivän Maan suhteen, on mielekästä kiinnittää näiden kappaleiden välinen suunta Maan akselin kaltevuuden mukaan sen sijaan että käytettäisiin Maan pituuden ilmaisemiseen rataelementin mukaista perihelipituutta. Seuraavana saatavat arvot siis ovat; pituus kevättasauspisteestä itään, leveys ekliptikatason suhteen, ja pituusvektori astronomisena yksikkönä (AU, Maan keskietäisyys Auringosta).

Jaksollisten termien taulukot on tarkoitettu ohjelmiston pohjaksi, eivätkä ne satojen välivaiheidensa kanssa sovellu manuaaliseen laskentaan. Siksi on mielekästä esittää tutkimuksessa käytetyt keskeisimmät ratkaisut koodimuotoisena samaan tapaan, kuin matemaattiset ratkaisut tavataan esittää kaavoina. Tällä mahdollistetaan työn myöhempi replikointi ja virhetarkastelu.

Liitteessä 9 on listattu kaikki tässä työssä käytetyt korjaustermit Maan sijainnille. Esimerkkinä heliosentrisen pituuden taulukko L0, jossa:



Jolloin koko taulukko voidaan käsitellä annettujen ehtojen mukaisesti:

```
double L0 = 0;
for (int i = 0; i < L0A.length; i++) {
    L0 = L0A[i] * Math.cos(LOB[i] + LOC[i] * JME) + L0;
}
```

ja lopuksi koostaa taulukot yhteen, käyttäen kunkin taulukon sille määrättyä painotusta:

```
double L = (L0 + L1 * JME + L2 * JME * JME
            + L3 * Math.pow(JME, 3)
            + L4 * Math.pow(JME, 4)
            + L5 * Math.pow(JME, 5)) / 100000000.0;
```

Samalla periaatteella saadaan maan heliosentrinen leveys sekä sädevektorin pituus. Koska meitä kiinnostaa Auringon suunta Maasta, eikä Maan suunta Auringosta, muutetaan pituuden ja leveyden suunnat päinvastaisiksi lisäämällä pituuteen 180° , ja vaihtamalla leveyden etumerkki. [18]

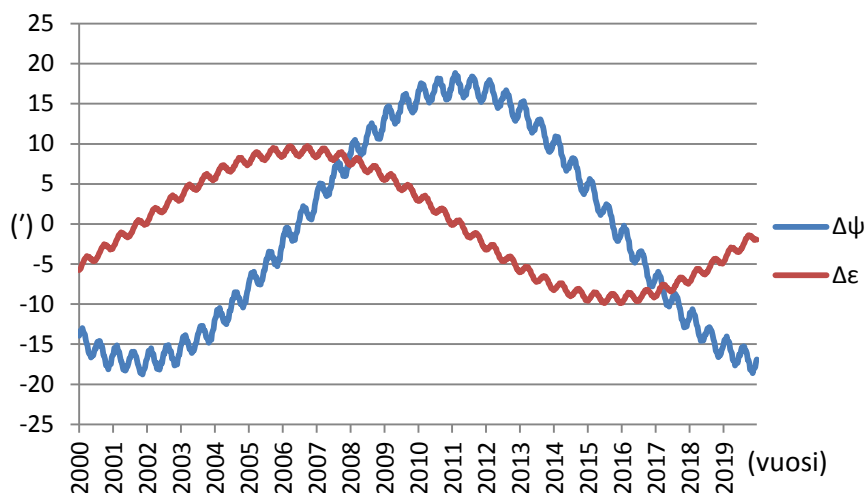
Näin saatu pituus θ on Auringon todellinen, geometrinen pituus laskettuna keski-kevättasauspisteellä. Näennäisen pituuden λ laskemiseksi on tarpeen ottaa vielä huomioon aberration sekä nutaation vaikutukset. Aberraatiokorjaus $\Delta\tau$ saadaan helposti laskettua kaavasta:

$$\Delta\tau = \frac{20'',4898}{R}$$

, jossa R on äsken laskettu auringon sädevektori. [18] Lähinnä Kuun aiheuttaman maan rata- nopeuden vaihtelun vuoksi arvo ei ole täsmällinen, mutta riittää tähän käyttöön varsin hyvin. Nutaation selvittäminen sen sijaan vaatii hieman enemmän työtä.

4.1.3. Nutaation komponentit

Pääasiassa Kuun, mutta vähemmässä määrin myös muiden Aurinkokunnan taivaankappaleiden aiheuttaman nutaation vuoksi Maan pyörimisakselin suunta värähtelee keskimääräisen prekession määrittämän pyörimisakselin ympärillä. Nutaatio on perinteisesti jaettu kahteen komponenttiin. Toinen komponentti on ekliptikan suuntainen, jolloin se vaikuttaa Auringon ja kaikkien muiden taivaankappaleiden ekliptikaaliseen pituuteen. Tätä komponenttia merkitään $\Delta\psi$. Toinen on puolestaan ekliptikan vastainen, jolloin se vaikuttaa ekliptikan ja ekvaattorin väliseen kulmaan. Looginen merkintä ekliptikan vastaiselle komponentille on $\Delta\varepsilon$.



Kuva 22. Nutaation vaikutus keskiepliktikaan ja ekliptikaaliseen keskipituuteen

Nutaation vaikutus on melko vähäistä, huipusta huippuun -amplitudiltaan suurimmillaan muutamana kymmenen kaarisekunnin luokkaa, joten tarvittaessa se voidaan jättää huomioimatta kuten aurinko- ja tähtimittaustaulukossa on tehty. Laskentatarkkuutta parantamalla instrumenteista ja käyttäjästä johtuvalle virheelle jää kuitenkin enemmän tilaa, joten ohjelmallisessa toteutuksessa nutaation huomioiminen on suotavaa. Lisäksi tarkempi laskenta mahdollistaa suuntakehän akselinkaltevuuskorjauksen määrittämisen käänteisesti Pohjantähdessä tarkkaan pisteeseen [10, s. 37].

Astronomical Algorithmisissa on käytetty *J. Wahrin* ja *H. Kinoshitan* malliin perustuvaa IAU:n nutaatioteoriaa vuodelta 1980 [19, S21–S26]. Esitetyssä kaavassa on kuitenkin jätetty huomiotta 0,0003 kaarisekuntia pienemmät kertoimet. Tällä on päästy vain 63 jaksolliseen termiin alkuperäisen runsaan sadan sijaan. Vaihtoehtoinen menetelmä on IERS:n nutaatioteoria vuodelta 1996, joka poikkeaa tehdyistä havainnoista alle $\pm 0,001$ kaarisekuntia. Se kuitenkin sisältää 263:n jaksollisen termin lisäksi vielä 118 termiä planeetoille [20, s. 20–39]. IERS:n menetelmän työläyden takia sitä koetetaan vasta jos IAU:n nutaatioteoria 1980 ei tuota toivottua tarkkuutta.

Aivan aluksi lasketaan Auringon ja Kuun sijainteihin liittyvät muuttujat D , M , M' , F ja Ω [9, s. 131–136], joita käsiteltävyyden helpottamiseksi merkitään tässä työssä $X_0, X_1 \dots X_4$.

```
double X[] = new double[5];
X[0] = 297.85036 + 445267.111480 * JCE - 0.0019142 * JCE * JCE + JCE * JCE * JCE / 189474.0;
X[1] = 357.52772 + 35999.050340 * JCE - 0.0001603 * JCE * JCE - JCE * JCE * JCE / 300000.0;
X[2] = 134.96298 + 477198.867398 * JCE + 0.0086972 * JCE * JCE + JCE * JCE * JCE / 56250.0;
X[3] = 93.27191 + 483202.017538 * JCE - 0.0036825 * JCE * JCE + JCE * JCE * JCE / 327270.0;
X[4] = 125.04452 - 1934.136261 * JCE + 0.0020708 * JCE * JCE + JCE * JCE * JCE / 450000.0;
```

Seuraavana syötetään X:n arvoille kertoimet Y:

```
double Yy[] = {0, 0, 0, 0, 1, -2, 0, 0, 2, 2, 0, 0, 0, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 0,
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, -2, 1, 0, 2, 2, 0, 0, 0, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 2, -2, -1,
0, 2, 2, -2, 0, 1, 0, 0, -2, 0, 0, 2, 1, 0, 0, -1, 2, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 1, 0, 1, 2, 0, -1, 2, 2, 0, 0, -1, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 1, -2, 0, 2, 0, 0,
0, 0, -2, 2, 1, 2, 0, 0, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 2, 0, 0, 2, 0, 0, -2, 0, 1, 2, 2,
0, 0, 0, 2, 0, -2, 0, 0, 2, 0, 0, 0, -1, 2, 1, 0, 2, 0, 0, 0, 2, 0, -1, 0,
1, -2, 2, 0, 2, 2, 0, 1, 0, 0, 1, -2, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, 0, 1, 0, 0, 2,
-2, 0, 2, 0, -1, 2, 1, 2, 0, 1, 2, 2, 0, 1, 0, 2, 2, -2, 1, 1, 0, 0, 0, -1,
0, 2, 2, 2, 0, 0, 2, 1, 2, 0, 1, 0, 0, -2, 0, 2, 2, 2, -2, 0, 1, 2, 1, 2, 0,
-2, 0, 1, 2, 0, 0, 0, 1, 0, -1, 1, 0, 0, -2, -1, 0, 2, 1, -2, 0, 0, 0, 1, 0,
0, 2, 2, 1, -2, 0, 2, 0, 1, -2, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 1, -2, 0, -1, 0, 1, 0, 0,
-2, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 0, 0, 0, -2, 2, 2, -1, -1, 1, 0,
0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, -1, 1, 2, 2, 2, -1, -1, 2, 2, 0, 0, 3, 2, 2, 2, -1, 0,
2, 2};
```

Muodostetaan kertoimista matriisi Y_{ij} , jossa i edustaa iterointikierroksen numeroa ja j kierroksen $X[j]$ termiä:

```
double Yij[][] = new double[63][5];
int value = 0;
for (int i = 0; i < 63; i++) {
    for (int j = 0; j < 5; j++, value++) {
        Yij[i][j] = Yy[value];
    }
}
```

IAU:n nutaatioteoriassa 1980 käytetään pituuskomponentille sinifunktion iterointikierrorskoh-
taisia painokertoimia, joita tässä työssä merkitään a_i ja b_i . Seuraavana voidaan käydä koko
taulukko läpi asetettujen ehtojen mukaisesti:

```
double deltapsi = 0;
double xy = 0;

for (int i = 0; i < 63; i++, xy = 0) {
    for (int j = 0; j < 5; j++) {
        xy = X[j] * Yij[i][j] + xy;
    }
    deltapsi = (a[i] + b[i] * JCE) * Math.sin(Math.toRadians(xy)) + deltapsi;
}
```

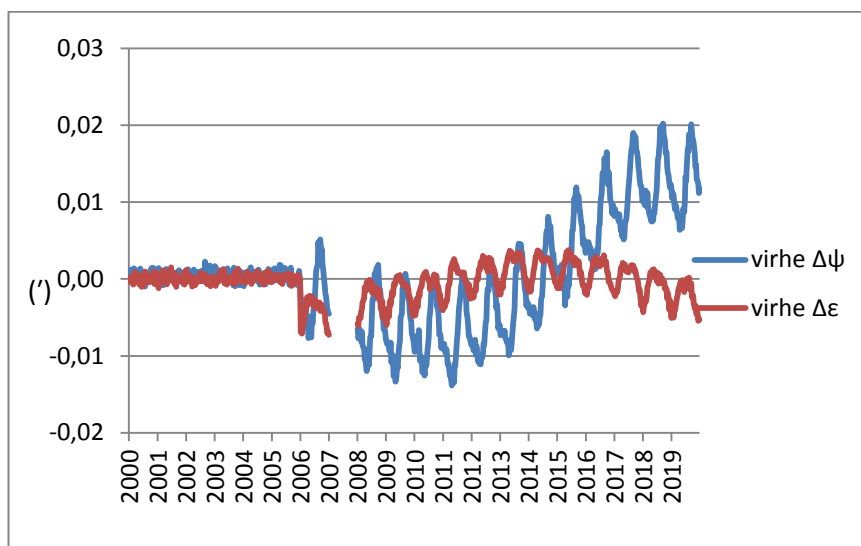
Josta saadaan nutaation aiheuttama ekliptikan pituuskomponentin muutos $\Delta\psi$ (koodissa *deltapsi*). SPA:ta käytettäessä tulee huomioida, että termi b_i on virheellisesti jätetty kertomatta juliaanisella vuosisadalla JC [18]. Oikea muoto on löydettävissä muun muassa IERS:n alkuperäisestä teknisestä muistiosta [20].

Vastaavasti ekliptikan kaltevuuden muutos $\Delta\epsilon$ (koodissa *deltaepsilon*) voidaan nyt selvittää:

```
for (int i = 0; i < 63; i++, xy = 0) {
    for (int j = 0; j < 5; j++) {
        xy = X[j] * Yij[i][j] + xy;
    }
    deltaepsilon = (c[i] + d[i] * JCE) * Math.cos(Math.toRadians(xy)) + deltaepsilon;
}
```

, jossa c ja d ovat nutaatioteoriassa listatut kosinifunktion painokertoimet. Jälleen tulee huomata, että SPA:ssa d_i :n juliaanisen vuosisadan kerroin on virheellisesti jäänyt kirjaamatta. Käsitellyissä tutkimuksissa tai artikkeleissa ei ollut mainintaa SPA:ssa esiintyvistä virheistä, mikä on ymmärrettävää, sillä lähellä J2000:ta sen vaikutukset ovat käytännössä olemattomat. Virhe kuitenkin kasvaa ajan funktiona, joten algoritmin oikea muoto on syytä huomioida sovellutuksissa joita on tarkoitus käyttää pitkälle tulevaisuuteen.

Yllä esitellyn menetelmän virhetarkastelun vertailuaineistoksi soveltuu esimerkiksi *Astronomical Almanac*, jossa nutaation komponenttien arvot on luetteloitu vuoden jokaiselle päivälle. Vuoteen 2006 asti AA:ssa on käytetty laskemiseen IAU:n nutaatioteoriaa 1980, jonka jälkeen siirryttiin käyttämään IAU 2000A nutaatio -sarjaa. AA:ssa käytetyt IAU 2006 prekessio (tunnetaan myös nimellä *P03*) ja IAU 2000A nutaatio eivät ole samaa standardia, joten nutaatioarvoihin on AA:ssa tehty sovitus [21]. Sovituksen vaikutus lopputulokseen on kuitenkin hyvin pieni [22].



Kuva 23. Työssä käytetyn menetelmän poikkeama (') *Astronomical Almanac*:ssa luetteloituista nutaation arvoista. (vuoden 2007 tiedot puuttuvat)

Ennen vuotta 2006 havaittavissa oleva poikkeama johtuu yksinomaan aiemmin mainittujen pienten kertoimien pois jättämisestä. Vuodesta 2006 alkaen on havaittavissa erotus nutaatio-teorioiden IAU 1980 ja IAU 2000A välillä, joista jälkimmäistä voidaan pitää tämän työn tarkkuuksien puitteissa todellisuutta vastaavana arvona. Vertailumateriaalina on käytetty AA-vuosijulkaisuja 2000–2019 [22–40].

Työssä käytetty malli on tarkastelujaksolla suurimmillaan parin kaarisekunnin sadasosan päässä IAU:n hyväksymästä vertailuarvosta. Poikkeamalla on vahvin korrelaatio nutaation pääjakson kanssa, mutta se seuraa myös alajaksojen heilahtelua. Tulevaisuudessa ei ole odotettavissa virheen huomattavaa kasvua, joskin oskillaation amplitudi todennäköisesti kasvaa jatkossa. Virhe on kuitenkin niin pientä, että vaikka amplitudi kaksinkertaistuisi jokaisessa pääjaksossa, sen arvo longitudissa pysyy alle kaarisekunnissa vielä seuraavat sata vuotta. Ekliptikan kaltevuudessa kaarisekunnin virheen saavuttaminen kestää vielä tätäkin pidempään.

4.1.4. Ekliptikan kaltevuus

Astronomical Algorithmsissa esitellään ekliptikan keskikaltevuudelle IAU:n kaava, jonka virhe on noin 10 kaarisekuntia 4000 vuoden ajanjaksolle [9, s. 135]. Parempaan lopputulokseen päästään kuitenkin Laskarin ratkaisulla, jonka tarkkuus on noin 0,01 kaarisekuntia aikavälillä 1000–3000 jaa [41]:

$$\varepsilon_0 = 84381,448 - 4680,93U - 1,55U^2 + 1999,25U^3 - 51,38U^4 - 249,67U^5 - 39,05U^6 + 7,12U^7 + 27,87U^8 + 5,79U^9 + 2,45U^{10} \quad (\text{Kaava 4.01})$$

, jossa U vastaa 10000 juliaanista vuotta, laskettuna J2000:sta. Kaava on validi ainoastaan, kun $U < 1$.

Yhdistämällä Laskarin ekliptikan keskikaltevuus nutaation aiheuttamaan keskikaltevuuden poikkeamaan $\Delta\varepsilon$, saadaan ekliptikan todellinen kaltevuus:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \quad (\text{Kaava 4.02})$$

4.1.5. Auringon tuntikulma

Ohjelmallisessa laskentamenetelmässä, toisin kuin Aurinko- ja tähtimittaustaulukolla, Aurinolle lasketaan deklinaation lisäksi myös toinen ekvaattorijärjestelmän koordinaatti eli rektaskensio. Rektaskensiota tarvitaan tuntikulman laskemiseen, ja se saadaan kaavasta [9, s. 89]:

$$\alpha = \text{atan2}\left(\frac{\sin \lambda \cos \varepsilon - \tan \beta \sin \varepsilon}{\cos \lambda}\right) \quad (\text{Kaava 4.03})$$

Yllä olevalla kaavalla saadaan Auringon geosentrinen, eli Maan keskipisteestä havaittu rektaskensio. Jos korkeaa tarkkuutta ei tarvita, voidaan yllä olevaa kaavaa käyttää tuntikulman laskemisessa sellaisenaan. Tarkempiin laskuihin voidaan käyttää Auringon toposentristä, eli havaitsijakeskeistä rektaskensiota, jota varten tarvitaan joitakin aputermejä.

