

D. D. 30
DISSERTATIO
DE
QUANTITATE ET DENSITATE
MATERIAE
IN
SOLE ET PLANETIS,

QUAM,
CONSENSU AMPLISS. FACULT. PHILOS.
IN REG. ACAD. ABOËNSI,

PRÆSIDE
MAG. ANDREA PLANMAN,

PHYS. PROF. REG. ET ORD. RECTORE H. T. MAGNIFICO, ACAD.
REG. SCIENT. STOCKH. ET SOCIET. REG. SCIENT. UPS. MEMBRO,

PRO GRADU
VENTILANDAM SISTIT
ANDREAS JOH. MENNANDER,
TAVASTENSIS,

IN AUDIT. MAJ. D. VI MAJI MDCCXXXVI.
L
H. A. M. S.

ABOÆ
TYPIS VIDUÆ REG. ACAD, TYPOGR. J. C. FRENCKELL,

S:Æ R:Æ M:TIS
MAXIMÆ FIDEI VIRO,
REGNI SVECIÆ ARCHI-EPISCOPO,
ACAD. UPS. PROCANCELLARIO EMINENTISSIMO,
ORD. REG. DE STELLA POLARI MEMBRO,
S. S. THEOL. DOCTORI CONSUMMATISSIMO,
REVERENDISSIMO DOMINO
**CAROLO FRIDERICO
MENNANDER,**
MÆCENATI MAXIMO
SACRUM.

§. I.

Quod humanæ mentis vim transgredi videbatur, problema de materiæ quantitate in Sole & Planetis æstimanda, facilem jam admittit solutionem; postquam magnus ille Astronomiæ Physicæ Restaurator NEWTONUS, phænomenis rite examinatis & collatis, gravitatem mutuam corporibus, Systema Planetarium constituentibus, competere, legesque agendi, quas gravitas hæc universalis sequitur, mira sagacitate detexisset. Cognitis enim effectibus, quos vires attractivæ, tam Solis in quemlibet Planetam primarium, quam priorum in suos Satellites, producunt, aperta habetur via ab effectuum comparatione ad caussarum seu virium æstimationem pervenienti. E motibus quidem Satellitum Jovis, cum motu Lunæ collatis, absque calculo colligitur, plus virium & consequenter etiam materiæ Jovi, quam Telluri, inesse; quia omnes circumjoviales breviori tempore suas periodos absolvunt, quam Luna suum circuitum peragit; quamvis isti Satellites, excepto primo, longius a Jove, quam Luna a terra, distent. Sic æque manifestum est, Saturni massam excedere illam, qua Tellus gaudet; cum Satellites Saturnii, præter extimum,

num, longe majori velocitate, quam Luna, revolutiones suas perficiant. Sed non satis erat qualicunque æstimatione assequi, quinam Planètarum materiæ quantitate ceteris prævalerent; siquidem virium, in Systemate Solari agentium, mensuræ, quantum licet, constituendæ erant, ut turbationes motuum cælestium, ab actionibus mutuis Solis atque Planetarum oriundæ, invenirentur. Quapropter NEWTONUS in Prop. VIII. Lib. III. Phil. Nat. Princ. Math., suppressa ipsa methodo, massas, Solis, Jovis, Saturni atque Telluris relativas, ad calculos revocavit. Methodus autem deinceps ab aliis atque aliis est tradita, quæ binis duntaxat propositionibus innititur, quarum una constituit virium centripetarum legem, quæ rationem directam massarum & inversam duplicatam distantiarum sequitur; altera concernit earundem virium rationem in corporibus, diversos circulos æquabili motu descriptibibus, quæ ratio componitur ex ratione radiorum directa & duplicata temporum periodicorum inversa. Harum itaque propositionum demonstrationes omnium primo adduxisse, haud abs re erit.

§. II.