Auringon etäisyydestä johtuen sen horisontaaliparallaksi on kohtalaisen pieni, hieman alle yhdeksän kaarisekuntia. Se vaihtelee hieman vuoden mittaan riippuen Maan etäisyydestä Auringosta. Todellisen hetkellisen arvon asteina saa laskettua kaavasta:

$$\xi = \frac{8,794}{3600 * R} \quad (\text{Kaava 4.04})$$

, jossa R on Maan etäisyys Auringosta, ja lukuarvo 8,794 keskimääräinen horisonttiparallaksi kaarisekunteinä. Tämä on siis suurin mahdollinen parallaksi joka Maan pinnalta, tai tarkemmin Maan säteisen pallon pinnalta voidaan havaita. Havaitsijakeskeinen rektaskension parallaksi $\Delta\alpha$ saadaan laskettua:

$$\Delta\alpha = \text{atan2}\left(\frac{-x * \sin\xi * \sin H}{\cos\delta - x * \sin\xi * \cos H}\right) \quad (\text{Kaava 4.05})$$

, jossa

$$x = \cos u + \frac{E}{6378140} * \cos\varphi \quad (\text{Kaava 4.06})$$

, jossa E on havaitsijan korkeus merenpinnasta. [18] Käytännössä E :n merkitys on niin pieni, että se voidaan taivaankappalemittauksessa olettaa nolllaksi, jolloin $x = \cos u$, jossa:

$$u = \text{atan}(0,99664719 * \tan\varphi) \quad (\text{Kaava 4.07})$$

Nyt toposentrinen rektaskensio α' saadaan laskettua:

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha \quad (\text{Kaava 4.08})$$

, ja paikallinen tuntikulma H saadaan:

$$H = v + \lambda - \alpha \quad (\text{Kaava 4.09})$$

Keskitähtiäika Greenwichissä [9, s. 84]:

$$v_0 = 280,46061837 + 360,98564736629 * (JD - 2451545) + 0,000387933 * JC^2 - \frac{JC^3}{38710000} \quad (\text{Kaava 4.10})$$

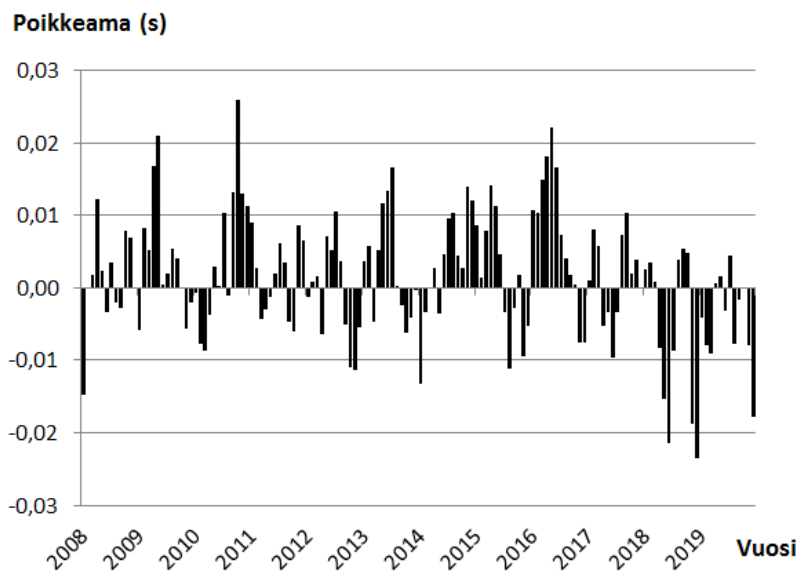
Josta nutaation vaikutus huomioimalla saadaan näennäinen tähtiaika Greenwichissä:

$$v = v_0 + \Delta\psi * \cos \varepsilon \quad (\text{Kaava 4.11})$$

Ja toposentrinen paikallinen tuntikulma H' voidaan laskea:

$$H' = H - \Delta\alpha \quad (\text{Kaava 4.12})$$

Virhetarkastelua varten lasketaan Auringon 0-meridiaanin ohitusajat kolmenkymmenen vuorokauden välein vuoden 2008 alusta vuoden 2019 loppuun, ja tuloksia verrataan AA:ssa ilmoitettuihin arvoihin (Liite 10). Näin ohitusajan keskimääräiseksi poikkeamaksi saadaan 0,007 s, mediaaniksi 0,005 s ja suurimmaksi havaituksi poikkeamaksi 0,026 s. Virhe ei oikein grafiikan perusteella osoita ajallista kasvua.



Kuva 24. Auringon laskennallisen tuntikulman poikkeama (s) AA:n arvoista vuosina 2008–2019

Taivaankappalemittauksen kannalta näin pieni virhe on merkityksetön, joten sen syvällisempi tilastollinen analysointi ei tässä yhteydessä ole tarpeen. Samalla voidaan todeta, että tuntikulman oikeellisuuteen sidoksissa oleva tähtiaika v (ks. Kaava 4.11) vaikuttaisi olevan työn vaatimusten puitteissa tarkka, joten tästä eteenpäin taivaankappaleiden tuntikulman oikeellisuuden arviointiin käytetään rektaskensioita, joka ei ole sidoksissa havaintopaikkaan.

4.1.6. Auringon deklinaatio

Toinen napaluvun laskemiseen tarvittava koordinaatti on deklinaatio. Auringon geosentrisen deklinaation laskemiseen tarvittavat Maan sijainti- ja asentokomponentit on jo aiemmin määritetty. Niiden avulla voidaan ratkaista deklinaatio seuraavalla pallotrigonometrisellä muunnoksella [9, s. 89]:

$$\delta = \text{asin}(\sin \beta * \cos \varepsilon + \cos \beta * \sin \varepsilon * \sin \Lambda) \quad (\text{Kaava 4.13})$$

Jälleen geosentristä arvoa voidaan käyttää sellaisenaan, jos korkeaa tarkkuutta ei vaadita. Suomessa parallaksin vaikutus deklinaatioon on suurimmillaan runsaat kahdeksan kaarisekuntia. Tarkempia laskuja varten voidaan määrittää Auringon toposentrisen deklinaatio δ' , joka saadaan laskettua [18]:

$$\delta' = \text{atan2} \left(\frac{(\sin \delta - y * \sin \xi) * \cos \Delta \alpha}{\cos \delta - x * \sin \xi * \cos H} \right) \quad (\text{Kaava 4.14})$$

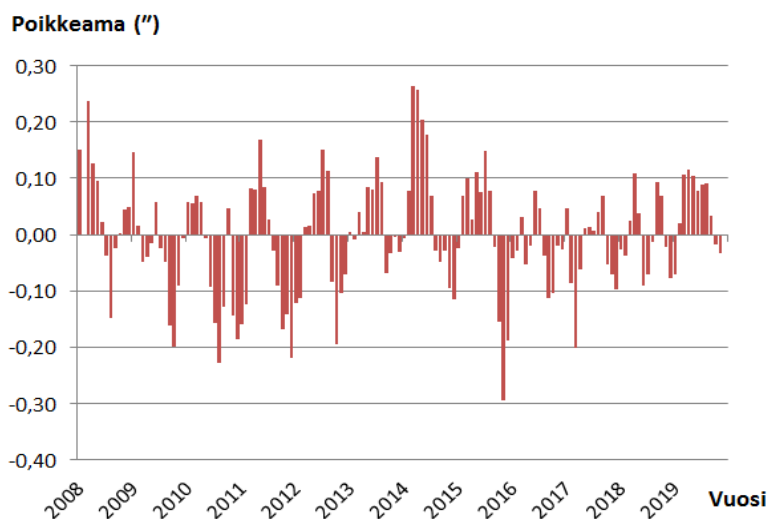
, jossa x saatiin kaavasta 4.06, ja y voidaan laskea:

$$y = 0,99664719 * \sin u + \left(\frac{E}{6378140} \right) * \sin \varphi \quad (\text{Kaava 4.15})$$

, jossa E voidaan jälleen olettaa nolaksi, jolloin kaava supistuu muotoon:

$$y = 0,99664719 * \sin u$$

Auringon deklinaation virhetarkastelua varten tehty näytesarja on vastaava kuin rektaskensiol-la. Vuosien 2008–2019 aikana deklinaation poikkeaman keskiarvoksi saadaan 0,08" ja medianiksi 0,07" suurimman havaitun poikkeaman ollessa 0,29". Deklinaation alle 0,1" todennäköinen virhe ei käytännössä lainkaan vaikuta mittaustarkkuuteen.



Kuva 25. Auringon laskennallisen deklinaation poikkeama (") AA:n arvoista vuosina 2008–2019

4.2. Tähti

4.2.1. Tähtien koordinaatit

Useimmissa tähtikatalogeissa tähden sijainti ilmaistaan ekvatoriaalisissa koordinaateissa. Koska prekessio kiertää Maan pyörimisakselia ja sen myötä koko koordinaatistoa, muuttuvat kaikkien tähtien koordinaatit vääjäämättä. Tämän vuoksi tähtien koordinaatit on sidottu tiettyyn epookkiin, esimerkiksi B1950,0 tai J2000,0. Tähtien koordinaattien selvittäminen muulle kuin annetulle ajankohdalle vaatii erillisen muunnoksen.

Koordinaatiston kiertymisen lisäksi tähden koordinaatteihin vaikuttaa tähden vuotuinen ominaisliike, joka merkataan deklinaatiolle μ_δ , ja rektaskensiolle μ_α . Tähtien ominaisliikkeet on luetteloitu katalogeissa koordinaattien ohessa. Koordinaattien muunnoksessa lasketaan ensin tähden koordinaatit δ_0 ja α_0 uudelle epookille alkuhetken kevättasauspisteellä [19]:

$$\delta_0 = \delta_{J2000} + \mu_\delta * 100t \quad (\text{Kaava 4.16})$$

$$\alpha_0 = \alpha_{J2000} + \mu_\alpha * 100t \quad (\text{Kaava 4.17})$$

, jossa t on aika juliaanisina vuosisatoina J2000:sta, ja saadaan laskettua:

$$t = \frac{JD - 2451545}{36525} \quad (\text{Kaava 4.18})$$

Tämän jälkeen tehdään tarvittava koordinaatiston kierto tavoitepäivän kevättasauspisteelle. Ensimmäisenä lasketaan kiertoon tarvittavat Eulerin kulmat ζ , z ja θ [9 s. 126]:

$$\zeta = 2306",2181t + 0",30188t^2 + 0",017998t^3 \quad (\text{Kaava 4.19})$$

$$z = 2306",2181t + 1",09468t^2 + 0",018203t^3 \quad (\text{Kaava 4.20})$$

$$\theta = 2004",3109t - 0",42665t^2 - 0",041833t^3 \quad (\text{Kaava 4.21})$$

Joista johdetaan tarvittavat kiertokulmat A , B ja C

$$A = \cos \delta_0 * \sin(\alpha_0 + \zeta) \quad (\text{Kaava 4.22})$$

$$B = \cos \theta * \cos \delta_0 * \cos(\alpha_0 + \zeta) - \sin \theta * \sin \delta_0 \quad (\text{Kaava 4.23})$$

$$C = \sin \theta * \cos \delta_0 * \cos(\alpha_0 + \zeta) + \cos \theta * \sin \delta_0 \quad (\text{Kaava 4.24})$$

Lopuksi saadaan laskettua koordinaatit tavoitepäivälle [9 s. 126]:

$$\alpha = \operatorname{atan2}\left(\frac{A}{B}\right) + z \quad (\text{Kaava 4.25})$$

$$\delta = \operatorname{asin} C \quad (\text{Kaava 4.26})$$

Tällä menetelmällä lasketuissa koordinaateissa on lyhyehköllä aikavälillä havaittavissa vain vähän tai ei lainkaan virhettä. Koordinaattien muunnos J2000 -arvoista epookkiin J2015,5 antaa yhdeksälle tähdelle kymmenestä täsmälleen saman deklinaation arvon AA:ssa listattujen arvojen kanssa [36]. Yhdellä tähdellä arvo oli pyöristynyt AA:n ilmoitustarkkuuden, eli yhden kaarisekunnin verran eri suuntaan. Rektaskensiossa oli havaittavissa ilmoitustarkkuuden (0,1 s) suuruinen virhe kahdella tähdellä. Lopuilla kahdeksalla tähdellä arvo oli täsmälleen sama AA:ssa ilmoitetun arvon kanssa (Liite 11). Laskennassa käytettiin tähtikatalogin *Fifth Fundamental Catalogue*, tai tavallisemmin FK5, mukaisia koordinaatteja ja tähtien ominaisliikkeitä [42].

Menetelmä soveltuu käytettäväksi standardiepookiin J2000 sekä juliaanisen vuoden aikamitan (365,25 vuorokautta) kanssa. Muutamasta ajanlaskuun ja sijainnin käsitteistöön liittyvästä muutoksesta johtuen kaavoja ei voida soveltaa edeltävien, Besselin epookkiin perustuvien katalogien (esimerkiksi FK4) kanssa. [9, s. 130]

Menetelmällä saadaan tähden keskisijainti, eli se paikka taivaanpallolla jolla se näkyisi Aurinkokunnan massakeskipisteestä. Näennäisen sijainnin laskemiseksi tulee lisäksi huomioida nutaatio, aberratio ja vuotuinen parallaksi.

4.2.2. Tähden näennäinen sijainti

Ensimmäinen muunnos, joka tähden keskisijainnille lasketaan, on nutaatiokorjaus. Nutaatio ilmaistaan ekliptikaalisten koordinaattien muutoksena, mutta tähtien koordinaatit on ilmoitettu ekvatoriaalisissa koordinaateissa. Tästä syystä nutaation komponentteja ei voi suoraan lisätä tähden koordinaatteihin. Nutaation vaikutuksen likiarvon laskemiseen voidaan käyttää seuraavaa ratkaisua [9, s. 139]:

$$\Delta\alpha_1 = (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon * \sin \alpha * \tan \delta) * \Delta\psi - (\cos \alpha * \tan \delta) * \Delta\varepsilon \quad (\text{Kaava 4.27})$$

$$\Delta\delta_1 = (\sin \varepsilon * \cos \alpha) * \Delta\psi + (\sin \alpha) * \Delta\varepsilon \quad (\text{Kaava 4.28})$$

Seuraava korjaustekijä tähden keskisijainnille on aberratio. Aberratio on valon äärellisestä nopeudesta johtuva kohteen paikan näennäinen muutos havaitsijan liikesuunnassa. Liikesuunta saadaan laskettua auringon geometrisestä pituudesta θ . Aberraatiovakio κ on Maalle keskimäärin 20,49552 kaarisekuntia. Tarkimmissa laskuissa voidaan ottaa lisäksi huomioon maan pyörimisen aiheuttama aberratiovakio, joka on niin pieni (0,3 kaarisekuntia), että taivaankappalemittauksen yhteydessä se voidaan jättää huomiotta. Aberraation aiheuttama muutos rektaskensiossa voidaan laskea [9, s. 140]:

$$\Delta\alpha_2 = -\kappa * \frac{\cos\alpha * \cos\theta * \cos\varepsilon + \sin\alpha * \sin\theta}{\cos\delta} + e\kappa * \frac{\cos\alpha * \cos\Pi * \cos\varepsilon + \sin\alpha * \sin\Pi}{\cos\delta} \quad (\text{Kaava 4.29})$$

, ja deklinaatiossa:

$$\Delta\delta_2 = -\kappa * [\cos\theta * \cos\varepsilon * (\tan\varepsilon * \cos\delta - \sin\alpha * \sin\delta) + \cos\alpha * \sin\delta * \sin\theta] + e\kappa * [\cos\Pi * \cos\varepsilon * (\tan\varepsilon * \cos\delta - \sin\alpha * \sin\delta) + \cos\alpha * \sin\delta * \sin\Pi] \quad (\text{Kaava 4.30})$$

, jossa e on Maan radan eksentrisyys [9, s. 139]:

$$e = 0,016708617 - 0,000042037t - 0,0000001236t^2 \quad (\text{Kaava 4.31})$$

ja Π on perihelipituus:

$$\Pi = 102,93735 + 1,71953t + 0,00046t^2 \quad (\text{Kaava 4.32})$$

Tämä aberration korjausmenetelmä sisältää niin kutsutun E -termin, ja soveltuu siten käytettäväksi ainoastaan J2000-kantaisten katalogien kanssa. [9, s. 140]

Vuotuinen parallaksi on ilmiö, jossa tähden näennäinen sijainti muuttuu vuoden mittaan Maan liikkuessa radallaan Auringon ympäri. Vuotuisen parallaksin kantana on Maan etäisyys aurin-gosta, mittayksikkönä AU. Toisena kateettina toimii tähden etäisyys Auringosta. Tällaisen kolmion mittasuhteita ja tähden parallaksia auttaa ymmärtämään tähtitieteessä käytetty etäisyyden mittayksikkö parsek.

Parsek eli parallaksisekunti on etäisyys, jolta astronominen yksikkö näkyy yhden kaarisekunnin kulmassa. Tai yksinkertaistettuna: yhden parsekin etäisyydellä olevan tähden vuotuinen parallaksi on yksi kaarisekunti. Aurinkokuntaa lähinnä oleva tähti, *Proxima Centauri* on 1,3:n parsekin etäisyydellä Maasta, ja vain 13 paljaalla silmällä erottuvaa tähteä on alle neljän parsekin etäisyydellä Aurinkokunnasta. Näistä tähdistä, joiden parallaksi ylittää 0,25 kaarisekuntia, yksikään ei ole nykyinen tai tämän työn lopussa esitettävä tykistön mittaustähti. [9, s. 138] Tästä syystä vuotuisen parallaksin vaikutus voidaan tässä jättää huomiotta, ja laskea tähden näennäiset koordinaatit α' ja δ' ainoastaan nutaation ja aberration korjauksilla:

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \quad (\text{Kaava 4.33})$$

$$\delta' = \delta + \Delta\delta_1 + \Delta\delta_2 \quad (\text{Kaava 4.34})$$

, josta tähden paikallinen tuntikulma saadaan laskettua kaavoilla 4.01 ja 4.11.

4.3. Taivaankappaleen pohjoisluku ja korkeus

Deklinaation ja tuntikulman avulla saadaan laskettua taivaankappaleen napaluku kaavalla 3.01. Kaavaan sijoitetaan $Tky = H'$, ja $\delta = \delta'$, jolloin saadaan taivaankappaleen toposentrinen napaluku.

Napaluvusta saadaan pohjoisluku lisäämällä siihen *napaluvun korjaus* (Nak). Tavallisesti napaluvun korjaus määritetään lukemalla se karttalehdeltä. Tarkempi ja tässä tapauksessa käytännöllisempi tapa on kuitenkin laskea se maantieteellisten koordinaattien avulla. *Mittaustoitinnan käsikirja 2015*:sta esitellään seuraava kaava napaluvun korjauksen laskemiseksi:

$$\text{Nak } (^\circ) = \sin \varphi * (\lambda_0 - \lambda) \quad (\text{Kaava 4.35})$$

, jossa λ_0 = kaistan keskimeridiaani. [7, s. 46]

Taivaankappaleen horisonttikorkeutta voidaan käyttää välillisesti mittauksen apuna. Sen avulla voidaan valita sopiva taivaankappale ennen mittausta, ja löytää oikea taivaankappale suuntahehän näkökenttään mittauksen aikana. Horisonttikorkeuden määrittämiseen voidaan käyttää seuraavaa kaavaa [18]:

$$a_0 = \arcsin(\sin \varphi * \sin \delta' + \cos \varphi * \cos \delta' * \cos H') \quad (\text{Kaava 4.36})$$

Kaava itsessään on tarkka, mutta ilmakehän refraktion vuoksi taivaankappale saattaa näyttää olevan korkeammalla, kuin se todellisuudessa on. Todellisen ja näennäisen korkeuden ero on merkityksettömän pieni lähellä zeniittiä, mutta kasvaa horisonttia lähestyttäessä. Esimerkiksi Auringon alareunan näennäisesti koskettaessa horisonttia on Aurinko todellisuudessa jo kokonaan laskenut horisontin taakse. Todellisen ja näennäisen korkeuden ero Δa saadaan laskettua Sæmundssonin kaavasta, kun todellinen korkeus tunnetaan [9, s.102]:

$$\Delta a = \frac{P}{1010} * \frac{283}{273+T} * \frac{1,02}{60 * \tan\left(a_0 + \frac{10,3}{a_0+5,11}\right)} \quad (\text{Kaava 4.37})$$

, jossa: P = ilmanpaine (hPa)

T = lämpötila (°C)

Tämän jälkeen näennäinen korkeuskulma a voidaan laskea:

$$a = a_0 + \Delta a \quad (\text{Kaava 4.38})$$

Oikeissa olosuhteissa näin lasketun korkeuden pitäisi vastata havaittua korkeutta alle 0,1 kaariminuutin erolla kaikilla positiivisilla korkeuskulmilla [9, s. 102]. Käytännössä näin pientä poikkeamaa ei voida odottaa, kun kaavassa käytetään vuoden keskimääräistä lämpötilaa ja ilmanpainetta.

5. OHJELMALLISEN MENETELMÄN MAHDOLLISUUDET

Tässä luvussa käsitellään erilaisia lisäyksiä tai muutoksia, joita ohjelmallinen laskenta tai vaankappalemittaukselle mahdollistaisi. Aihetta on aiemmin tutkittu lähinnä mittaustähtien näkökulmasta. Koska tähtimittaukseen liittyy tiettyjä kiusallisia piirteitä, on niiden lisäksi käsitteelyyn otettu mittaaminen Kuuhun.

5.1. Mittaaminen Kuun täyteen reunaan

Eräs taivaankappalemittauksen haastavimmista osasuoritteista on tähteen merkitseminen. Tähtien paikantamisen lisäksi haastavaksi on koettu oikean tähden tunnistaminen suuntakehän okulaarin läpi. [10, s. 30] Vaikka asiaa ei tässä opinnäytteessä varsinaisesti tutkittu, nousi aihe tämänkin tutkimuksen tekemisen aikana käydyissä keskusteluissa esille useita kertoja. Ilmainen ratkaisu tähän ongelmaan olisi käyttää mittauskappaleena pimeän aikaan Kuuta, milloin se suinkin on mahdollista.

Kuuhun mittaamiseen liittyy joitakin haasteita, jotka todennäköisesti ovat syynä sille miksi Kuuta ei ole kelpuutettu aurinko- ja tähtimittaustaulukkaan. Kuun liikkeeseen Maan ympäri liittyy useita erimittaisia jaksoja, jotka eivät ole helposti johdettavissa yleis-, aurinko- tai tähtitajasta. Kaikkien näiden muuttujien taulukoiminen siten, että edes kohtalaiseen mittaustarkkuuteen pääseminen olisi mahdollista, monimutkaistaisi aurinko- ja tähtimittaustaulukon rakennetta vielä entisestään.

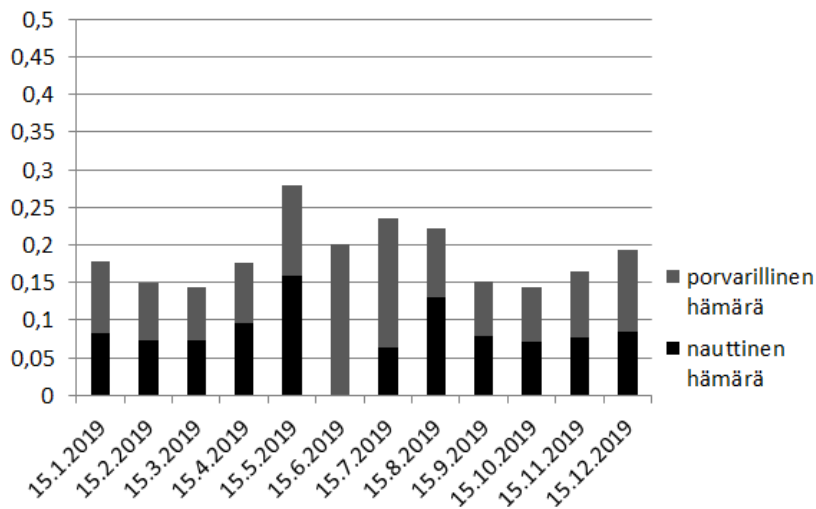
Kuun kiekon keskikohdan hahmottaminen visuaalisesti ja siihen merkitseminen suuntakehällä ei onnistu samalla tavalla kuin Aurinkoon tai tähteen. Suurimman osan ajasta Kuu näkyy Maahan vertikaalinsa suhteen epäsymmetrisenä kappaleena. Tämän vuoksi ainoa tarkka mittauspiste Kuussa saattaa olla sen täysi reuna. Reunan näennäinen etäisyys Kuun keskipisteestä ei Kuun ja Maan vaihtelevan etäisyyden vuoksi ole vakio [9, s. 307].

Kuun ja Maan läheisyydestä johtuen Kuun näennäinen sijainti taustatähtiin verrattuna muuttuu huomattavasti riippuen siitä, mistä osasta Maata sitä havainnoidaan. Horisonttiparallaksi, eli maan keskipisteestä ja sen ulkokehältä kohteelle syntyvä kulmaero on kuulle noin 57 kaariminuuttia, eli huomattavasti suurempi kuin esimerkiksi Kuun näennäinen läpimitta.

Kuuhun merkitsemistä on aiemmin ollut mahdollista käyttää pienellä alueella (tuliasema-alueen sisällä) kun on tarkastettu peruspisteiden suuntien yhtenevyys. Tällöin mitattava reuna on epäselvissä tapauksissa erikseen käsketty [7, s. 74]. Täyden reunan laskeminen on kuitenkin täysin mahdollista, ja ohjelman toteutuksessa sen voisi ottaa huomioon.

Porvarillisen ja nauttisen hämärän aikaan Aurinko on painunut horisontin alle, tai on vasta nousemassa. Tällöin ilmakehästä siroava valo estää kaikkien paitsi kirkkaimpien tähtien havaitsemisen. Kirkkaimmat mittaustähdet saattavat itse asiassa näkyä, mutta niiden tunnistaminen on erityisesti porvarillisen hämärän aikaan vaikeaa ilman ympärillä näkyviä tähtikuvioita.

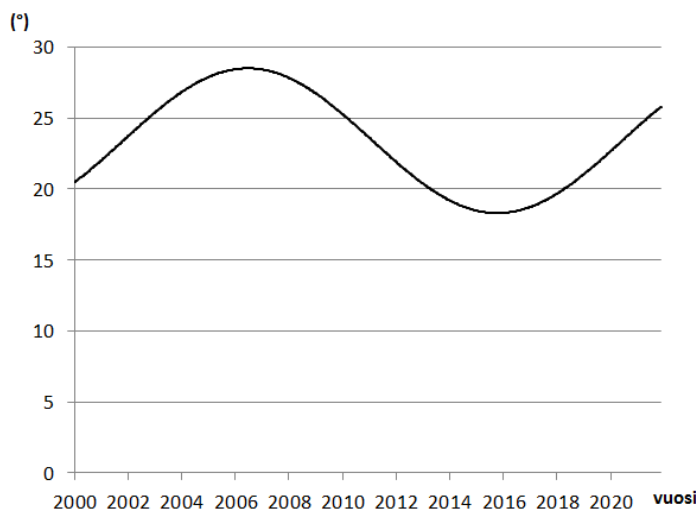
Historiallisen määritelmän mukaan porvarillisen hämärän aikaan Auringon keskikohta on 0–6° horisontin alapuolella, ja nauttisen hämärän aikaan 6–12° astetta horisontin alapuolella. [43] Hämärän aika saattaa Suomessa venyä hyvinkin pitkäksi.



Kuva 26. Porvarillisen ja nauttisen hämärän osuus vuorokaudesta 62° leveyspiirillä. Hämärän osuus voi olla lähes 30%, eli seitsemän tuntia vuorokaudesta.

Toisin kuin useimpia mittaustähtiä, ei hämärä estä Kuuta näkymästä milloin se on horisontin yläpuolella. Kuuhun mittaaminen on usein mahdollista jopa päiväsaikaan kun Aurinko on vielä ylhäällä. Hämärä ei myöskään estä Kuun tunnistamista taivaalta, joten sekaannuksen mahdollisuutta ei ole.

Kuun inkliinaatio, eli kiertoradan kaltevuuden kulma on noin 5°. Solmuviiivan hitaasta kiertymisestä johtuen Kuun suurin mahdollinen deklinaatio, ja samalla korkeus jolla se voidaan Suomesta havaita, vaihtelee. Pienimmillään Kuun deklinaatio ei kasva yli 18°:en, joka on samaa suuruusluokkaa kuin Arcturuksella. Suurimmillaan deklinaatio kasvaa noin 28°:een, jolloin Kuu kulminoit eteläisessä Suomessa lähes 60° korkeudella horisontista.



Kuva 27. Kuun solmuviivan kiertymisestä johtuen Kuun suurin mahdollinen etäisyys taivaanekvaattorista vaihtelee. Yhden jakson kesto on noin 18,6 vuotta. Seuraava maksimi on tammikuussa 2025 [9, s. 314].

Kuun tarkan sijainnin laskemiseen tarvitaan satoja jaksollisia termejä Kuun pituudelle, leveydelle ja etäisyydelle [9, s. 307]. Tämän laskennan monimutkaisuuden vuoksi esimerkiksi Hubble-avaruusteleskoopin DF-224-lentotietokone käytti vielä vuosituhanen alussa Kuulle laskennallista mallia, joka vaati Maasta lähetetyt rataelementtien päivitykset muutaman päivän välein jotta virhe ei kasvanut yli 1°. Samaan aikaan NASA suosi uudemmissa lentotietokoneissa kahta tuoreempaa laskentamallia, joista tarkempi esitellään seuraavana. [44]

5.1.1. Kuun koordinaatit

Kuun geosentrisen pituuden ja leveyden laskemiseksi käytetään vastaavaa sarjakehitelmää kuin Auringon tapauksessa. Työssä käytettävät jaksolliset termit perustuvat *Chaprontin* ELP-2000/82 Kuu -teoriaan, mutta niiden kertoimet L' , D , M , M' ja F ovat alkuperäisen teorian myöhemmin tarkennettuja osia [9 s. 307]:

Kuun ekliptikaalinen longitudi:

$$L' = 218,3164591 + 481267,88134236T - 0,0013268T^2 + \frac{T^3}{538841} - \frac{T^4}{65194000}$$

(Kaava 5.01)

Kuun keskielongaatio:

$$D = 2978502042 + 442267,1115168T - 0,00163T^2 + \frac{T^3}{545868} - \frac{T^4}{113065000}$$

(Kaava 5.02)

Auringon keskipoikkeama:

$$M = 357,5291092 + 35999,0502909T - 0,0001536T^2 + \frac{T^3}{24490000} \quad (\text{Kaava 5.03})$$

Kuun keskipoikkeama:

$$M' = 134,9634114 + 477198,8676313T + 0,008997T^2 + \frac{T^3}{69699} - \frac{T^4}{14712000}$$

(Kaava 5.04)

Kuun keskipituus nousevasta solmusta:

$$F = 93,2720993 + 483202,0175273T - 0,0034029T^2 - \frac{T^3}{3526000} + \frac{T^4}{863310000}$$

(Kaava 5.05)

Lisäksi kolme apukerrointa:

$$A_1 = 119,75 + 131,849T \quad (\text{Kaava 5.06})$$

$$A_2 = 53,09 + 479264,29T \quad (\text{Kaava 5.07})$$

$$A_3 = 313,45 + 481266,484T \quad (\text{Kaava 5.08})$$

Koska M -kerroin on riippuvainen Maan radan epäkeskeisyydestä joka pienenee ajan myötä, tulee kyseisen kertoimen sisältävät termit kertoa [9, s. 308]:

$E^{|M_i|}$, jossa:

$$E = 1 - 0,002516T - 0,0000074T^2 \quad (\text{Kaava 5.09})$$

Kullekin yllälasketulle termille on iterointikierronkohtainen painoarvo, jotka ovat listattuna liitteessä 12. Seuraavilla lauseilla selvitetään Kuun longitudin Ml , leveyden Mb ja ratasäteen Mr poikkeamat keskiarvosta:

```
double Ml = 0;
for (int i = 0; i < MAD.length; i++) {
    Ml = (MAl[i] * (Math.sin(Math.toRadians(MAD[i] * MD + MAM[i] * MM
    + MAm[i] * mm + MAF[i] * MF) ))) * Math.pow(E, Math.abs(MAM[i])) + Ml;
}
```

```
double Mb = 0;
for (int i = 0; i < MBD.length; i++) {
    Mb = (MBb[i] * (Math.sin(Math.toRadians(MBD[i] * MD + MBM[i] * MM
    + MBm[i] * mm + MBF[i] * MF) ))) * Math.pow(E, Math.abs(MBM[i])) + Mb;
}
```

```
double Mr = 0;
for (int i = 0; i < MAD.length; i++) {
    Mr = (MAr[i] * (Math.cos(Math.toRadians(MAD[i] * MD + MAM[i] * MM
    + MAm[i] * mm + MAF[i] * MF) ))) * Math.pow(E, Math.abs(MAM[i])) + Mr;
}
```

, joissa on merkattu $\sum l \equiv Ml$, $\sum \beta \equiv Mb$ sekä $\sum r \equiv Mr$.

Lopuksi Kuun ekliptikaalinen pituus Λ_M saadaan laskettua asteina [9, s. 312]:

$$\Lambda_M = L' + \frac{\sum l + 3958 * \sin A_1 + 1962 * \sin(L' - F) + 318 * \sin A_2}{1000000} \quad (\text{Kaava 5.10})$$

Kuun etäisyys r_M kilometreinä:

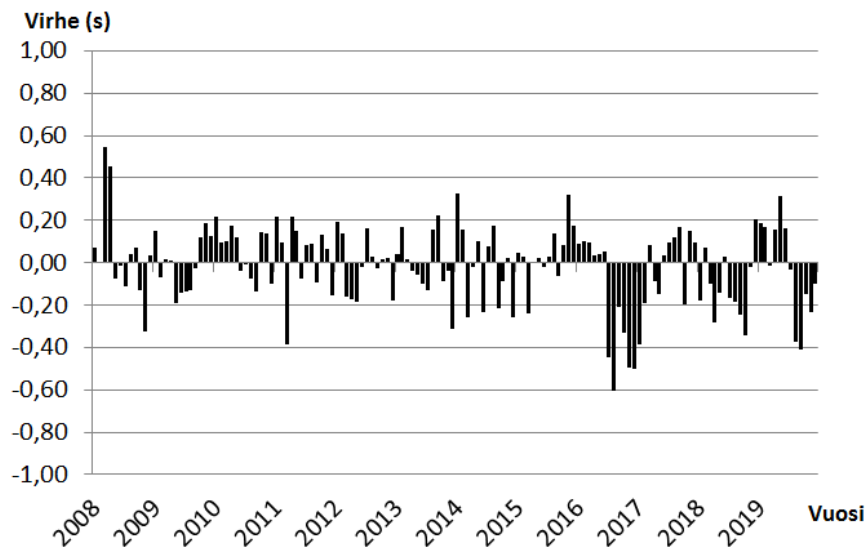
$$r_M = 385000,56 + \frac{\sum r}{1000} \quad (\text{Kaava 5.11})$$

ja Kuun ekliptikaalinen leveys asteina:

$$\beta_M = (\sum \beta - 2235 * \sin L' + 382 * \sin A_3 + 175 * \sin(A_1 - F) + 175 * \sin(A_1 + F) + 127 * \sin(L' - M') - 115 * \sin(L' + M')) / 1000000 \quad (\text{Kaava 5.12})$$

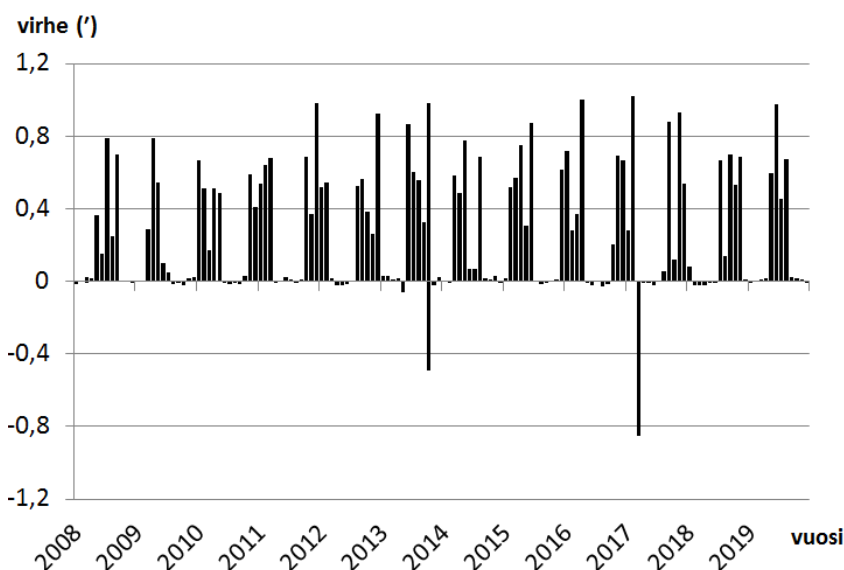
Ekliptikaaliset koordinaatit voidaan muuttaa ekvatoriaalisiksi koordinaateiksi, eli rektaskensiksi ja deklinaatioksi käyttäen kaavoja 4.03 sekä 4.13.

Vertaamalla näin saatuja tuloksia AA:n arvoihin vuosina 2008–2019 [30–40], saadaan rektaskension keskimääräisen poikkeaman suuruudeksi 0,15 s ja poikkeamien mediaaniksi 0,13 s. Suurin havaittu poikkeama on 0,60 s (ks. liite 13).



Kuva 28. Laskettujen rektaskension arvojen poikkeama (s) AA:n arvoista.

Deklinaatiolle vastaavasti keskimääräinen poikkeama on 0,27' ja poikkeamien mediaani 0,06' suurimman havaittu poikkeama ollessa 1,02' (ks. liite 13). Virheen erikoisuutena on suuri ero mediaanin ja keskiarvon välillä. Kuvaajasta voidaan nähdä, että suuremmat poikkeamat ovat keskittyneet säännöllisiksi ryhmiä. Tämä saattaa johtua otantavälin (30 vrk) ja Kuun vaiheen hitaasta vaihesiirtymästä, jonka seurauksena algoritmin tietyn Kuun vaiheen virhe ilmenee ryppäinä. Tätä olettamusta tukee havainto, että virhe on lähes poikkeuksetta suurimmillaan deklinaation ollessa positiivinen. Vaikka kaariminuutin virhe on mittauksen kannalta varsin pieni eikä se osoita kasvua ajan kuluessa, on algoritmia syytä tarkastella ennen lopullista käyttöönottoa.



Kuva 29. Laskettujen deklinaation arvojen poikkeama (') AA:n arvoista.

5.1.2. Kuun näennäinen sijainti

Nyt kaikki Kuun geosentrisen keskikohdan napaluvun määrittämiseen tarvittavat termit on selvitetty. Kuun näennäisen suunnan sekä täyden reunan napaluvun selvittämiseksi on kuitenkin laskettava muutamia aputermejä.

Kuun etäisyyttä tarvitaan sekä horisonttiparallaksin että näennäisen säteen laskemiseen. Kuun horisonttiparallaksi ξ asteina saadaan laskettua kaavalla [9, s. 307]:

$$\xi = \text{asin} \frac{6378,14}{r_M} \quad (\text{Kaava 5.13})$$

Toisin kuin Auringolla, Kuun tapauksessa horisonttiparallaksi on niin suuri että sitä ei voi jättää huomioimatta. Kuun paikallisen tuntikulman sekä toposentrisen rektaskension ja deklinaation laskemiseen käytetään samoja kaavoja kun Auringolla (Kaavat 4.03 sekä 4.05–4.15).

Kuun vaihe riippuu Kuukeskeisestä Maan ja Auringon välisestä kulmaetäisyydestä. Tämä kulma k voidaan laskea [9, s. 315]:

$$k = \frac{1 + \cos i}{2} \quad (\text{Kaava 5.14})$$

, jossa Kuun vaihekulma i saadaan ratkaistua [9, s. 316]:

$$\tan i = \frac{R \cdot \sin \Psi}{Mr - R \cdot \cos \Psi} \quad (\text{Kaava 5.15})$$

, josta Maan etäisyys Auringosta R tulee olla samassa yksikössä Maan ja Kuun välisen etäisyyden kanssa. Kuun ja Auringon välinen vaihekulma Ψ saadaan laskettua [9, s. 315]:

$$\cos \Psi = \cos \beta_M * \cos(\Lambda - \Lambda_M) \quad (\text{Kaava 5.16})$$

Näin saatava vaihekulma k kertoo Kuun valaistun osan suuruuden suhteessa täyteen Kuuhun. Valaistun osan täyden reunan suunta χ saadaan [9, s. 316]:

$$\chi = \text{atan2} \left(\frac{\cos \delta * \sin(\alpha - \alpha_M)}{\sin \delta * \cos \delta_M - \cos \delta * \sin \delta_M * \cos(\alpha - \alpha_M)} \right) \quad (\text{Kaava 5.17})$$

, jossa δ_M , α_M , δ ja α ovat Kuun ja Auringon deklinaatio ja rektaskensio. χ on kulma, joka kertoo Kuun täyden reunan keskikohdan suunnan ilmaistuna Maan akselin pohjoisesta myötäpäivään.

Näin laskemalla saadun Kuun valaistun osuuden erotus AA:n arvoista on keskimäärin 0,024 prosenttiyksikköä, ja suurimmillaan 0,05 prosenttiyksikköä (Liite 14). AA:ssa Kuun valaistun osuus on ilmoitettu 0,1% tarkkuudella, joten mainitut poikkeamat ilmentävät puhtaasti AA:n pyöristyksestä johtuvaa epätarkkuutta. Merkittävää virhettä Kuun valaistun osan laskuista ei siis tällä vertailutarkkuudella ole havaittavissa.