Sint ABK , abk (Fig. 1. & 2.) bini circuli, motu æquabili circa centra C , c descripti, & sint AB , ab elementa arcuum eodem temporis momento, quod t dicatur, descripta; atque ducantur radii AC , ac , cb , & tan-

tangentes AT , at , nec non ex punctis B , & b ; rectæ BT , bt , radiis AC , ac parallelæ. Si jam vis, corpora in A & a versus centra C & c impellens, quæ centripeta dici sivevit, cessaret; corpora omnino eadem velocitate, qua illuc pervenerunt, per tangentes AT , at , excurrerent, nec possent arcus circulares AB , ab , æquabiliter describere, nisi in singulis punctis A , a , vi quadam, in directione radiorum AC , ac , agente, spatiis BT , bt , a tangentibus continuo retraherentur. Patet hinc vires centripetas, in A & a agentes, esse proportionales spatiis BT , bt , utpote effectibus suis, eodeni temporis momento progenitis. Fiat igitur vis centripeta in $A = V$, & in $a = v$; eritque $V : v :: BT : bt$. Constituatur quoque ad radium AC & centrum C , ang. $ACE = \text{ang. } acb$, & ducatur ex E ad tangentem AT recta EQ parallela radio AC , atque erit EQ effectus vis centripetæ corporis, elementum arcus AE tempore, quod T dicatur, æquabili motu absolvensis; quare $T : t :: AE : AB$; sed est $AE^2 : AB^2 :: EQ : BT$ (*per nat. circ.*); ergo $T^2 : t^2 :: EQ : BT = \frac{t^2}{T^2} EQ$; nec non $V : v$ ($:: BT = \frac{t^2}{T^2} EQ : bt$) $:: \frac{EQ}{T^2} : \frac{bt}{t^2}$. Quia vero arcus AE , ab sunt similes (*per constr.*) & æquabiliter descripti, erunt T , t , ut tempora periodica corporum in circulis AEK , abk , revolventium, atque $AE : ab :: R : r$, positis radiis $AC = R$, ac $= r$;

$\equiv r$; ideoque $EQ : bt :: \left(\frac{AE^2}{K} : \frac{ab^2}{r} :: \right) R : r$. Facta igitur substitutione in analogia $V : v :: \frac{EQ \cdot bt}{T^2 \cdot t^2}$, probabit $V : v :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, quod erat posterius illud Theorema, cuius mentionem §. præc. fecimus.

Coroll. Cum per legem KEPLERIANAM, respetu Planetarum tam primariorum quam secundariorum, $T^2 : t^2 :: R^3 : r^3$; habebitur per substitutionem, $V : v :: \left(\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2} :: \right) \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$; nimirum vires centripetæ corporum, in circulis motu æquabili revolventium, sunt in ratione duplicata radiorum seu distanciarum inversa, quæ ratio constituit unam illarum rationum, ex quibus componitur lex illa virium centripetarum, cuius commoratio (§. i.) facta est.

§. III.

Quod ad alteram legis istius partem attinet, quæ in ratione massarum directa consistit; ea in paribus a centro distantiis valet, & ex experimentis, quæ cum corporibus terrestribus accuratissime sunt instituta, colligitur. Sic enim deprehensum est, corpora in Telluris vicinia, cujuscunque sint figuræ aut voluminis aut

aut partium plexus, per vim gravitatis tum in vacuo demissa, eadem velocitate deorsum tendere; tum pendulis ejusdem longitudinis appensa, oscillationes suas pari velocitate peragere. Cumque manifestum sit, motus quantitatem in corporibus quibuscumque æquivelocibus esse in ratione massarum seu quantitatum materiæ; sequitur omnino vim gravitatis, qua corpora in iisdem a Telluris centro distantiis moventur, pro ratione massarum agere. Sed comparatione instituta inter Planetarum & primariorum & secundariorum vires centripetas, quibus in orbibus suis retinentur, atque vim gravitatis, in corpora terrestria agentem, deprehensæ sunt istæ vires iisdem adstringi legibus ejusdemque esse generis vel naturæ; quemadmodum NEWTONUS, calculo subducto, de vi centripeta Lunæ, in orbita sua revolventis, omnium primo demonstraverat; atque deinceps, ex ejusdem generis revolutionum phænomenis, de reliquorum Planetarum viribus centripetis argumentatus erat. Quare concludendum erit, vires Planetarum centripetas, cum vi gravitatis, ejusdem generis vires constituere, naturamque gravitatis in Planetas eandem esse atque in terrani & corpora terrestria; adeo ut eorum gravitates acceleratrices, in paribus a corpore centrali distantiis, evaderent æquales. Cumque gravitas in mutua corporum attractione consistat, quemadmodum observatio BOUGERIANA, ad montem Chimboraco captata, comprobat; sequitur, corpora omnia, Systema

Pla-

Planetarium constituentia, mutua gravitate in se invicem agere, idque, ceteris paribus, pro ratione quantitatis materiæ in singulis.