Vastaavasti Kuun valaistun osan asentokulman χ keskimääräinen poikkeama on 0,07° suurimman havaitun poikkeaman ollessa 0,51°. Huomioitavaa on, että mediaani on ainoastaan 0,026°, joka viittaa samantyyppiseen poikkeaman syntymekanismiin kuin Kuun deklinaation tapauksessa (Liite 14). Virhe on kuitenkin suurimmillaankin verrattain pieni, sillä Kuun asentokulma on vain apuväline Kuun täyden reunan hahmottamisessa, eikä se vaikuta suoraan Kuun tai sen reunan napalukuun.

Seuraavaksi voidaan laskea Kuun täyden reunan havaitsijakeskeinen ma za [9, s. 317]:

$$za = \chi - q \quad (\text{Kaava 5.18})$$

, jossa parallaktinen kulma q lasketaan [9, s. 94]:

$$q = \text{atan} \left(\frac{\sin H}{\tan \phi \cdot \cos \delta - \sin \delta \cdot \cos H} \right) \quad (\text{Kaava 5.19})$$

Kuun täyden reunan napaluvun laskemiseksi pitää selvittää Kuun näennäinen säde sd , joka saadaan:

$$sd = \text{atan} \frac{1737,1}{r_M} \quad (\text{Kaava 5.20})$$

Näennäisen säteen avulla voidaan laskea Kuun täyden reunan napaluku. Kun Kuu ei ole lähellä zeniittiä, kuten se Suomessa ei koskaan ole, voidaan Kuun reunan napaluvun erotus sen keskipisteestä ρ laskea:

$$\rho = \frac{sd}{\cos e} \quad (\text{Kaava 5.21})$$

, jonka jälkeen täyden reunan napaluku saadaan lisäämällä ρ Kuun napalukuun jos $za > 180^\circ$. Muutoin ρ vähennetään Kuun keskipisteen napaluvusta.

5.2. Tähdet

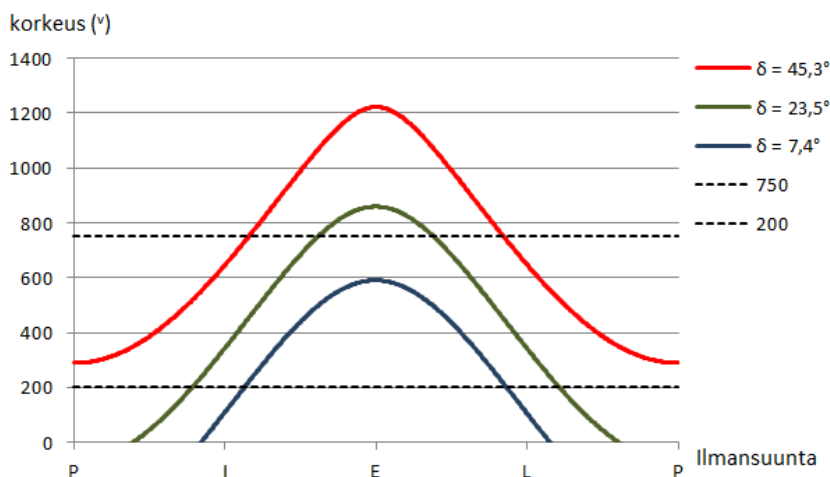
Tällä hetkellä mittaustähtiä on kahdeksan. Niiden kaikkien deklinaatio on positiivinen, mutta alle 24° . Deklinaatio on valittu taulukon kannalta edullisesti; se mahdollistaa samojen napalukunomogrammien käytön sekä Auringolle että tähdille. Ilman taulukon rajoitteita voisi kuitenkin olla mahdollista valita sellaisia mittaustähtiä, jotka on helpompi tunnistaa ja löytää, ja joiden peitto vuorokauden jokaisena tuntina olisi kattavampi.

Suomen alueella yksikään nykyisistä mittaustähdistä ei ole sirkumpolaarinen. Ne näkyvät korkeimmillaan etelässä, ja laskevat horisontin alle ennen siirtymistä pohjoiseen. Tämä mahdollistaa tähdelle pitkän ajan sopivalla mittauskorkeudella, mutta voi hankaloittaa sopivan mittaussektorin löytämistä. Poikkeuksena tähän on Pohjantähti, joka on aina löydettävissä pohjoiselta taivaalta läheltä taivaannapaa.

Pohjantähti ei Suomen leveysasteilla ole horisonttikorkeutensa vuoksi optimaalinen mittaustähti. Uniikin sijaintinsa ja pohjantähtimittauksen helpouden vuoksi menetelmästä ei kuiten-

kaan ole haluttu luopua [10, s. 37]. Koska ohjelmallisella menetelmällä jokaisen tähden pohjoisluku saadaan laskettua yhtä helposti, ei Pohjantähteä enää laskennan helppouden perusteella kannata pitää mittaustähtien joukossa. Yksi erinomainen mittaustähden ominaisuus sillä kuitenkin on: sen näennäinen liike taivaankannella on niin hidasta, että edes usean minuutin kellovirhe ei käytännössä tee virhettä pohjoislukuun (ks. luku 3). Tämän vuoksi Pohjantähden käyttäminen mittaustähtenä esimerkiksi kriisinhallintaoperaatioissa olisi täysin mahdollista.

Suomessa taas pohjoisiksi mittaustähdiksi sopisivat helposti erottuvat tähdet, joiden deklinaatio olisi luokkaa 40–50 astetta. Tällainen tähti olisi eteläisen Suomen leveydellä matalimmillaan noin 170–330 piirun korkeudella. Alla olevasta kuvasta voidaan havaita, että mittaustähdistä pienimmän deklinaation ($7,4^\circ$) omaava Betelgeuse sekä suurimman deklinaation ($23,5^\circ$) omaava Hamal [6] ovat sopivalla mittauskorkeudella karkeasti ottaen napaluvuilla 1500–4500 piirua. Esimerkkinä tähdessä, joka ei ole tykistön virallinen mittaustähti on *Deneb* - α *Cyg*, jonka deklinaatio on $45,3^\circ$ [42]. Deneb on sopivalla mittauskorkeudella napaluvuilla 4500–1500 piirua, eli pohjoisen suunnalla ollessaan.



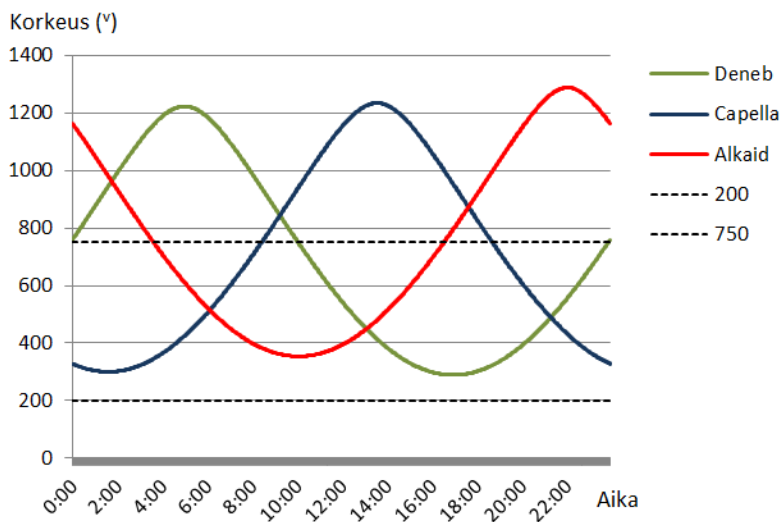
Kuva 30. Eri deklinaation omaavien tähtien esiintymiskorkeuksia ilmansuuntiin sitoen. Viitteelliset sopivan mittauskorkeuden rajat merkattu katkoviivalla.

Voidaan havaita, että Denebin horisonttikorkeus kasvaa etelän suunnalla niin suureksi, että instrumenttivilheen vuoksi mittaaminen siihen ei ole mielekäästä. Valitsemalla kolme suuren deklinaation tähteä, joiden rektaskensiot poikkeaisivat toistaan noin 8 tuntia, voitaisiin varmistua siitä että ainakin yksi tähti on aina sopivalla mittauskorkeudella.

Jos yllä olevan kuvan tilannetta verrataan kuvaan 10, huomataan että mittaustilanne on suotuisa pohjoisen tähdille myös kellovirheen suhteen. Siinä missä nykyisiin mittaustähtiin etelän suuntaan mitattaessa taivaankappaleen napaluvun muutosnopeus on vuorokautista keskiarvoa nopeampaa, on se pohjoisen suuntaan suuren deklinaation kappaleelle keskiarvoa hitaampaa. Esimerkiksi Betelgeusen napaluku muuttuu etelässä yli 6 piirua minuutissa, kun vastaava muutosnopeus Denebillä pohjoisessa on noin 3 piirua.

Jo Storgårds mainitsi tutkimuksessaan muun muassa Denebin ja Capellan mittaukseen hyvin soveltuviksi tähdiksi [10, s. 46]. Molempien tähtien deklinaatio on noin 45° ja rektaskensioiden ero runsas kahdeksan tuntia [42]. Kolmanneksi saman sarjan tähdeksi sopisi esimerkiksi *Alkaid - η UMa*, jonka deklinaatio on noin 49° ja rektaskension erotus kahdesta edellä mainitusta tähdestä on optimaalinen noin kahdeksan tuntia [42].

Nämä kolme tähteä ovat Suomessa aina näkyvissä ja vähintään yksi niistä on aina sopivalla mittauskorkeudella. Eteläisessä Suomessa 62° leveyspiirillä sopivalla mittauskorkeudella on samanaikaisesti kaksi tähdistä peräti 70 % ajasta. Kolmikun matalimmalla oleva tähti ei koskaan ole yli 500 piirun korkeudella horisontista.



Kuva 31. Kolmen tähden horisonttikorkeudet vuorokauden aikana 62° leveyspiirillä. Viitteelliset sopivan mittauskorkeuden rajat merkattu katkoviivoilla.

Mainitut tähdet ovat helposti tunnistettavissa: Deneb on mittaussupseereille tuttu niin kutsutun *kesäkolmion* kulmatähtenä ja Joutsenen tähtikuvion pyrstötähtenä. Capella puolestaan on yksi pohjoisen tähtitaivaan kirkkaimmista tähdistä, ja Alkaid on kaikkien tuntemaan ison otavan ”kahvan” kärkitähti.

5.3. Yhteenveto

Periaatteessa mittaustähtiä, ja miksei muitakin taivaan kohteita, olisi mahdollista lisätä ohjelmaan rajattomasti. Rajoittavana tekijänä on lähinnä kohteen näkyvyys, löytäminen ja tunnistaminen. Harvemmin tähtimittausta käyttävälle jo kahdeksan mittaustähden muistaminen ja löytäminen voi olla haastavaa. Löytämistä ei myöskään helpota se, että nykyiset mittaustähdet ovat usein matalalla, jolloin horisontti, puusto ja ohuet pilvet helposti vaikeuttavat kohteen tunnistamista. Lisäksi osa mittaustähdistä on niin himmeitä että ne eivät selkeästi erotu ympäröivistä tähdistä.

Suosittelavin muutos olisi Kuun lisääminen mittaustähtien joukkoon. Sillä on useita hyviä ominaisuuksia mittausta ajatellen, ja vain harvoja huonoja. Kuun tunnistaminen ei vaadi minäkäänlaista lisäkoulutusta, eikä kohteesta erehtymisen mahdollisuutta käytännössä ole. Esitelty Kuun algoritmi on huomattavan epätarkka verrattuna aiemmin esiteltyihin Auringon ja tähden algoritmeihin. Tämä oli ennakoitavissa, sillä Kuun tarkkojen koordinaattien laskeminen edellyttää huomattavan määrän korjaustermejä. Tarkkuus on kuitenkin täysin riittävä taivaankappalemittaukseen.

Tähtien osalta suositeltavaa olisi lisätä kolme kappaletta navanympärystähtiä: Capella (α Aur), Deneb (α Cyg) ja Alkaid (η Uma). Kaikki mainitut tähdet ovat varsin kirkkaita ja helposti tunnistettavia.

Jos mittaustähtien määrää halutaan rajoittaa, voisi ainakin Hamalin tai Markabin poistamista mittaustähtien joukosta harkita. Molemmat tähdet ovat melko himmeitä [42], ja erityisesti Hamalilla on heikosti kiintopisteitä ympärillään. Kummankin tähden poistaminen kerralla ilman korvaavaa tähteä ei kuitenkaan tule kyseeseen, sillä se jättäisi *Altairin* ja *Aldebaranin* väliin yli kahdeksan tunnin ”tyhjän” välin. Toistaiseksi poistamiselle kuitenkin ei ole syytä, sillä aurinko- ja taivaankappalemittaustaulukko on voimassa ja käytössä ainakin vuoteen 2027 saakka.

6. POHDINTA JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimus osoitti, että nykyinen taivaankappalemittausjärjestelmä on teoriassa varsin toimiva. Lukuisista toteutukseen liittyvistä pienistä epätarkkuuksista huolimatta taivaankappaleen koordinaatit pystytään määrittämään siten, että ne eivät laskennallisesti tuota lopputulokseen juuri lainkaan virhettä. Ylivoimaisesti suurin virhe taulukolla aiheutuukin napalukunomogrammin käytöstä, kun koordinaatit muutetaan napaluvuksi. Kaikesta huolimatta aurinko- ja tähtimittaustaulukolla on mahdollista suorittaa mittaus siten, että se täyttää sille asetetut tarkkuuskriteerit.

Toisessa osiossa tutkittiin aurinko- ja tähtimittaustaulukkoa käyttäjän näkökulmasta. Tulokset osoittavat varsin selvästi että taulukon toteutuksen monimutkaisuus on sen suurin ongelma. Menetelmän hallitseminen edellyttäisi paljon harjoittelua, mutta harjoitus jää helposti saamatta koska menetelmää vältellään. Aurinko- ja taivaankappaletaulukko on kuin polkupyörä ilman satulaa – periaatteessa se toimii, mutta harva sillä haluaa ajaa. Etenkin jos voi mennä myös autolla. Nykyään on helppo turvautua yksinkertaisempiin mittausmenetelmiin – ainakin rauhan aikana.

Tutkimuksen tekemisen aikana käydyissä keskusteluissa nousi aselajiammattilaisten suunnalta useita kertoja pintaan yksi huoli: eihän laskentaohjelma tee samaa aurinko- ja tähtimittaustaulukolle kuin Ahjo-ammunnanhallintajärjestelmä teki ampumatasolle. Ymmärrettävistä syistä huoli on, että jos taivaankappalelaskun voi helposti ratkaista ohjelmalla, jää taulukko mittauslaukun pohjalle pölyttymään. Vaikuttaisi kuitenkin hyvin epätodennäköiseltä, että laskentaohjelman käyttöönotto laskisi aselajin valmiutta suorittaa ammunnan topografiset valmistelut taivaankappaleesta mitatulla suunnalla.

Laskenta-algoritmien valinnassa ja ohjelman evaluoinnissa nousi esille varsin positiivinen ongelma: vaikeus löytää laskentatuloksille vertailumateriaalia, jolla niistä voitaisiin havaita virhettä. Ylimalkaisesti voidaan todeta, että tutkimuksessa Auringolle ja tähdille esitelty laskentamenetelmä voittaa tarkkuudessa minkä tahansa tykistöllä nykyään käytössä olevista suunnanmääritysmenetelmistä. Käytännössä mittaustapahtuman ainoa epätarkkuus johtuu suuntakehän instrumenttinvirheestä. Saadut tulokset herättävät luottoa siihen, että algoritmit ovat käyttökelpoisia myös tulevana vuosikymmeninä.

Tarkkuudesta huolimatta algoritmit toimivat todistetusti jopa useamman vuoden ikäisellä älypuhelimella ilman minkäänlaista havaittavaa viivettä. Tässä mielessä nopeusvertailu taulukolla tehdyn laskun kanssa ei olisi ollut mielekästä. Menetelmä kilpaileekin nopeudessa ennemminkin mittausajoneuvon kanssa kuin aurinko- ja tähtimittaustaulukon.

Eräs aiemmin tutkituista taivaankappalemittauksen haasteista on sopivan mittaustähden paikallistaminen. Laskentaohjelman avulla mittaustähdet olisi mahdollista valita siten, että ne tukevat mittaustapahtumaa paremmin. Vielä parempi olisi, jos Kuuhun mittaamalla voitaisiin välttää tähdestä erehtymisen mahdollisuus kokonaan.

Algoritmit tarvitsevat toimiakseen alustan sekä rajapintoja. Tässä tutkimuksessa keskityttiin puhtaasti laskennalliseen puoleen, ja käyttäjärajapinnasta eli käyttöliittymästä tehtiin vain yksinkertainen malli, joka mahdollisti algoritmien toiminnan testaamisen. Tutkimus ei siis antanut vastausta siihen missä ja miten tuloksia pitäisi hyödyntää. Tämän selvittäminen olisi-kin seuraava askel matkalla ohjelmalliseen taivaankappalemittaukseen.

LÄHTEET

- [1] Alajoki, M. *Tykistökenraali Vilho Petter Nenonen*. 1. painos, Helsinki: Otava, 1975. 383 s. ISBN 951-1-01796-9
- [2] *Tähtimittaustaulukko 1934*. Otava, 1934, ei muita julkaisutietoja
- [3] *Tykistön ampumaopin käsikirja 2014*, Tampere: Juvenes print Oy, 2014. 165 s. SAP 10379180
- [4] Ampuminen kenttätykistön, raketinheittimistön ja moottoroidun rannikkotykistön aseilla, MAAVVAROM D 3.1 - MAAVEHENKOS, HM527. Mikkeli: Maavoimien Esikunnan henkilöstöosasto, 8.6.2016.
- [5] Jalkaväen joukkojen ja niiden henkilöstön suorituskykyvaatimukset, PAK 03:11 – PEJV-OS, HB240. Helsinki: Pääesikunnan jalkaväkiosasto, 16.6.2005.
- [6] Aurinko- ja tähtimittaustaulukko 6655-10079251
- [7] *Mittaustoiminnan käsikirja 2015*. Tampere: Juvenes Print Oy, 2015. 225 s. ISBN 978–951–25–2325–2
- [8] *Puolustushallinnon materiaalipolitiikka*. Puolustusministeriön julkaisuja. [viitattu 3.9.2018]. Saatavissa: <https://www.defmin.fi/files/1831/materiaalipolitiikka.pdf>
- [9] Meeus, J. *Astronomical algorithms*. 2nd ed. Richmond , Virginia, USA, Willmann-Bell inc, 1998. 477 s. ISBN 0-943396-61-1
- [10] Storgårds, K. *Aurinko- ja tähtimittauksen kehittämismahdollisuudet - Esitys laskentamenetelmäksi*. Diplomityö. Helsinki, 1985. Sotakorkeakoulu. 106 s.
- [11] Karttunen, H. *Johdatus taivaanmekaniikkaan*. Saarijärvi: Gummerus Kirjapaino Oy, 2002. 158 s. ISBN 952-5329-20-8
- [12] Karttunen, H., Donner, K., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M. *Tähtitieteen perusteet*. Porvoo: WS Bookwellin kirjapaino, 2010. ISBN 978-952-5329-82-7
- [13] Nelson, R.A. McCarthy D.D. Malys, S. Levine, J. Guinot, B. Fliegel, H.F. Beard, R.L. Bartholomew, T.R. *The leap second: its history and possible future*. Metrologia, 2001. Vol. 38, No. 6, s. 509–529.