§. IV.

Atque hæc quidem præmittere non ab re esse duximus. Formulam autem jam exhiburi, ad quam massæ Solis Planetarumque, qui Satellitibus sunt stipati, computentur, orbitas Satellitum supponimus circulares; id quod, absque sensibili errore, in subsequenti calculo, fieri potest. Sit itaque centrum Solis in S , in V centrum Veneris, ad quam cum NEWTONO referimus vim attractivam Solis (*), quia orbita ejus, ob exiguam excentricitatem, est fere circularis. Sit quoque circulus ABL orbita Satellitis atque L centrum Satellitis in maxima sua elongatione heliocentrica, quam metitur $\text{Ang. } LSP$, qui ponatur $= e$; eritque $\text{Ang. } SLP$ rectus. Fiant distantiæ Planetarum mediæ a Sole, SV ad SP ut n ad p , nec non $SP = x$: unde $SV = \frac{nx}{p}$, atque $PL = x \sin. e$,

B

(*) Ne autem diversa vocabula ejusdem vis tironibus negotium facessant, observamus unam eandemque vim respectu corporis revolventis, *centripetam*; respectu autem corporis centralis *attractivam* vocari. Hæc eadem vis quoque *gravitas* dicuntur; adeo ut, dum corpora versus se mutuo gravitare dicuntur, idem significet, ac corpora se se mutuo attrahere, aut versus se mutuo tendere. Ceterum his nominibus nihil nisi effectus designantur.

existente radio $\equiv 1$. Sint jam tempora periodica Veneris circa Solem & Satellitis circa suum primarium T, t , nec non vires centripetæ Veneris Satellitisque V, v respective. Satuatur quoque ratio massæ seu quantitatis materiæ in Sole & Planeta in P ut m ad x , quæ proportio in paribus, ab utroque corpore centrali, distantiis valet (§. III.); eritque hinc (& per

Coroll. §. II.) $V : v :: \frac{m}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Sed est $V : v :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ (per *Theor. §. II.*); quare $\frac{m}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$.

Cumque $R \equiv SV = \frac{nx}{p}$, & $r \equiv PL = x \sin. e$; evadit ultima analogia, facta substitutione, $\frac{mp^2}{n^2 x^2} ::$

$\frac{1}{x^2 \sin. e^2} :: \frac{nx}{p T^2} : \frac{x \sin. e}{t^2}$; atque hinc obtinebitur $m : I :: \frac{n^3}{T^2} : \frac{p^3 \sin. e^3}{t^2} :: I : \frac{p^3 T^2 \sin. e^3}{n^3 t^2} \equiv \frac{p^3 \sin. e^3}{at^2}$,

posita quantitate constante $\frac{n^3}{T^2} \equiv a$. Quantitas proinde materiæ in Sole est ad quantitatem materiæ in Planeta P ut 1 ad $\frac{p^3 \sin. e^3}{at^2}$.

§. V.

Computatio juxta hanc formulam per Logarithmos optime instituitur. Sit exempli gratia Telluris centrum in P & Luna nostra in L , atque media distantia Telluris a Sole ad istam Veneris, seu p ad n ut 100000 ad 72333; maxima elongatio Lunæ heliocentrica $e = 10^1. 33''$; tempus periodicum Veneris $T = 224^d. 16^h. 48'. 20'' = 19414100''$; tempus period. Lunæ $t = 27^d. 7^h. 43'. 5'' = 2360585''$.

$$\text{Est autem } \log. p = 5.0000000.$$

$$\log. n = 4.8593365.$$

$$\log. \sin. e = -3.4869779.$$

$$\log. T = 7.2881172.$$

$$\log. t = 6.3730196.$$

$$\text{Quare erit } \log. n^3 = 14.5780095.$$

$$\log. p^3 = 15.0000000. \quad \underline{\log. T^2 = 14.5762344.}$$

$$\log. \sin. e^3 = -8.4609337. \quad \log. \left(\frac{n^3}{T^2} = a \right) = 0.0017751.$$

$$\underline{\log. p^3 \sin. e^3 = 7.4609337. \quad \log. t^2 = 12.7460392.}$$

$$\underline{\log. a t^2 = 12.7478143. \quad \log. a t^2 = 12.7478143.}$$

$$\log. \frac{p^3 \sin. e^3}{a t^2} = -6.7131194, \text{ cui Logarithmo respon-}$$

det numerus, o. 000005166. Proinde quantitas materiæ in Sole est ad quantitatem materiæ in Tellure ut 1 ad o. 000005166; vel ut 1000000 ad 5, 166.

§. VI.

Computatione consimili obtinebitur quoque proportio massarum Solis, Jovis atque Saturni. Sint enim ex observatione POUNDIANA, micrometro exquisitissimo capta, extimi Satellitis Jovis maxima elongatio heliocentrica $\equiv 8'. 16'' \equiv e$, ejus tempus periodicum $\equiv 16^d. 16^h. 32'. 8'' \equiv t$, nec non media distantia Jovis a Sole $\equiv 520098 \equiv p$, posita Telluris a Sole distantia media $\equiv 100000$. Sit quoque Satellitis HUGENIANT, qui est Saturni ordine quartus, maxima elongatio heliocentrica $\equiv 3'. 4'' \equiv e$, tempus periodicum $\equiv 15^d. 22^h. 34'. 38'' \equiv t$, nec non media Saturni distantia a Sole $\equiv 954007 \equiv p$; atque prodiabit, calculo subducto, ratio quantitatis materiæ in Sole, Jove & Saturno ut 1000000, 937 atque 324 respective.

§. VII.

Massarum Solis, Jovis, Saturni atque Telluris proportione hunc in modum definita, restat, ut ratio densitatis materiæ in iisdem corporibus inveniatur. In antecessum autem Solis horumque Planetarum dia-

me-

) 13 (

metri veræ, pro distantiis ipsorum mediis, sunt determinandæ. Ponatur igitur apparens diameter Solis = $32' 8''$ = $1928''$; diameter apparens Jovis = $37''$, Saturni = $16''$, nec non Telluris = $21''$; quemadmodum in novissima *Ph. Nat. Princ. Math.* editione sunt positæ. Cumque hæ diametri exiguos subtendant angulos; erunt diametri veræ in ratione composita diametrorum apparentium & distantiarum mediarum singulis corporibus respondentium. Quapropter diametri veræ Solis, Jovis, & Saturni erunt ut 1928×100000 , 37×520098 , & 16×954007 . respective, seu ut 10000 , 998 & 793 , quam proxime; nec non Telluris diameter ut 109 . Cum igitur corporum quantitates materiæ sint in ratione composita densitatum & voluminum; sequitur densitates esse in massarum directa & voluminum inversa proportione. Sit itaque densitas Solis ad densitatem Planetæ ut d ad 1 ; sit quoque massa Solis = m , massa Planetæ = μ , diameter Solis vera = D , nec non diameter Planetæ vera = δ ; eritque $d : 1 :: \left(\frac{m}{D^3} : \frac{n}{\delta^3} :: \right) 1 : \frac{n D^3}{m \delta^3}$. Cal-

culo ad hanc formulam subducto, adhibitisque valribus symbolorum, ut in hac & praeced. §. §. definiti comparent, prodibit ratio densitatum materiæ in Sole, Jove, Saturno & Tellure, ut 1000 , 943 , 650 , 3989 respective & quam proxime. Sed si Parallaxis in distantia sua media a Tellure assumatur = $8'',5$, quemadmodum ista, ex observationibus transitus

Veneris per discum Solis, a Celeb. Præside est deduccta; habetur diameter Telluris e Sole visa = $17''$; ad-eoque $\delta = 88$, z , posita $D = 10000$. Hinc itaque erit densitas Solis ad densitatem Telluris ut 1000 ad 7529. Ceterum densitates hæ supputatæ censendæ sunt tales, quales Planetæ haberent, si, servata singulorum magnitudine & materiæ quantitate, forent homogenei.

§. VIII.