- [14] IERS. *Bulletin C*. [viitattu 1.4.2019], Saatavissa: <https://www.iers.org/iers/EN/Publications/Bulletins/bulletins.html;jsessionid=585FE5ED36915164B54653D44BEA1228.live1>
- [15] Blanc, P. Wald, L. *The SG2 algorithm for a fast and accurate computation of the position of the Sun for multi-decadal time period*. Solar Energy, Elsevier, 2012. Vol. 88, No. 10, s. 3072–3083
- [16] Blanco-Muriel, M. Alarcon-Padilla, D. Lopez-Moratalla, T. Lara-Coira, M. *Computing the solar vector*. Solar energy, Elsevier, 2001. Vol 70, No. 5, s. 431–441.
- [17] USNO. *deltat*. [viitattu 2.3.2019], Saatavissa: <http://maia.usno.navy.mil/ser7/deltat.data>
- [18] Ibrahim, I. Afshin, A. *Solar position algorithm for solar radiation applications*. NREL, Tekninen muistio, Colorado USA, 2008
- [19] Boksenberg, A. *The astronomical almanac 1984*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 1983. ISBN 0118869191
- [20] *Transformation between the celestial and terrestrial systems*. Julkaisu: McCarthy, D (ed.). IERS Technical Note No. 21. Paris: Central Bureau of IERS, 1996. s. 20–39.
- [21] Wallace, P. Capitaine, N. *Precession-nutation procedures consistent with IAU 2006 resolutions*. Astronomy and Astrophysics, 2006. Vol. 459, s. 981–985.
- [22] Robinson, M. *The astronomical almanac 2010*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2008. ISBN 970-0-7077-40829
- [23] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2000*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 1999. ISBN 0-16-049869-4
- [24] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2001*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2000. ISBN 0-11-772843-8
- [25] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2002*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2000. ISBN 0-11-887315-6
- [26] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2003*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2001. ISBN 0-11-887320-2

- [27] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2004*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2002. ISBN 0-11-887323-7
- [28] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2005*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2003. ISBN 0-11-887328-8
- [29] Holdaway, R. *The astronomical almanac 2006*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2004. ISBN 0-11-887333-4
- [30] Robinson, M. *The astronomical almanac 8*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2006. ISBN 978-0-11-887341-3
- [31] Robinson, M. *The astronomical almanac 2009*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2007. ISBN 978-0-887342-0
- [32] Robinson, M. *The astronomical almanac 2010*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2008. ISBN 970-0-7077-40829
- [33] Robinson, M. *The astronomical almanac 2012*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2011. ISBN 978-0-7077-41215
- [34] Robinson, M. *The astronomical almanac 2013*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2012. ISBN 978-0-7077-41284
- [35] Moncrieff, I. *The astronomical almanac 2014*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2013. ISBN 978-0-7077-41420
- [36] Moncrieff, I. *The astronomical almanac 2015*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2014. ISBN 978-0-7077-41499
- [37] Moncrieff, I. *The astronomical almanac 2016*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2013. ISBN 978-0-7077-41581
- [38] Humphrey, J. *The astronomical almanac 2017*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2016. ISBN 978-0-7077-41666
- [39] Humphrey, J. *The astronomical almanac 2018*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2017. ISBN 978-0-7077-41772
- [40] Humphrey, J. *The astronomical almanac 2019*. Washington, D.C.: the U.S. Government Printing Office 2018. ISBN 978-0-7077-41925
- [41] Laskar, J. *Secular terms of classical planetary theories using the results of general theory*. *Astronomy and Astrophysics*, 1986. Vol. 157, s. 59–70.

- [42] Fricke, W. Schwan, H. Lederle, T. Bastian, U. Bien, R. Burkhardt, G. Du Mont, B. Hering, R. Jährling, R. Jahreiß, H. Röser, S. Schwerdtfeger, H.-M. Walter, H. *Fifth fundamental catalogue. Part 1: The basic fundamental stars*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut, Verlag G. Braun, Karlsruhe, No. 32, 1988. s. 1–106.
- [43] Umland, H. *A short guide to celestial navigation*. 2006, Henning Umland. 2006. [viitattu 11.3.2019]. Saatavissa: http://www.waypointamsterdam.com/Handy_stuf/Short_Guide_To_Astro_navigation.pdf
- [44] Simpson, D. An alternative lunar ephemeris model for on-board flight software use. NASA conference publication, 1999. 209235, s. 175–184.

LIITTEET

Liite 1. Kysely- ja testitilaisuudessa käytetyt lomakkeet.

Liite 2: Vuosien poikkeamat koko joukon ajantasausten keskiarvosta

Liite 3. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon taulukot 2 ja 3

Liite 4. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon mittaustähtien rektaskension virhe taulukon voimassaoloaikana

Liite 5. Vuosien poikkeamat koko joukon deklinaatioiden keskiarvosta (')

Liite 6. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon mittaustähtien deklinaation virhe taulukon voimassaoloaikana

Liite 7. Todennäköisen poikkeaman laskemiseen käytetty Excel-työkalu

Liite 8. Juliaanisen päivän laskeminen

Liite 9. Työssä käytetyt korjaustermit Maan sijainnille (sivu1/2)

Liite 10. Auringon deklinaation ja tuntikulman poikkeamat AA:sta

Liite 11. Kymmenen esimerkkitähdien koordinaattien laskennalliset virheet

Liite 12. Työssä käytetyt Kuun korjaustemit

Liite 13. Kuun koordinaattien virheet vuosina 2008–2019

Liite 14. Kuun valaistun osuuden ja asentokulman laskennallinen virhe

KURSSI:

Luonnehdi lyhyesti miten olet käyttänyt taivaankappalemittausta työelämävaiheen aikana

Esimerkiksi; en lainkaan / muutaman kerran satunnaisesti, viimeksi noin kaksi vuotta sitten / tuliasemaryhmän kouluttajana kahden saapumiserän ajan viimeksi noin vuosi sitten, jne.

Jos olet käyttänyt taivaankappalemittausta työelämävaiheessa, niin mitä menetelmää olet käyttänyt?

- taivaankappalemittaustaulukko
- HP -laskin
- muu menetelmä, mikä?

Miksi valitsit kyseisen menetelmän?

Uskon että lyhyen kertauksen (noin 30 min) jälkeen voisin varmentaa tulipatterille amuntaa varten tuodun suunnan tarkaksi (virhe alle 2 piirua) taivaankappalemittauksella...

...HP laskimella: kyllä / ei

...Taivaankappalemittaustaulukolla: kyllä / ei



Puolustusvoimat

Aurinkomittaaslasku

Kiinnitä aurinkolasi!

Mittauspaikka: MPKK urheilukenttä		Pvm: 11.11.2018	
MGRS/UTM		$\phi = 60^{\circ} 09'$	$\lambda = 25^{\circ} 03'$
Kiinnityspiste:		$PI_{sm} =$	
MI_s	$Ak =$	Hav. hetket	Väliajat
I	$PI_{sm} = II MI_s + Ak$	t m s	m s
II		15 t 00 m 00 s	m s
III	$Kork_s =$	t m s	m s
Hav. hetkien keskiarvo		15 t 00 m 00 s	
Kellonkorjaus		+ m s	- m s
Paikallisaikakorjaus		+ m s	- m s
Ajantasaus		+ m s	- m s
Yhteensä		t m s	- m s
Vähennys		t m s	Deklinaatio
Auringon tuntikulma		t m s	o ' "
Nek.n määrääminen		PI_s :n määrääminen	
I Kok		Aur.n Nal	
II Kok		Nak	
III Kok		Aur.n PI_s	
(Keskiarvo) Kok		$- PI_{sm}$	
- Nak		ΔPI_s	
Nek		PI_{sm}	
- Ok		PI_s	
Nek _s		Johtaja:	
Suunnanmittaaja:		Laskija:	

KURSSI:

Luonnehdi lyhyesti miten olet käyttänyt taivaankappalemittausta työelämävaiheen aikana

Esimerkiksi; en lainkaan / muutaman kerran satunnaisesti, viimeksi noin kaksi vuotta sitten / tuliasemaryhmän kouluttajana kahden saapumiserän ajan viimeksi noin vuosi sitten, jne.

Jos olet käyttänyt taivaankappalemittausta työelämävaiheessa, niin mitä menetelmää olet käyttänyt?

- taivaankappalemittaustaulukko
- HP -laskin
- muu menetelmä, mikä?

Miksi valitsit kyseisen menetelmän?

Uskon että lyhyen kertauksen (noin 30 min) jälkeen voisin varmentaa tulipatterille amuntaa varten tuodun suunnan tarkaksi (virhe alle 2 piirua) taivaankappalemittauksella...

...HP laskimella: kyllä / ei

...Taivaankappalemittaustaulukolla: kyllä / ei



Puolustusvoimat

Tähtimittaaslasku

Mittauspaikka: MPKK urheilukenttä		pvm: 11.11.2018	
MGRS/UTM		$\phi = 60^{\circ} 09'$	$\lambda = 25^{\circ} 03'$
Kiinnityspiste:		$PI_{sm} =$	
Tahti: Hamal			
MI_s	$Ak =$	Hav. hetket	Väliajat
I	$PI_{sm} = MI_s + Ak$	t m s	m s
II		18 t 00 m 00 s	m s
III	$Kork_s =$	t m s	m s
Hav. hetkien keskiarvo		18 t 00 m 00 s	
Kellonkorjaus		+ m s	- m s
Paikalliskorjaus		+ m s	- m s
Yhteensä		t m s	- m s
Vähennys		- t m s	θ_{oh} :n lasku
Hav. hetken paikallisaika		t m s	t m s
Korjaus tähtiajaksi		+ m s	+ m s
Tähtiaika klo O paik. aikaa (θ_{oh}) ¹⁾		t m s	+ m s
Tähtiaika hav. hetkellä ($\theta_{oh} \pm 24$)		t m s	+ m s
- Rektaskentio (Ra)		t m s	+ m s
Tähtien tuntikulma (TK) ²⁾		t m s	Deklinaatio
$TK \pm 12^{\circ}$ Tk napapohjoisesta		t m s	o ' "
Nek.n määrääminen		PI_s :n määrääminen	
I Kok		Tähtien Nal	
II Kok		Nak	
III Kok		Tähtien PI_s	
(Keskiarvo) Kok		$- PI_{sm}$	
- Nak		ΔPI_s	
Nek		PI_{sm}	
- Ok		PI_s	
Nek _s		Johtaja:	
Suunnanmittaaja:		Laskija:	

¹⁾ $\theta_{oh} = \theta_0 + \Delta\theta_p + \Delta\theta_v + \Delta\theta_{\lambda}$ ²⁾ $TK_v = \theta_h (\pm 24^{\circ}) - Ra$, jossa $+ O' < TK_v < + 24'$

Liite 1. Kysely- ja testitilaisuudessa käytetyt lomakkeet.

PVM	2005	2009	2013	2017	2021	2025	TAULUKKO
5.1.2005	0,3609	0,1138	0,2858	-0,5099	0,3357	-0,5862	-2,8260
15.1.2005	-0,7836	0,5442	-0,3684	0,3569	-0,1283	0,3792	-2,0848
25.1.2005	-0,9070	-0,1802	-0,2979	0,4799	-0,1967	1,1021	-1,3274
4.2.2005	-0,8743	-1,0985	0,4136	-0,0802	0,7273	0,9121	-1,0181
14.2.2005	-1,9764	-0,7140	-0,2235	0,7152	0,2519	1,9468	-0,0890
24.2.2005	-1,9346	-1,2905	-0,1224	0,6833	0,1848	2,4795	-0,3674
6.3.2005	-1,6956	-1,8885	0,5317	0,0849	0,8782	2,0893	0,1448
16.3.2005	-2,3372	-1,2527	-0,0729	0,7359	0,2277	2,6993	0,2280
26.3.2005	-1,8353	-1,5193	0,1097	0,5221	0,0095	2,7133	-0,2978
5.4.2005	-1,1728	-1,7487	0,7562	-0,1165	0,4436	1,8382	0,6997
15.4.2005	-1,3424	-0,8033	0,1677	0,4536	-0,4134	1,9378	-0,2437
25.4.2005	-0,3734	-0,8678	0,4678	0,1144	-0,7549	1,4138	0,4213
5.5.2005	0,6088	-0,8473	1,1125	-0,5112	-0,4390	0,0761	-1,1139
15.5.2005	0,6277	0,2680	0,4902	0,1055	-1,4019	-0,0895	-2,3749
25.5.2005	1,7656	0,1110	0,8895	-0,2647	-1,6303	-0,8712	-2,6604
4.6.2005	2,5559	0,1260	1,4355	-0,7509	-1,1700	-2,1966	-2,8654
14.6.2005	2,2045	1,0577	0,7029	0,0389	-1,9739	-2,0301	-1,8361
24.6.2005	2,9293	0,4830	1,0948	-0,2732	-1,7677	-2,4661	-2,1272
4.7.2005	2,9512	0,2564	1,4220	-0,5384	-0,9974	-3,0938	-1,7324
14.7.2005	1,9573	0,7733	0,5720	0,3783	-1,4864	-2,1946	-1,6562
24.7.2005	2,1220	-0,1607	0,9095	0,0598	-0,8630	-2,0676	0,1594
3.8.2005	1,5586	-0,5036	1,0510	-0,0830	-0,0014	-2,0216	0,0764
13.8.2005	0,3833	-0,1806	0,1951	0,7588	-0,3661	-0,7905	0,9754
23.8.2005	0,4642	-1,1009	0,5588	0,3032	0,3323	-0,5576	2,1332
2.9.2005	-0,0764	-1,2758	0,6380	0,1514	0,9924	-0,4295	1,7868
12.9.2005	-0,9536	-0,8332	-0,1416	0,8155	0,5163	0,5966	3,1959
22.9.2005	-0,5645	-1,5267	0,3318	0,1804	1,0691	0,5099	2,7111
2.10.2005	-0,7754	-1,3880	0,4149	-0,0236	1,4486	0,3236	1,3640
12.10.2005	-1,2507	-0,6823	-0,2856	0,4953	0,7554	0,9679	2,3296
22.10.2005	-0,4586	-1,1579	0,3352	-0,2949	1,1494	0,4268	1,1313
1.11.2005	-0,3919	-0,7022	0,4216	-0,5202	1,3176	-0,1249	-1,2805
11.11.2005	-0,6360	0,2030	-0,2313	-0,0384	0,4255	0,2772	-0,3212
21.11.2005	0,3609	-0,2469	0,5182	-0,8964	0,8122	-0,5480	-1,2417
1.12.2005	0,3210	0,3075	0,5520	-1,0173	0,9426	-1,1058	-2,4964
11.12.2005	-0,1033	1,0654	-0,1130	-0,4060	0,0477	-0,4907	-2,7759
21.12.2005	0,6137	0,3113	0,6418	-1,1570	0,6501	-1,0599	-2,6449
31.12.2005	0,0388	0,5988	0,5405	-1,0246	0,8962	-1,0496	-3,2598
Keskiarvo:	0,037315	-0,42568	0,42442	-0,02901	0,022259	-0,02931	-0,5752486

Liite 2: Vuosien poikkeamat koko joukon ajantasausten keskiarvosta

TAULUKKO 2

0 _h = tähtiäika klo 0.00 paikallis-aikaa +35' itään Grstä v. 2007			Tähtiajan korjaustekijät	
Tammik.	0	(1)	6 ^h 36 ^m 45 ^s	Δ0 _h
	10	(11)	7 ^h 16 ^m 10 ^s	1p +03 ^m 57 ^s
	20	(21)	7 ^h 55 ^m 36 ^s	2 +07 ^m 53 ^s
	30	(31)	8 ^h 35 ^m 01 ^s	3 +11 ^m 50 ^s
Helik.	9	(10)	9 ^h 14 ^m 27 ^s	4 +15 ^m 46 ^s
	19	(20)	9 ^h 53 ^m 53 ^s	5 +19 ^m 43 ^s
Maalis	1	↑	10 ^h 33 ^m 18 ^s	6 +23 ^m 39 ^s
	11		11 ^h 12 ^m 44 ^s	7 +27 ^m 36 ^s
	21		11 ^h 52 ^m 09 ^s	8 +31 ^m 32 ^s
	31		12 ^h 31 ^m 35 ^s	9 +35 ^m 29 ^s
Huhtik.	10	↑	13 ^h 11 ^m 00 ^s	Δ0 _h
	20		13 ^h 50 ^m 26 ^s	2005 +1 ^m 55 ^s
	30		14 ^h 29 ^m 51 ^s	2006 +0 ^m 57 ^s
Touko	10	↑	15 ^h 09 ^m 17 ^s	2007 +0 ^m 00 ^s
	20		15 ^h 48 ^m 43 ^s	2008 +2 ^m 59 ^s
	30		16 ^h 28 ^m 08 ^s	2009 +2 ^m 02 ^s
Kesä	9	↑	17 ^h 07 ^m 34 ^s	2010 +1 ^m 05 ^s
	19		17 ^h 46 ^m 59 ^s	2011 +0 ^m 07 ^s
	29		18 ^h 26 ^m 25 ^s	2012 +3 ^m 07 ^s
Heinä	9	↑	19 ^h 05 ^m 50 ^s	2013 +2 ^m 09 ^s
	19		19 ^h 45 ^m 16 ^s	2014 +1 ^m 12 ^s
	29		20 ^h 24 ^m 41 ^s	2015 +0 ^m 15 ^s
Elo	8	↑	21 ^h 04 ^m 07 ^s	2016 +3 ^m 14 ^s
	18		21 ^h 43 ^m 33 ^s	2017 +2 ^m 17 ^s
	28		22 ^h 22 ^m 58 ^s	2018 +1 ^m 19 ^s
Syys	7	↑	23 ^h 02 ^m 24 ^s	2019 +0 ^m 22 ^s
	17		23 ^h 41 ^m 49 ^s	2020 +3 ^m 21 ^s
	27		0 ^h 21 ^m 15 ^s	2021 +2 ^m 24 ^s
Lokk.	7	↑	1 ^h 00 ^m 40 ^s	2022 +1 ^m 27 ^s
	17		1 ^h 40 ^m 06 ^s	2023 +0 ^m 30 ^s
	27		2 ^h 19 ^m 31 ^s	2024 +3 ^m 29 ^s
Marr.	6	↑	2 ^h 58 ^m 57 ^s	2025 +2 ^m 32 ^s
	16		3 ^h 38 ^m 23 ^s	2026 +1 ^m 34 ^s
	26		4 ^h 17 ^m 48 ^s	2027 +0 ^m 37 ^s
Jouluk.	6	↑	4 ^h 57 ^m 14 ^s	Δ0 _h
	16		+17 ^m 30 ^s	→11 ^s
	26		+19 ^m 01 ^s	→10 ^s
			+20 ^m 33 ^s	→9 ^s
			+22 ^m 04 ^s	→8 ^s
			+23 ^m 35 ^s	→7 ^s
			+25 ^m 06 ^s	→6 ^s
			+26 ^m 38 ^s	→5 ^s
			+28 ^m 09 ^s	→4 ^s
			+29 ^m 40 ^s	→3 ^s
			+31 ^m 12 ^s	→2 ^s
	+32 ^m 43 ^s	→1 ^s		
	+34 ^m 14 ^s	→0 ^s		
	+35 ^m 46 ^s	→0 ^s		

TAULUKKO 3

Keskiajan korjaus tähtiajaksi	
Keskiaika	Korjaus
0 ^h	+0 ^m 00 ^s
1 ^h	+0 ^m 10 ^s
2 ^h	+0 ^m 20 ^s
3 ^h	+0 ^m 30 ^s
4 ^h	+0 ^m 39 ^s
5 ^h	+0 ^m 49 ^s
6 ^h	+0 ^m 59 ^s
7 ^h	+1 ^m 09 ^s
8 ^h	+1 ^m 19 ^s
9 ^h	+1 ^m 29 ^s
10 ^h	+1 ^m 39 ^s
11 ^h	+1 ^m 48 ^s
12 ^h	+1 ^m 58 ^s
13 ^h	+2 ^m 08 ^s
14 ^h	+2 ^m 18 ^s
15 ^h	+2 ^m 28 ^s
16 ^h	+2 ^m 38 ^s
17 ^h	+2 ^m 48 ^s
18 ^h	+2 ^m 57 ^s
19 ^h	+3 ^m 07 ^s
20 ^h	+3 ^m 17 ^s
21 ^h	+3 ^m 27 ^s
22 ^h	+3 ^m 37 ^s
23 ^h	+3 ^m 47 ^s
0 ^m 00 ^s	→ +0 ^s
3 ^m 03 ^s	→ +1 ^s
9 ^m 08 ^s	→ +2 ^s
15 ^m 13 ^s	→ +3 ^s
21 ^m 18 ^s	→ +4 ^s
27 ^m 24 ^s	→ +5 ^s
33 ^m 29 ^s	→ +6 ^s
39 ^m 35 ^s	→ +7 ^s
45 ^m 39 ^s	→ +8 ^s
51 ^m 46 ^s	→ +9 ^s
57 ^m 50 ^s	→ +10 ^s
63 ^m 55 ^s	→ +10 ^s

Liite 3. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon taulukot 2 ja 3

1.1. klo 00	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
Hamal (*)	31,89	31,91	31,92	31,93	31,95	31,96	31,98	31,99	32,01	32,02	32,03	32,05	32,06	32,08	32,09	32,10	32,12	32,13	32,15	32,16	32,18
Taulukko (*)	31,89	31,90	31,92	31,93	31,95	31,96	31,97	31,99	32,00	32,02	32,03	32,04	32,06	32,07	32,09	32,10	32,11	32,13	32,14	32,16	32,17
erotus (s)	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3	-1,4	-1,4	-1,5
Aldebaran (*)	69,08	69,10	69,11	69,12	69,14	69,15	69,17	69,18	69,20	69,21	69,22	69,24	69,25	69,27	69,28	69,30	69,31	69,33	69,34	69,35	69,37
Taulukko (*)	69,08	69,09	69,11	69,12	69,14	69,15	69,16	69,18	69,19	69,21	69,22	69,24	69,25	69,26	69,28	69,29	69,31	69,32	69,33	69,35	69,36
erotus (s)	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3	-1,4
Betelgeuse (*)	88,89	88,90	88,91	88,93	88,94	88,96	88,97	88,98	89,00	89,01	89,02	89,04	89,05	89,06	89,08	89,09	89,10	89,12	89,13	89,15	89,16
Taulukko (*)	88,89	88,90	88,91	88,93	88,94	88,95	88,97	88,98	88,99	89,01	89,02	89,03	89,05	89,06	89,07	89,09	89,10	89,11	89,13	89,14	89,15
erotus (s)	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3	-1,4
Regulus (*)	152,19	152,20	152,21	152,23	152,24	152,25	152,27	152,28	152,29	152,31	152,32	152,33	152,35	152,36	152,37	152,39	152,40	152,41	152,43	152,44	152,45
Taulukko (*)	152,18	152,20	152,21	152,22	152,24	152,25	152,26	152,28	152,29	152,30	152,32	152,33	152,34	152,35	152,37	152,38	152,39	152,41	152,42	152,43	152,45
erotus (s)	-0,3	-0,4	-0,5	-0,5	-0,5	-0,6	-0,7	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3
Arcturus (*)	214,00	214,01	214,02	214,03	214,04	214,05	214,06	214,08	214,09	214,10	214,11	214,12	214,13	214,14	214,16	214,17	214,18	214,19	214,20	214,21	214,22
Taulukko (*)	213,99	214,00	214,02	214,03	214,04	214,05	214,06	214,07	214,08	214,09	214,11	214,12	214,13	214,14	214,15	214,16	214,17	214,18	214,20	214,21	214,22
erotus (s)	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,3	-1,3	-1,4	-1,4	-1,5
Altair (*)	297,78	297,79	297,81	297,82	297,83	297,84	297,85	297,87	297,88	297,89	297,90	297,92	297,93	297,94	297,95	297,96	297,98	297,99	298,00	298,01	298,02
Taulukko (*)	297,78	297,79	297,80	297,82	297,83	297,84	297,85	297,86	297,88	297,89	297,90	297,91	297,92	297,94	297,95	297,96	297,97	297,98	298,00	298,01	298,02
erotus (s)	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3
Markab (*)	346,28	346,29	346,30	346,31	346,33	346,34	346,35	346,36	346,38	346,39	346,40	346,41	346,43	346,44	346,45	346,46	346,48	346,49	346,50	346,51	346,53
Taulukko (*)	346,28	346,29	346,30	346,31	346,33	346,34	346,35	346,36	346,37	346,39	346,40	346,41	346,42	346,44	346,45	346,46	346,47	346,48	346,50	346,51	346,52
erotus (s)	-0,3	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7	-0,8	-0,8	-0,9	-0,9	-1,0	-1,1	-1,1	-1,2	-1,2	-1,3	-1,3	-1,4

Liite 4. Aurinko- ja tähtimittaustaulukon mittaustähtien rektaskension virhe taulukon voimassaoloaikana

PVM	2005	2005	2005	2005	2005	2005	Taulukko
5.1.2005	-0,66727	-0,37211	0,023271	0,271688	0,302218	0,442199	0,412296
15.1.2005	-0,94484	-0,57494	0,010827	0,293053	0,471982	0,743923	0,630863
25.1.2005	-1,20156	-0,69585	-0,05715	0,327539	0,646427	0,980595	1,449138
4.2.2005	-1,47119	-0,7538	-0,15069	0,369952	0,732475	1,273252	1,574849
14.2.2005	-1,57785	-0,908	-0,14326	0,332619	0,875896	1,420598	1,587198
24.2.2005	-1,72019	-0,92041	-0,21591	0,330383	0,994046	1,532078	1,387386
6.3.2005	-1,85074	-0,89894	-0,30613	0,362291	0,97952	1,714001	1,812233
16.3.2005	-1,79141	-0,99163	-0,27886	0,287754	1,068794	1,705359	2,4748
26.3.2005	-1,81323	-0,92367	-0,33297	0,262114	1,102162	1,70559	1,685438
5.4.2005	-1,79122	-0,85403	-0,39106	0,279979	0,996897	1,759439	2,425304
15.4.2005	-1,59544	-0,87179	-0,34432	0,185977	1,007418	1,618154	2,585666
25.4.2005	-1,49013	-0,74054	-0,36008	0,141233	0,938662	1,510842	2,822061
5.5.2005	-1,30551	-0,62704	-0,36885	0,134745	0,758724	1,407928	2,648201
15.5.2005	-0,99703	-0,54478	-0,3079	0,033759	0,675318	1,140629	2,367442
25.5.2005	-0,75476	-0,36342	-0,27486	-0,02671	0,509832	0,90992	1,853354
4.6.2005	-0,42434	-0,2094	-0,23459	-0,05929	0,294838	0,632777	1,282074
14.6.2005	-0,05918	-0,03384	-0,17482	-0,14257	0,133219	0,277196	-0,18956
24.6.2005	0,277115	0,146256	-0,0985	-0,20369	-0,07353	-0,04766	-0,7734
4.7.2005	0,648564	0,303328	-0,0335	-0,24188	-0,25488	-0,42164	-1,25559
14.7.2005	0,9492	0,505102	0,002771	-0,27375	-0,43938	-0,74394	-1,00651
24.7.2005	1,264347	0,608751	0,100204	-0,31787	-0,60217	-1,05326	-1,80435
3.8.2005	1,530285	0,720883	0,159274	-0,3408	-0,69515	-1,37449	-1,53128
13.8.2005	1,666152	0,87792	0,162482	-0,31256	-0,85051	-1,54348	-2,81191
23.8.2005	1,869232	0,876536	0,260266	-0,34137	-0,91974	-1,74493	-2,67572
2.9.2005	1,957936	0,931236	0,299513	-0,34884	-0,92006	-1,91978	-2,36634
12.9.2005	1,916129	1,016587	0,275906	-0,27863	-1,02367	-1,90633	-4,24111
22.9.2005	1,977835	0,931109	0,357726	-0,29973	-0,99437	-1,97257	-3,71823
2.10.2005	1,888503	0,933353	0,373242	-0,29486	-0,92141	-1,97883	-4,3544
12.10.2005	1,699959	0,938006	0,329641	-0,20017	-0,9596	-1,80784	-2,94678
22.10.2005	1,613706	0,793959	0,375934	-0,20658	-0,8436	-1,73341	-2,56651
1.11.2005	1,369254	0,734174	0,364196	-0,18116	-0,71577	-1,57069	-1,80164
11.11.2005	1,075144	0,641414	0,305907	-0,07218	-0,672	-1,27828	-1,03898
21.11.2005	0,844173	0,454954	0,298092	-0,04716	-0,49162	-1,05844	-1,08909
1.12.2005	0,497033	0,317363	0,261207	0,004536	-0,33213	-0,74801	-1,26368
11.12.2005	0,161317	0,131965	0,198588	0,106926	-0,20374	-0,39505	0,056862
21.12.2005	-0,16507	-0,05548	0,133487	0,163382	-0,00892	-0,06741	0,10931
31.12.2005	-0,50741	-0,24167	0,086586	0,218612	0,144588	0,299292	0,315206

Liite 5. Vuosien poikkeamat koko joukon deklinaatioiden keskiarvosta (')

$$JD = INT(365,25 * (Y + 4716)) + INT(30,6001 * (M + 1)) + D - 1524,5$$

, jossa:

INT =laskettujen termien kokonaisluku (desimaali katakisemalla)

Y = vuosi

M = kuukausi

D = päivä

Liite 8. Juliaanisen päivän laskeminen

```
double LOA[] = {175347046, 3341656, 34894, 3497, 3418, 3136, 2676, 2343, 1324, 1273,
1199, 990, 902, 857, 780, 753, 505, 492, 357, 317, 284, 271, 243, 206, 205,
202, 156, 132, 126, 115, 103, 102, 102, 99, 98, 86, 85, 85, 80, 79, 75, 74,
74, 70, 62, 61, 57, 56, 56, 52, 52, 51, 49, 41, 41, 39, 37, 37, 36, 36, 33,
30, 30, 25};

double LOB[] = {0, 4.6692568, 4.6261, 2.7441, 2.8289, 3.6277, 4.4181, 6.1352, 0.7425,
2.0371, 1.1096, 5.233, 2.045, 3.508, 1.179, 2.533, 4.583, 4.205, 2.92, 5.849,
1.899, 0.315, 0.345, 4.806, 1.869, 2.458, 0.833, 3.411, 1.083, 0.645, 0.636,
0.976, 4.267, 6.21, 0.68, 5.98, 1.3, 3.67, 1.81, 3.04, 1.76, 3.5, 4.68, 0.83,
3.98, 1.82, 2.78, 4.39, 3.47, 0.19, 1.33, 0.28, 0.49, 5.37, 2.4, 6.17, 6.04,
2.57, 1.71, 1.78, 0.59, 0.44, 2.74, 3.16};

double LOC[] = {0, 6283.07585, 12566.1517, 5753.3849, 3.5231, 77713.7715, 7860.4194,
3930.2097, 11506.7698, 529.691, 1577.3435, 5884.927, 26.298, 398.149, 5223.694,
5507.553, 18849.228, 775.523, 0.067, 11790.629, 796.298, 10977.079, 5486.778,
2544.314, 5573.143, 6069.777, 213.299, 2942.463, 20.775, 0.98, 4694.003,
15720.839, 7.114, 2146.17, 155.42, 161000.69, 6275.96, 71430.7, 17260.15,
12036.46, 5088.63, 3154.69, 801.82, 9437.76, 8827.39, 7084.9, 6286.6, 14143.5,
6279.55, 12139.55, 1748.02, 5856.48, 1194.45, 8429.24, 19651.05, 10447.39,
10213.29, 1059.38, 2352.87, 6812.77, 17789.85, 83996.85, 1349.87, 4690.48};

double L1A[] = {628331966747L, 206059, 4303, 425, 119, 109, 93, 72, 68, 67, 59, 56,
45, 36, 29, 21, 19, 19, 17, 16, 16, 15, 12, 12, 12, 12, 11, 10, 10, 9, 9, 8,
6, 6};

double L1B[] = {0, 2.678235, 2.6351, 1.59, 5.796, 2.966, 2.59, 1.14, 1.87, 4.41, 2.89,
2.17, 0.4, 0.47, 2.65, 5.34, 1.85, 4.97, 2.99, 0.03, 1.43, 1.21, 2.83, 3.26,
5.27, 2.08, 0.77, 1.3, 4.24, 2.7, 5.64, 5.3, 2.65, 4.67};

double L1C[] = {0, 6283.07585, 12566.1517, 3.523, 26.298, 1577.344, 18849.23, 529.69,
398.15, 5507.55, 5223.69, 155.42, 796.3, 775.52, 7.11, 0.98, 5486.78, 213.3,
6275.96, 2544.31, 2146.17, 10977.08, 1748.02, 5088.63, 1194.45, 4694, 553.57,
6286.6, 1349.87, 242.73, 951.72, 2352.87, 9437.76, 4690.48};

double L2A[] = {52919, 8720, 309, 27, 16, 16, 10, 9, 7, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3,
2, 2};
```

Liite 9. Työssä käytetyt korjaustermit Maan sijainnille (sivu1/2)

```

double L2B[] = {0, 1.0721, 0.867, 0.05, 5.19, 3.68, 0.76, 2.06, 0.83, 4.66, 1.03,
               3.44, 5.14, 6.05, 1.19, 6.12, 0.31, 2.28, 4.38, 3.75};

double L2C[] = {0, 6283.0758, 12566.152, 3.52, 26.3, 155.42, 18849.23, 77713.77,
               775.52, 1577.34, 7.11, 5573.14, 796.3, 5507.55, 242.73, 529.69, 398.15, 553.57, 5223.69, 0.98};

double L3A[] = {289, 35, 17, 3, 1, 1, 1};
double L3B[] = {5.844, 0, 5.49, 5.2, 4.72, 5.3, 5.97};
double L3C[] = {6283.076, 0, 12566.15, 155.42, 3.52, 18849.23, 242.73};

double L4A[] = {114, 8, 1};
double L4B[] = {3.142, 4.13, 3.84};
double L4C[] = {0, 6283.08, 12566.15};

double L5A = 1;
double L5B = 3.14;
double L5C = 0;

double B0A[] = {280, 102, 80, 44, 32};
double B0B[] = {3.199, 5.422, 3.88, 3.7, 4};
double B0C[] = {84334.662, 5507.553, 5223.69, 2352.87, 1577.34};

double B1A[] = {9, 6};
double B1B[] = {3.9, 1.73};
double B1C[] = {5507.55, 5223.69};

double B0 = 0;
for (int i = 0; i < B0A.length; i++) {
    B0 = B0A[i] * Math.cos(B0B[i] + B0C[i] * JME) + B0;
}

double R0A[] = {100013989, 1670700, 13956, 3084, 1628, 1576, 925, 542, 472, 346, 329,
               307, 243, 212, 186, 175, 110, 98, 86, 86, 65, 63, 57, 56, 49, 47, 45, 43, 39,
               38, 37, 37, 36, 35, 33, 32, 32, 28, 28, 26};

double R0B[] = {0, 3.0984635, 3.05525, 5.1985, 1.1739, 2.8469, 5.453, 4.564, 3.661,
               0.964, 5.9, 0.299, 4.273, 5.847, 5.022, 3.012, 5.055, 0.89, 5.69, 1.27, 0.27,
               0.92, 2.01, 5.24, 3.25, 2.58, 5.54, 6.01, 5.36, 2.39, 0.83, 4.9, 1.67, 1.84,
               0.24, 0.18, 1.78, 1.21, 1.9, 4.59};

double R0C[] = {0, 6283.07585, 12566.1517, 77713.7715, 5753.3849, 7860.4194, 11506.77,
               3930.21, 5884.927, 5507.553, 5223.694, 5573.143, 11790.629, 1577.344, 10977.079,
               18849.228, 5486.778, 6069.78, 15720.84, 161000.69, 17260.15, 529.69, 83996.85,
               71430.7, 2544.31, 775.52, 9437.76, 6275.96, 4694, 8827.39, 19651.05, 12139.55,
               12036.46, 2942.46, 7084.9, 5088.63, 398.15, 6286.6, 6279.55, 10447.39};

double R1A[] = {103019, 1721, 702, 32, 31, 25, 18, 10, 9, 9};
double R1B[] = {1.10749, 1.0644, 3.142, 1.02, 2.84, 1.32, 1.42, 5.91, 1.42, 0.27};
double R1C[] = {6283.07585, 12566.1517, 0, 18849.23, 5507.55, 5223.69, 1577.34, 10977.08,
               6275.96, 5486.78};

double R2A[] = {4359, 124, 12, 9, 6, 3};
double R2B[] = {5.7846, 5.579, 3.14, 3.63, 1.87, 5.47};
double R2C[] = {6283.0758, 12566.152, 0, 77713.77, 5573.14, 18849.23};

double R3A[] = {145, 7};
double R3B[] = {4.273, 3.92};
double R3C[] = {6283.076, 12566.15};

double R4A = 4;
double R4B = 2.56;
double R4C = 6283.08;

double R0 = 0;
for (int i = 0; i < R0A.length; i++) {
    R0 = R0A[i] * Math.cos(R0B[i] + R0C[i] * JME) + R0;
}

```

Liite 9. (sivu 2/2)

Deklinaatio			
	AA	algoritmi	erotus (")
01.01.08	-23,069083	-23,069079	0,0155
31.01.08	-17,614444	-17,614402	0,1515
01.03.08	-7,525056	-7,524990	0,2370
31.03.08	4,216806	4,216847	0,1478
30.04.08	14,822722	14,822757	0,1262
30.05.08	21,794333	21,794360	0,0945
29.06.08	23,220472	23,220479	0,0235
29.07.08	18,710583	18,710573	-0,0376
28.08.08	9,655083	9,655042	-0,1477
27.09.08	-1,691889	-1,691895	-0,0237
27.10.08	-12,832111	-12,832110	0,0028
26.11.08	-20,966806	-20,966793	0,0436
26.12.08	-23,360472	-23,360459	0,0490
25.01.09	-18,982139	-18,982098	0,1461
24.02.09	-9,491306	-9,491301	0,0151
26.03.09	2,172278	2,172264	-0,0479
25.04.09	13,164528	13,164517	-0,0405
25.05.09	20,935444	20,935440	-0,0146
24.06.09	23,413000	23,413016	0,0579
24.07.09	19,880889	19,880882	-0,0233
23.08.09	11,467139	11,467126	-0,0478
22.09.09	0,345861	0,345816	-0,1614
22.10.09	-11,021222	-11,021278	-0,1997
21.11.09	-19,892528	-19,892553	-0,0895
21.12.09	-23,436583	-23,436585	-0,0066
20.01.10	-20,190028	-20,190012	0,0575
19.02.10	-11,392000	-11,391984	0,0561
21.03.10	0,106194	0,106214	0,0689
20.04.10	11,407028	11,407044	0,0572
20.05.10	19,911556	19,911554	-0,0061
19.06.10	23,417083	23,417057	-0,0936
19.07.10	20,900667	20,900623	-0,1566
18.08.10	13,198583	13,198520	-0,2269
17.09.10	2,378611	2,378576	-0,1279
17.10.10	-9,132306	-9,132292	0,0476
16.11.10	-18,651333	-18,651373	-0,1445
16.12.10	-23,297444	-23,297496	-0,1846
15.01.11	-21,224139	-21,224183	-0,1592
14.02.11	-13,209694	-13,209729	-0,1242
16.03.11	-1,965611	-1,965588	0,0832
15.04.11	9,564222	9,564245	0,0804
15.05.11	18,732500	18,732547	0,1693
14.06.11	23,232194	23,232218	0,0850
14.07.11	21,759250	21,759258	0,0277
13.08.11	14,835056	14,835048	-0,0283
12.09.11	4,391306	4,391280	-0,0905
12.10.11	-7,181667	-7,181713	-0,1673
11.11.11	-17,258278	-17,258317	-0,1423
11.12.11	-22,945556	-22,945616	-0,2186
10.01.12	-22,072389	-22,072423	-0,1223
09.02.12	-14,930167	-14,930198	-0,1115
10.03.12	-4,031917	-4,031913	0,0145
09.04.12	7,645861	7,645866	0,0163
09.05.12	17,406500	17,406520	0,0737
08.06.12	22,859528	22,859550	0,0788