Cum igitur Tellus Jovem & Jupiter Saturnum densitate exsuperet, sequitur, Planetas Soli propiores materia densiori constare, quam qui a Sole sunt remotiores; id quod etiam de reliquis Planetis haud exigua probabilitate concludere licet: quamvis densitates illorum methodo allata ad calculos revocari nequeant, quippe quos satellitibus stipari non constat. Neque quisquam existimet, Planetas densiores fortuito aut temere proprius Solem esse collocatos; sed ita pro summa Creatoris Optimi sapientia ideo fuisse positos, ut quivis illorum, pro sua densitate, calore Solis refocillante frueretur. Si enim Tellus nostra Saturni locum occuparet; aquæ certe & colles vallesque interjectæ alto gelu perpetuo rigerent, nec non plantæ & animalia frigore enecarentur. Prorsus autem contrarias rerum conversiones subiret Terra, si usque ad Mercurii orbitam deprimeretur: aquæ enim in-

intensissimo calore in vapores per auras dissipantur, omniaque nimio æstu absumerentur. Nec certe minori exitio Jovis & Saturno esset, si globo nostro substituerentur, quam quod Solis vicinia Telluri, ad Mercurii orbem depressæ, afferret. Hinc igitur concludendum erit, Planetas singulos adeo convenienter naturæ suæ sapientissime fuisse dispositos, ut, si jam ordo ac situs eorum mutaretur, maximis ipsi simul afficerentur incommodis.



Veneris per discum Solis, a Celeb. Præside est deduccta; habetur diameter Telluris e Sole visa $\approx 17''$; ad eoque $\delta = 88, 2$, posita $D = 10000$. Hinc itaque erit densitas Solis ad densitatem Telluris ut 1000 ad 7529. Ceterum densitates hæ supputatæ censendæ sunt tales, quales Planetæ haberent, si, servata singulorum magnitudine & materiæ quantitate, forent homogenei.

§. VIII.

Cum igitur Tellus Jovem & Jupiter Saturnum densitate exsuperet, sequitur, Planetas Soli propiores materia densiori constare, quam qui a Sole sunt remotiores; id quod etiam de reliquis Planetis haud exigua probabilitate concludere licet: quamvis densitates illorum methodo allata ad calculos revocari nequeant, quippe quos satellitibus stipari non constat. Neque quisquam existimet, Planetas densiores fortuito aut temere proprius Solem esse collocatos; sed ita pro summa Creatoris Optimi sapientia ideo fuisse positos, ut quivis illorum, pro sua densitate, calore Solis refocillante frueretur. Si enim Tellus nostra Saturni locum occuparet; aquæ certe & colles vallesque interjectæ alto gelu perpetuo rigerent, nec non plantæ & animalia frigore enecarentur. Prorsus autem contrarias rerum conversiones subiret Terra, si usque ad Mercurii orbitam deprimeretur: aquæ enim in-

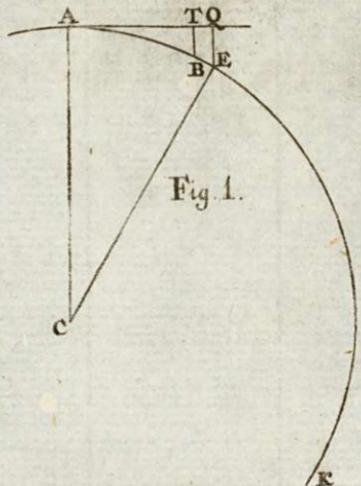


Fig. 1.

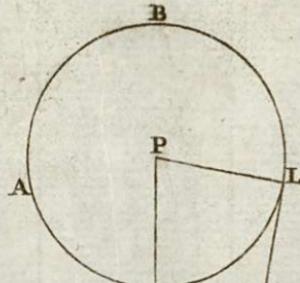


Fig. 3.

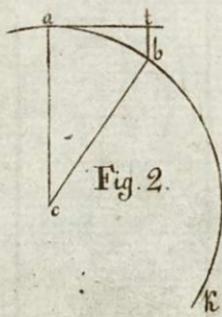
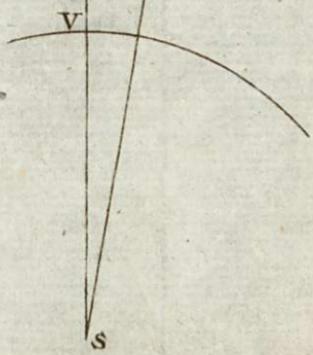


Fig. 2.



C L S. sc.