0-meridiaanin ohitus (AA)			Tuntukulma (s)	
h	m	s		
	12	3	18,52	-0,015
	12	13	22,09	-0,003
	12	12	15,97	0,001
	12	4	3,24	0,002
	11	57	9,68	0,012
	11	57	34,54	0,002
	12	3	31,94	-0,003
	12	6	26,65	0,004
	12	1	5,37	-0,002
	11	50	49,80	-0,003
	11	43	49,41	0,008
	11	47	24,27	0,007
	12	0	45,25	0,000
	12	12	22,01	-0,006
	12	13	10,73	0,008
	12	5	37,65	0,005
	11	57	55,97	0,017
	11	56	56,09	0,021
	12	2	27,53	0,000
	12	6	31,11	0,002
	12	2	35,48	0,005
	11	52	40,21	0,004
	11	44	27,80	0,000
	11	45	54,68	-0,006
	11	58	9,24	-0,002
	12	11	0,36	-0,001
	12	13	49,22	-0,008
	12	7	11,87	-0,009
	11	58	55,63	-0,004
	11	56	31,09	0,003
	12	1	19,90	0,000
	12	6	18,60	0,010
	12	3	52,36	-0,001
	11	54	31,95	0,013
	11	45	23,10	0,026
	11	44	45,70	0,013
	11	55	34,35	0,011
	12	9	18,52	0,009
	12	14	10,08	0,003
	12	8	43,81	-0,004
	12	0	7,42	-0,003
	11	56	21,11	-0,001
	12	0	12,77	0,002
	12	5	50,84	0,006
	12	4	55,04	0,004
	11	56	22,87	-0,005
	11	46	33,56	-0,006
	11	43	58,69	0,009
	11	53	4,61	0,006
	12	7	17,73	-0,001
	12	14	9,88	0,001
	12	10	8,51	0,002
	12	1	26,93	-0,006
	11	56	24,33	0,007
	11	59	7,12	0,005

Liite 10. Auringon deklinaation ja tuntikulman poikkeamat AA:sta (sivu 1/3)

08.07.12	22,448667	22,448708	0,1504
07.08.12	16,363722	16,363754	0,1127
06.09.12	6,368000	6,367977	-0,0836
06.10.12	-5,188222	-5,188276	-0,1935
05.11.12	-15,731278	-15,731307	-0,1044
05.12.12	-22,386694	-22,386714	-0,0715
04.01.13	-22,722417	-22,722415	0,0053
03.02.13	-16,533861	-16,533863	-0,0077
05.03.13	-6,073639	-6,073628	0,0400
04.04.13	5,669583	5,669584	0,0038
04.05.13	15,947472	15,947496	0,0839
03.06.13	22,302639	22,302661	0,0802
03.07.13	22,959917	22,959955	0,1382
02.08.13	17,771139	17,771165	0,0942
01.09.13	8,296083	8,296064	-0,0679
01.10.13	-3,165056	-3,165063	-0,0266
31.10.13	-14,084611	-14,084620	-0,0330
30.11.13	-21,628083	-21,628084	-0,0031
30.12.13	-23,166472	-23,166481	-0,0304
29.01.14	-18,006639	-18,006641	-0,0073
28.02.14	-8,077000	-8,076979	0,0771
30.03.14	3,649667	3,649740	0,2626
29.04.14	14,369556	14,369627	0,2570
29.05.14	21,568528	21,568584	0,2028
28.06.14	23,287333	23,287382	0,1768
28.07.14	19,044417	19,044436	0,0685
27.08.14	10,161306	10,161298	-0,0285
26.09.14	-1,127833	-1,127847	-0,0475
26.10.14	-12,336056	-12,336064	-0,0289
25.11.14	-20,681417	-20,681443	-0,0944
25.12.14	-23,398361	-23,398393	-0,1143
24.01.15	-19,331444	-19,331451	-0,0248
23.02.15	-10,026306	-10,026287	0,0679
25.03.15	1,598333	1,598361	0,0999
24.04.15	12,682944	12,682952	0,0259
24.05.15	20,663333	20,663364	0,1109
23.06.15	23,428750	23,428771	0,0763
23.07.15	20,176222	20,176264	0,1494
22.08.15	11,955667	11,955688	0,0769
21.09.15	0,913306	0,913299	-0,0228
21.10.15	-10,500056	-10,500098	-0,1535
20.11.15	-19,559583	-19,559665	-0,2930
20.12.15	-23,415556	-23,415608	-0,1874
19.01.16	-20,492444	-20,492456	-0,0408
18.02.16	-11,904583	-11,904591	-0,0274
19.03.16	-0,469806	-0,469797	0,0314
18.04.16	10,900778	10,900763	-0,0529
18.05.16	19,595500	19,595495	-0,0189
17.06.16	23,381167	23,381188	0,0783
17.07.16	21,154111	21,154124	0,0460
16.08.16	13,664167	13,664156	-0,0371
15.09.16	2,943389	2,943357	-0,1136
15.10.16	-8,591833	-8,591862	-0,1030
14.11.16	-18,275028	-18,275033	-0,0196
14.12.16	-23,217917	-23,217924	-0,0256
13.01.17	-21,477472	-21,477460	0,0458
12.02.17	-13,698528	-13,698552	-0,0869

12	5	8,18	0,011
12	5	42,24	0,004
11	58	11,65	-0,005
11	47	58,84	-0,011
11	43	36,10	-0,011
11	50	46,62	-0,006
12	5	2,76	0,004
12	13	49,18	0,006
12	11	25,26	-0,005
12	2	54,44	0,005
11	56	43,79	0,012
11	58	8,90	0,013
12	4	14,81	0,017
12	6	13,74	0,000
11	59	55,35	-0,002
11	49	35,30	-0,004
11	43	36,13	-0,006
11	48	42,54	-0,004
12	2	35,22	0,000
12	13	5,55	-0,013
12	12	30,65	-0,003
12	4	27,94	0,000
11	57	20,64	0,003
11	57	23,00	-0,004
12	3	15,47	0,005
12	6	30,63	0,010
12	1	32,55	0,010
11	51	21,00	0,004
11	43	58,80	0,003
11	46	57,29	0,014
12	0	1,16	0,012
12	12	0,02	0,009
12	13	21,92	0,001
12	6	3,37	0,008
11	58	11,31	0,014
11	56	48,13	0,011
12	2	9,25	0,005
12	6	29,20	-0,003
12	2	57,74	-0,011
11	53	10,57	-0,003
11	44	40,93	0,002
11	45	32,89	-0,009
11	57	25,70	-0,005
12	10	33,85	0,011
12	13	56,95	0,010
12	7	38,02	0,015
11	59	14,62	0,018
11	56	26,54	0,022
12	1	0,21	0,017
12	6	11,03	0,007
12	4	9,82	0,004
11	55	1,61	0,002
11	45	40,08	0,001
11	44	29,44	-0,008
11	54	51,21	-0,007
12	8	46,04	0,001
12	14	11,50	0,008

Liite 10. (sivu 2/3)

14.03.17	-2,543222	-2,543278	-0,2010
13.04.17	9,034417	9,034399	-0,0623
13.05.17	18,374417	18,374420	0,0107
12.06.17	23,144611	23,144615	0,0145
12.07.17	21,966972	21,966974	0,0068
11.08.17	15,271139	15,271150	0,0392
10.09.17	4,945333	4,945353	0,0694
10.10.17	-6,630167	-6,630182	-0,0536
09.11.17	-16,844750	-16,844770	-0,0713
09.12.17	-22,808611	-22,808638	-0,0961
08.01.18	-22,272111	-22,272118	-0,0261
07.02.18	-15,388444	-15,388455	-0,0375
09.03.18	-4,603722	-4,603716	0,0235
08.04.18	7,100111	7,100142	0,1095
08.05.18	17,012250	17,012261	0,0383
07.06.18	22,721694	22,721669	-0,0911
07.07.18	22,607806	22,607786	-0,0698
06.08.18	16,767083	16,767080	-0,0127
05.09.18	6,909917	6,909943	0,0932
05.10.18	-4,626417	-4,626397	0,0699
04.11.18	-15,282444	-15,282451	-0,0226
04.12.18	-22,193833	-22,193855	-0,0767
03.01.19	-22,866806	-22,866825	-0,0710
02.02.19	-16,957583	-16,957578	0,0197
04.03.19	-6,634444	-6,634415	0,1076
03.04.19	5,113861	5,113893	0,1164
03.05.19	15,522583	15,522612	0,1032
02.06.19	22,117333	22,117355	0,0778
02.07.19	23,069361	23,069386	0,0884
01.08.19	18,138528	18,138553	0,0902
31.08.19	8,822056	8,822069	0,0480
30.09.19	-2,597639	-2,597630	0,0327
30.10.19	-13,606222	-13,606227	-0,0175
29.11.19	-21,383083	-21,383093	-0,0331
29.12.19	-23,253833	-23,253833	0,0000

12	9	7,39	0,006
12	0	27,82	-0,005
11	56	19,43	-0,003
11	59	52,95	-0,010
12	5	39,41	-0,003
12	5	9,33	0,007
11	56	53,53	0,010
11	46	56,28	0,002
11	43	50,33	0,004
11	52	24,95	0,000
12	6	41,25	0,003
12	14	5,94	0,003
12	10	30,63	0,001
12	1	50,67	-0,008
11	56	28,52	-0,015
11	58	50,74	-0,022
12	4	55,07	-0,009
12	5	53,23	0,004
11	58	41,46	0,005
11	48	24,64	0,005
11	43	33,35	-0,019
11	50	9,68	-0,023
12	4	22,20	-0,004
12	13	39,61	-0,008
12	11	45,94	-0,009
12	3	22,05	0,001
11	56	55,09	0,002
11	57	57,84	-0,003
12	4	1,44	0,005
12	6	21,61	-0,002
12	0	23,75	-0,008
11	50	3,60	-0,002
11	43	39,33	0,000
11	48	10,29	-0,008
12	1	52,51	-0,018

Liite 10. (sivu 3/3)

J2015,5										
Deklinaatio (°)	Arcturus	Alfai	Aldebaran	Makab	Hama	Betelgeuse	Regulus	Capella	Deneb	Alkaid
algoritmi	19,10227545	8,91023989	16,53925422	15,28890108	23,53502532	7,40873881	11,89088855	46,01219744	45,33633019	49,23635743
AA	19,10222222	8,91027778	16,53916667	15,28888889	23,53500000	7,40888889	11,89083333	46,01222222	45,33638889	49,23638889
Erotus (°)	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
Rektaskensio (°)										
algoritmi	214,0921930	297,8848447	69,2029528	346,3835476	32,0126677	89,0028756	152,2989900	79,4591984	310,4902018	207,0374898
AA	214,0920833	297,8850000	69,2029167	346,3833333	32,0125000	89,0029167	152,2987500	79,4591667	310,4900000	207,0375000
Erotus (s)	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0

Liite 11. Kymmenen esimerkkitähdien koordinaattien laskennalliset virheet

```

// KERTOIMET TAULUKOIKSI: M = KUU, 2.MERKKI = TAULUKKO (A/B), 3.MERKKI = TERMI

double MAD[] = {0, 2, 2, 0, 0, 0, 2, 2, 2, 2, 0, 1, 0, 2, 0, 0, 4, 0, 4, 2, 2, 1, 1, 2, 2,
4, 2, 0, 2, 2, 1, 2, 0, 0, 2, 2, 2, 4, 0, 3, 2, 4, 0, 2, 2, 2, 4, 0, 4, 1, 2, 0, 1, 3,
4, 2, 0, 1, 2, 2};

double MAM[] = {0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, -1, 0, -1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, -1,
0, 0, 0, 1, 0, -1, 0, -2, 1, 2, -2, 0, 0, -1, 0, 0, 1, -1, 2, 2, 1, -1, 0, 0, -1, 0,
1, 0, 1, 0, 0, -1, 2, 1, 0, 0};

double MAm[] = {1, -1, 0, 2, 0, 0, -2, -1, 1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 1, -1, 3, -2, -1, 0, -1,
0, 1, 2, 0, -3, -2, -1, -2, 1, 0, 2, 0, -1, 1, 0, -1, 2, -1, 1, -2, -1, -1, -2, 0, 1,
4, 0, -2, 0, 2, 1, -2, -3, 2, 1, -1, 3, -1};

double MAF[] = {0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -2, 2, -2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, -2, 2, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -2, 0, 0, 0, 0, -2, -2,
0, 0, 0, 0, 0, 0, -2};

double MA1[] = {6288774, 1274027, 658314, 213618, -185116, -114332, 58793, 57066, 53322, 45758,
-40923, -34720, -30383, 15327, -12528, 10980, 10675, 10034, 8548, -7888, -6766, -5163, 4987,
4036, 3994, 3861, 3665, -2689, -2602, 2390, -2348, 2236, -2120, -2069, 2048, -1773, -1595,
1215, -1110, -892, -810, 759, -713, -700, 691, 596, 549, 537, 520, -487, -399, -381, 351,
-340, 330, 327, -323, 299, 294, 0};

double MAr[] = {-20905355, -3699111, -2955968, -569925, 48888, -3149, 246158, -152138, -170733,
-204586, -129620, 108743, 104755, 10321, 0, 79661, -34782, -23210, -21636, 24208, 30824, -8379,
-16675, -12831, -10445, -11650, 14403, -7003, 0, 10056, 6322, -9884, 5751, 0, -4950, 4130, 0,
-3958, 0, 3258, 2616, -1897, -2117, 2354, 0, 0, -1423, -1117, -1571, -1739, 0, -4421, 0, 0, 0,
0, 1165, 0, 0, 8752};

double MBD[] = {0, 0, 0, 2, 2, 2, 2, 0, 2, 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 0, 4, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1,
0, 4, 4, 0, 4, 2, 2, 2, 2, 0, 2, 2, 2, 2, 4, 2, 2, 0, 2, 1, 1, 0, 2, 1, 2, 0, 4, 4, 1, 4, 1,
4, 2};

double MBM[] = {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 1, -1, -1, -1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, -1, -2, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, -1, 1, 0,
-1, 0, 0, 0, -1, -2};

double MBm[] = {0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 2, 1, 2, 0, -2, 1, 0, -1, 0, -1, -1, -1, 0, 0, -1, 0, 1,
1, 0, 0, 3, 0, -1, 1, -2, 0, 2, 1, -2, 3, 2, -3, -1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, -2, -1, 1, -2,
2, -2, -1, 1, 1, -1, 0, 0};

double MBF[] = {1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 3, 1, 1,
1, -1, -1, -1, 1, -1, 1, -3, 1, -3, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, 3, -1, -1, 1, -1,
-1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1};

double MBb[] = {5128122, 280602, 277693, 173237, 55413, 46271, 32573, 17198, 9266, 8822, 8216,
4324, 4200, -3359, 2463, 2211, 2065, -1870, 1828, -1794, -1749, -1565, -1491, -1475, -1410,
-1344, -1335, 1107, 1021, 833, 777, 671, 607, 596, 491, -451, 439, 422, 421, -366, -351,
331, 315, 302, -283, -229, 223, 223, -220, -220, -185, 181, -177, 176, 166, -164, 132, -119,
115, 107};

```

Liite 12. Työssä käytetyt Kuun korjaustemit

Oh TT	Rektaskensio			Deklinaatio		
	Ohjelma (°)	AA (°)	Virhe (s)	Ohjelma(°)	AA (°)	Virhe (")
01.01.08	194,4799	194,4799	0,00	-10,3433	-10,3431	-0,7
31.01.08	225,0485	225,0482	0,07	-22,4727	-22,4725	-0,5
01.03.08	259,4576	259,4570	0,12	-27,9534	-27,9532	-0,5
31.03.08	295,2922	295,2899	0,55	-24,3308	-24,3312	1,6
30.04.08	328,7823	328,7804	0,45	-12,4690	-12,4693	0,9
30.05.08	0,8532	0,8535	-0,08	3,9727	3,9667	21,7
29.06.08	36,1792	36,1793	-0,02	19,7359	19,7333	9,2
29.07.08	78,1417	78,1422	-0,11	27,5298	27,5167	47,4
28.08.08	120,8148	120,8147	0,04	22,2875	22,2833	15,0
27.09.08	156,8852	156,8849	0,07	7,9617	7,9500	42,0
27.10.08	188,7173	188,7179	-0,13	-8,2776	-8,2777	0,2
26.11.08	221,2691	221,2705	-0,32	-21,2192	-21,2193	0,2
26.12.08	256,7677	256,7676	0,03	-26,9565	-26,9565	-0,1
25.01.09	292,5246	292,5240	0,15	-23,5469	-23,5469	0,1
24.02.09	325,1697	325,1700	-0,07	-12,5613	-12,5614	0,2
26.03.09	355,9051	355,9050	0,02	2,4381	2,4333	17,1
25.04.09	29,0610	29,0610	0,01	17,2299	17,2167	47,6
25.05.09	68,5427	68,5435	-0,19	25,9757	25,9667	32,7
24.06.09	111,1778	111,1784	-0,14	23,0184	23,0167	6,2
24.07.09	149,2203	149,2209	-0,14	9,8841	9,8833	2,9
23.08.09	182,8873	182,8878	-0,13	-6,4199	-6,4196	-0,9
22.09.09	216,6344	216,6345	-0,02	-19,7381	-19,7380	-0,4
22.10.09	252,5537	252,5532	0,12	-25,7840	-25,7837	-1,2
21.11.09	288,0249	288,0242	0,19	-22,9231	-22,9234	1,0
21.12.09	320,0172	320,0167	0,12	-13,0331	-13,0335	1,3
20.01.10	349,6210	349,6200	0,22	0,4945	0,4833	40,1
19.02.10	20,5466	20,5462	0,09	14,2086	14,2000	30,9
21.03.10	56,6636	56,6632	0,10	23,7695	23,7667	10,3
20.04.10	97,7013	97,7006	0,17	23,9419	23,9333	30,8
20.05.10	137,4326	137,4321	0,12	13,3915	13,3833	29,3
19.06.10	173,5582	173,5584	-0,04	-2,7089	-2,7088	-0,6
19.07.10	209,5928	209,5928	-0,01	-17,3105	-17,3102	-0,9
18.08.10	247,8599	247,8602	-0,07	-24,5951	-24,5951	-0,1
17.09.10	285,2847	285,2853	-0,14	-22,2396	-22,2393	-1,0
17.10.10	318,1667	318,1661	0,14	-12,6664	-12,6669	1,9
16.11.10	347,5448	347,5443	0,14	0,0765	0,0667	35,4
16.12.10	16,8952	16,8956	-0,10	12,6235	12,6167	24,5
15.01.11	49,5647	49,5638	0,22	21,7423	21,7333	32,2
14.02.11	86,4368	86,4365	0,09	23,8107	23,8000	38,6
16.03.11	124,2214	124,2230	-0,38	16,8280	16,8167	40,9
15.04.11	160,2406	160,2397	0,22	3,0499	3,0500	-0,2
15.05.11	196,4248	196,4242	0,15	-12,0517	-12,0518	0,2
14.06.11	235,6440	235,6443	-0,08	-21,9886	-21,9890	1,5
14.07.11	275,9198	275,9194	0,08	-22,2232	-22,2234	0,8
13.08.11	312,1100	312,1096	0,09	-13,8637	-13,8636	-0,3
12.09.11	343,8185	343,8189	-0,10	-1,5014	-1,5015	0,5
12.10.11	14,3238	14,3233	0,13	10,8114	10,8000	41,1
11.11.11	46,8646	46,8643	0,07	19,8062	19,8000	22,4
11.12.11	82,4369	82,4375	-0,15	22,4497	22,4333	59,0
10.01.12	118,7912	118,7904	0,19	17,1587	17,1500	31,3

Liite 13. Kuun koordinaattien virheet vuosina 2008–2019 (sivu 1/3)

09.02.12	153,8869	153,8863	0,14	5,4591	5,4500	32,7
10.03.12	189,2231	189,2238	-0,16	-8,5376	-8,5378	1,0
09.04.12	227,7298	227,7305	-0,17	-19,2057	-19,2054	-1,2
09.05.12	268,6851	268,6858	-0,19	-21,3069	-21,3065	-1,5
08.06.12	306,8502	306,8503	-0,02	-14,3881	-14,3878	-1,1
08.07.12	340,2772	340,2765	0,16	-2,7815	-2,7816	0,3
07.08.12	11,4646	11,4645	0,02	9,0088	9,0000	31,7
06.09.12	43,3078	43,3079	-0,03	17,7428	17,7333	34,0
06.10.12	76,8966	76,8965	0,01	21,0231	21,0167	23,1
05.11.12	111,0096	111,0095	0,02	17,7044	17,7000	15,7
05.12.12	144,2899	144,2907	-0,18	8,6321	8,6167	55,4
04.01.13	177,7083	177,7082	0,04	-3,6227	-3,6233	1,9
03.02.13	214,0597	214,0590	0,17	-15,0517	-15,0522	1,8
05.03.13	254,7533	254,7533	0,02	-20,4008	-20,4010	0,6
04.04.13	295,9657	295,9659	-0,04	-16,3983	-16,3986	1,2
04.05.13	333,2171	333,2174	-0,06	-5,6155	-5,6152	1,2
03.06.13	7,2646	7,2650	-0,10	6,6144	6,6000	51,9
03.07.13	40,8357	40,8363	-0,13	16,0267	16,0167	36,0
02.08.13	75,0694	75,0688	0,15	19,9593	19,9500	33,4
01.09.13	108,8557	108,8548	0,22	17,5554	17,5500	19,6
01.10.13	141,0126	141,0130	-0,09	9,8997	9,8833	58,9
31.10.13	172,3634	172,3635	-0,03	-0,7416	-0,7333	-29,6
30.11.13	205,3603	205,3604	-0,04	-11,4771	-11,4767	-1,4
30.12.13	242,3223	242,3236	-0,31	-18,5669	-18,5672	1,3
29.01.14	282,4298	282,4284	0,32	-18,2382	-18,2383	0,4
28.02.14	321,5351	321,5345	0,15	-10,0739	-10,0739	-0,1
30.03.14	357,9210	357,9220	-0,26	1,9264	1,9167	35,1
29.04.14	33,3028	33,3029	-0,02	12,7081	12,7000	29,2
29.05.14	69,0581	69,0577	0,10	18,5296	18,5167	46,6
28.06.14	104,2707	104,2717	-0,23	17,8511	17,8500	4,0
28.07.14	137,4251	137,4248	0,07	11,5511	11,5500	4,1
27.08.14	168,9021	168,9014	0,17	1,8948	1,8833	41,3
26.09.14	200,8901	200,8910	-0,22	-8,4641	-8,4644	0,9
26.10.14	235,9146	235,9149	-0,08	-16,4021	-16,4023	0,7
25.11.14	274,5864	274,5863	0,02	-18,3783	-18,3788	1,8
25.12.14	314,0745	314,0756	-0,26	-12,6415	-12,6414	-0,4
24.01.15	351,7435	351,7433	0,05	-1,6107	-1,6109	0,9
23.02.15	28,2502	28,2501	0,03	9,7586	9,7500	31,0
25.03.15	64,9372	64,9382	-0,24	16,9761	16,9667	34,1
24.04.15	101,0521	101,0521	0,00	17,7792	17,7667	45,0
24.05.15	134,7435	134,7434	0,02	12,7385	12,7333	18,5
23.06.15	165,8595	165,8596	-0,02	4,1313	4,1167	52,6
23.07.15	196,1589	196,1588	0,03	-5,5393	-5,5394	0,0
22.08.15	227,9884	227,9879	0,13	-13,8173	-13,8170	-1,0
21.09.15	262,9062	262,9064	-0,06	-18,0143	-18,0142	-0,7
21.10.15	300,2258	300,2255	0,08	-15,8184	-15,8184	0,0
20.11.15	337,7602	337,7588	0,32	-7,2114	-7,2116	0,6
20.12.15	15,0357	15,0350	0,18	4,6103	4,6000	36,9
19.01.16	53,4056	53,4053	0,09	14,5786	14,5667	43,1
18.02.16	92,6769	92,6765	0,10	18,2547	18,2500	16,8
19.03.16	129,9272	129,9268	0,09	14,6228	14,6167	22,2
18.04.16	163,4612	163,4611	0,03	6,1501	6,1333	60,2

18.05.16	194,6478	194,6477	0,04	-3,8938	-3,8937	-0,4
17.06.16	225,9758	225,9755	0,05	-12,7529	-12,7525	-1,2
17.07.16	259,2912	259,2930	-0,45	-17,9640	-17,9640	0,1
16.08.16	294,5844	294,5869	-0,60	-17,4677	-17,4672	-1,8
15.09.16	330,2872	330,2880	-0,21	-10,7455	-10,7452	-1,0
15.10.16	5,8152	5,8166	-0,33	0,2868	0,2833	12,4
14.11.16	42,6519	42,6540	-0,50	11,6449	11,6333	41,5
14.12.16	81,9678	81,9699	-0,50	18,3944	18,3833	40,0
13.01.17	121,4476	121,4492	-0,38	17,3380	17,3333	16,9
12.02.17	157,5405	157,5413	-0,19	9,6337	9,6167	61,3
14.03.17	190,1960	190,1957	0,08	-0,9975	-0,9833	-50,9
13.04.17	221,8207	221,8211	-0,09	-11,0838	-11,0837	-0,5
13.05.17	254,6445	254,6452	-0,15	-17,8514	-17,8513	-0,3
12.06.17	289,1531	289,1530	0,03	-19,1159	-19,1155	-1,4
12.07.17	324,0159	324,0155	0,09	-14,0240	-14,0240	0,1
11.08.17	358,4208	358,4203	0,12	-3,8128	-3,8138	3,4
10.09.17	33,8452	33,8445	0,17	8,3480	8,3333	53,0
10.10.17	72,6411	72,6419	-0,19	17,6687	17,6667	7,4
09.11.17	113,9841	113,9835	0,15	19,2655	19,2500	55,8
09.12.17	152,9840	152,9836	0,09	12,4257	12,4167	32,4
08.01.18	187,5624	187,5631	-0,18	1,1847	1,1833	4,8
07.02.18	219,8379	219,8376	0,07	-9,9704	-9,9701	-1,2
09.03.18	252,3343	252,3348	-0,10	-17,8304	-17,8300	-1,5
08.04.18	285,7928	285,7940	-0,28	-20,2520	-20,2517	-1,2
08.05.18	319,0151	319,0157	-0,14	-16,4932	-16,4931	-0,4
07.06.18	351,0574	351,0573	0,03	-7,5797	-7,5796	-0,2
07.07.18	23,1081	23,1088	-0,17	4,1445	4,1333	40,2
06.08.18	57,9861	57,9869	-0,19	15,2023	15,2000	8,2
05.09.18	97,5579	97,5589	-0,25	20,7783	20,7667	41,8
05.10.18	138,7690	138,7704	-0,34	17,0922	17,0833	32,1
04.11.18	176,7864	176,7865	-0,02	5,8448	5,8333	41,4
04.12.18	211,8530	211,8522	0,21	-7,4438	-7,4441	0,8
03.01.19	246,7805	246,7798	0,19	-17,6908	-17,6907	-0,4
02.02.19	282,5131	282,5124	0,17	-21,5457	-21,5458	0,2
04.03.19	317,1292	317,1293	-0,02	-18,1142	-18,1144	0,7
03.04.19	349,1048	349,1042	0,15	-9,0442	-9,0445	0,9
03.05.19	19,7338	19,7325	0,31	2,8932	2,8833	35,7
02.06.19	52,1292	52,1285	0,16	14,5329	14,5167	58,5
02.07.19	89,1028	89,1029	-0,03	21,7576	21,7500	27,2
01.08.19	129,4590	129,4599	-0,22	20,2777	20,2667	39,8
31.08.19	168,1738	168,1754	-0,38	9,8279	9,8167	40,4
30.09.19	204,0026	204,0043	-0,41	-4,7095	-4,7099	1,4
30.10.19	239,7393	239,7399	-0,15	-17,2533	-17,2536	0,9
29.11.19	276,8751	276,8761	-0,23	-23,0741	-23,0743	0,6
29.12.19	312,9593	312,9597	-0,10	-20,4638	-20,4636	-0,6

Liite 13. (sivu 3/3)

PVM	Kuun valaistu osuus			Kuun asentokulma		
	AA	algoritmi	Ero (% -yks)	AA	Algoritmi	Ero (°)
01.01.08	0,4372	0,437	0,02	112,2068	112,21	0,00
31.01.08	0,4272	0,427	0,02	105,5909	105,61	-0,02
01.03.08	0,4158	0,416	-0,02	93,20846	93,34	-0,13
31.03.08	0,3950	0,395	0,00	79,39467	79,58	-0,19
30.04.08	0,3584	0,358	0,04	70,13679	70,17	-0,03
30.05.08	0,3028	0,303	-0,02	67,95146	67,95	0,00
29.06.08	0,2321	0,232	0,01	74,60059	74,45	0,15
29.07.08	0,1594	0,159	0,04	90,04479	89,53	0,51
28.08.08	0,1001	0,1	0,01	104,4534	104,21	0,24
27.09.08	0,0614	0,061	0,04	108,5808	108,57	0,01
27.10.08	0,0401	0,04	0,01	103,3722	103,38	-0,01
26.11.08	0,0286	0,029	-0,04	92,89171	93,05	-0,16
26.12.08	0,0216	0,022	-0,04	81,42439	81,71	-0,29
25.01.09	0,0164	0,016	0,04	74,56608	74,72	-0,15
24.02.09	0,0116	0,012	-0,04	76,76283	76,78	-0,02
26.03.09	0,0063	0,006	0,03	91,48492	91,48	0,00
25.04.09	0,0022	0,002	0,02	139,1109	139,11	0,00
25.05.09	0,0047	0,005	-0,03	231,5587	231,62	-0,06
24.06.09	0,0215	0,021	0,05	274,7861	274,97	-0,18
24.07.09	0,0538	0,054	-0,02	294,8878	294,9	-0,01
23.08.09	0,0932	0,093	0,02	300,1842	300,18	0,00
22.09.09	0,1279	0,128	-0,01	294,4089	294,25	0,16
22.10.09	0,1513	0,151	0,03	280,4935	280,08	0,41
21.11.09	0,1646	0,165	-0,04	263,6878	263,4	0,29
21.12.09	0,1737	0,174	-0,03	250,1985	250,15	0,05
20.01.10	0,1861	0,186	0,01	243,1822	243,18	0,00
19.02.10	0,2086	0,209	-0,04	244,2543	244,31	-0,06
21.03.10	0,2474	0,247	0,04	254,8377	255,13	-0,29
20.04.10	0,3074	0,307	0,04	272,544	272,77	-0,23
20.05.10	0,3883	0,388	0,03	287,6929	287,71	-0,02
19.06.10	0,4797	0,48	-0,03	293,5951	293,6	0,00
19.07.10	0,5647	0,565	-0,03	289,6782	289,68	0,00
18.08.10	0,6301	0,63	0,01	277,7804	277,91	-0,13
17.09.10	0,6730	0,673	0,00	263,965	264,15	-0,18
17.10.10	0,6979	0,698	-0,01	254,1097	254,15	-0,04
16.11.10	0,7120	0,712	0,00	249,383	249,38	0,00
16.12.10	0,7232	0,723	0,02	250,0742	250,04	0,03
15.01.11	0,7384	0,738	0,04	257,0186	256,84	0,18
14.02.11	0,7644	0,764	0,04	269,1285	268,84	0,29
16.03.11	0,8052	0,805	0,02	280,8887	280,78	0,11
15.04.11	0,8584	0,858	0,04	287,0267	287,03	0,00
15.05.11	0,9130	0,913	0,00	285,5966	285,63	-0,03
14.06.11	0,9559	0,956	-0,01	277,8087	278,02	-0,21
14.07.11	0,9812	0,981	0,02	271,3896	271,54	-0,15
13.08.11	0,9925	0,993	-0,05	276,8302	276,85	-0,02
12.09.11	0,9967	0,997	-0,03	295,9587	295,96	0,00
12.10.11	0,9985	0,999	-0,05	324,7815	324,77	0,01
11.11.11	0,9994	0,999	0,04	22,19345	22,19	0,00
11.12.11	0,9985	0,998	0,05	97,20051	97,24	-0,04
10.01.12	0,9938	0,994	-0,02	124,12	124,15	-0,03
09.02.12	0,9830	0,983	0,00	130,0134	130,01	0,00

Liite 14. Kuun valaistun osuuden ja asentokulman laskennallinen virhe (sivu 1/3)

10.03.12	0,9625	0,962	0,05	123,4471	123,44	0,01
09.04.12	0,9288	0,929	-0,02	107,9361	107,8	0,14
09.05.12	0,8833	0,883	0,03	88,2356	87,99	0,25
08.06.12	0,8340	0,834	0,00	72,09131	72,02	0,07
08.07.12	0,7901	0,79	0,01	64,26473	64,26	0,00
07.08.12	0,7568	0,757	-0,02	64,74877	64,76	-0,01
06.09.12	0,7334	0,733	0,04	72,4641	72,58	-0,12
06.10.12	0,7152	0,715	0,02	85,52599	85,71	-0,18
05.11.12	0,6956	0,696	-0,04	99,94676	100,03	-0,08
05.12.12	0,6676	0,668	-0,04	110,7809	110,79	-0,01
04.01.13	0,6257	0,626	-0,03	114,5745	114,57	0,00
03.02.13	0,5663	0,566	0,03	109,4504	109,42	0,03
05.03.13	0,4913	0,491	0,03	96,06165	96,05	0,01
04.04.13	0,4100	0,41	0,00	80,78492	80,83	-0,05
04.05.13	0,3355	0,336	-0,05	70,90328	70,91	-0,01
03.06.13	0,2768	0,277	-0,02	68,33517	68,33	0,01
03.07.13	0,2352	0,235	0,02	72,688	72,61	0,08
02.08.13	0,2067	0,207	-0,03	82,28604	82,11	0,18
01.09.13	0,1853	0,185	0,03	93,70104	93,57	0,13
01.10.13	0,1658	0,166	-0,02	103,4936	103,47	0,02
31.10.13	0,1445	0,144	0,05	109,4919	109,49	0,00
30.11.13	0,1191	0,119	0,01	109,9752	110,01	-0,03
30.12.13	0,0892	0,089	0,02	103,9724	104,12	-0,15
29.01.14	0,0569	0,057	-0,01	93,99761	94,13	-0,13
28.02.14	0,0280	0,028	0,00	85,61667	85,63	-0,01
30.03.14	0,0087	0,009	-0,03	80,47288	80,47	0,00
29.04.14	0,0008	0,001	-0,02	59,38677	59,38	0,01
29.05.14	0,0014	0,001	0,04	315,1232	315,14	-0,02
28.06.14	0,0060	0,006	0,00	309,1135	309,13	-0,02
28.07.14	0,0117	0,012	-0,03	308,5185	308,53	-0,01
27.08.14	0,0185	0,019	-0,05	302,5206	302,52	0,00
26.09.14	0,0292	0,029	0,02	290,9818	290,97	0,01
26.10.14	0,0475	0,048	-0,05	276,0062	275,92	0,09
25.11.14	0,0767	0,077	-0,03	260,3128	260,17	0,14
25.12.14	0,1176	0,118	-0,04	248,5873	248,54	0,05
24.01.15	0,1670	0,167	0,00	245,203	245,2	0,00
23.02.15	0,2190	0,219	0,00	250,6359	250,66	-0,02
25.03.15	0,2669	0,267	-0,01	262,5038	262,61	-0,11
24.04.15	0,3069	0,307	-0,01	276,519	276,61	-0,09
24.05.15	0,3386	0,339	-0,04	287,7239	287,75	-0,03
23.06.15	0,3646	0,365	-0,04	293,1964	293,2	0,00
23.07.15	0,3901	0,39	0,01	292,1825	292,18	0,00
22.08.15	0,4210	0,421	0,00	284,8671	284,84	0,03
21.09.15	0,4624	0,462	0,04	272,4421	272,42	0,02
21.10.15	0,5169	0,517	-0,01	258,5415	258,56	-0,02
20.11.15	0,5830	0,583	0,00	248,7086	248,71	0,00
20.12.15	0,6544	0,654	0,04	246,8669	246,87	0,00
19.01.16	0,7219	0,722	-0,01	254,0831	254,03	0,05
18.02.16	0,7778	0,778	-0,02	267,763	267,63	0,13
19.03.16	0,8192	0,819	0,02	281,8811	281,81	0,07
18.04.16	0,8480	0,848	0,00	291,629	291,62	0,01
18.05.16	0,8690	0,869	0,00	295,0229	295,02	0,00
17.06.16	0,8876	0,888	-0,04	291,4233	291,47	-0,05

17.07.16	0,9080	0,908	0,00	281,3236	281,46	-0,14
16.08.16	0,9317	0,932	-0,03	267,1725	267,29	-0,12
15.09.16	0,9569	0,957	-0,01	252,675	252,7	-0,03
15.10.16	0,9789	0,979	-0,01	239,8529	239,85	0,00
14.11.16	0,9932	0,993	0,02	224,6233	224,61	0,01
14.12.16	0,9982	0,998	0,02	177,6066	177,58	0,03
13.01.17	0,9957	0,996	-0,03	124,5184	124,54	-0,02
12.02.17	0,9888	0,989	-0,02	110,563	110,57	-0,01
14.03.17	0,9796	0,98	-0,04	102,4494	102,45	0,00
13.04.17	0,9698	0,97	-0,02	94,02339	94	0,02
13.05.17	0,9591	0,959	0,01	84,96557	84,86	0,11
12.06.17	0,9457	0,946	-0,03	76,48768	76,35	0,14
12.07.17	0,9250	0,925	0,00	70,88085	70,82	0,06
11.08.17	0,8913	0,891	0,03	70,14597	70,15	0,00
10.09.17	0,8407	0,841	-0,03	75,21413	75,23	-0,02
10.10.17	0,7756	0,776	-0,04	86,18187	86,31	-0,13
09.11.17	0,7058	0,706	-0,02	100,234	100,35	-0,12
09.12.17	0,6441	0,644	0,01	110,3782	110,4	-0,02
08.01.18	0,5979	0,598	-0,01	112,4756	112,48	0,00
07.02.18	0,5669	0,567	-0,01	107,1674	107,16	0,01
09.03.18	0,5466	0,547	-0,04	96,5717	96,54	0,03
08.04.18	0,5302	0,53	0,02	83,65025	83,64	0,01
08.05.18	0,5100	0,51	0,00	72,52342	72,54	-0,02
07.06.18	0,4788	0,479	-0,02	66,66616	66,67	0,00
07.07.18	0,4314	0,431	0,04	67,72733	67,73	0,00
06.08.18	0,3672	0,367	0,02	76,46078	76,43	0,03
05.09.18	0,2925	0,292	0,05	92,03273	91,87	0,16
05.10.18	0,2194	0,219	0,04	108,2634	108,15	0,11
04.11.18	0,1592	0,159	0,02	117,294	117,29	0,00
04.12.18	0,1163	0,116	0,03	115,9967	116	0,00
03.01.19	0,0890	0,089	0,00	104,7031	104,83	-0,13
02.02.19	0,0729	0,073	-0,01	87,11433	87,34	-0,23
04.03.19	0,0630	0,063	0,00	70,0304	70,14	-0,11
03.04.19	0,0539	0,054	-0,01	58,95255	58,96	-0,01
03.05.19	0,0417	0,042	-0,03	56,22469	56,23	-0,01
02.06.19	0,0253	0,025	0,03	62,92214	62,89	0,03
02.07.19	0,0089	0,009	-0,01	80,94001	80,84	0,10
01.08.19	0,0005	0	0,05	147,0996	147,11	-0,01
31.08.19	0,0063	0,006	0,03	264,3947	264,41	-0,02
30.09.19	0,0248	0,025	-0,02	276,0754	276,07	0,01
30.10.19	0,0475	0,047	0,05	274,815	274,71	0,11
29.11.19	0,0667	0,067	-0,03	267,1802	266,9	0,28
29.12.19	0,0805	0,081	-0,05	258,7188	258,52	0,20

Liite 14. (sivu 3/3)