14. 16

Dissertatio Astronomica

De

Invenienda Apparente Lunæ Diametro Ex Data Ejus Parallaxi,

Quam

Cons. Ampl. Fac. Philos. Aboëns.

Præside

M. JOH. HENR. LINDQUIST,

Math. Prof. Reg. & Ord. nec non Reg. Acad. Scient. Svec. Membro,

Pro Gradu

Publice examinandam sistit

ALEXANDER SANDER,

Borea-Fenno,

In Auditorio Mathem. die XVII Junii MDCCLXXXIX.

H. A. M. C.

Aboæ, Typis Frenckellianis.

§. I.

Solet in Ephemeridibus seu Calendariis Astronomicis, inter alia pro quovis die definiri & Parallaxis horizontalis æquatorea Lunæ & Diameter ejus horizontalis, h. e. angulus, quem Lunæ in horizonte positæ diameter vera subtendit; ex quibus dein parallaxis & diameter apparens pro data altitudine in casu quovis computari potest. Quum vero nihil negligendum sit, quod ad annuas has phænomenorum cœlestium Tabulas compendiosiores reddendas faciat, determinatio diametri lunaris pro singulis diebus in iisdem omitti omnino posse nobis videtur, dummodo generales tradantur regulæ vel tabulæ, quarum ope hæc pro data quavis parallaxi commode inveniri queat. Notissimum enim est, Lunæ pariter ac aliorum objectorum, data magnitudine vera, crescere magnitudinem apparentem decrescente distantia, & vicissim hac aucta illam imminui; distantiam vero ejus ex Parallaxi determinari. Hinc solvendum nobis sumsimus Problema de invenienda diametro apparente Lunæ pro quacunque altitudine ex data ejus parallaxi, cujus brevissimam pertractationem jam Speciminis Academici loco, C. L. benignæ censuræ submittimus.

§. II.

Sit C centrum terræ & A locus Spectatoris, cujus Zenith verum Z, atque dato tempore ſit centrum Lunæ in B, & data pro eodem tempore parallaxis Lunæ horizontalis æquatorea dicatur P. Ductis AB, BC, erit apparens Lunæ a Zenith diſtantia = ang. ZAB, qui compendii cauſſa ponatur = z, & vera ejus diſtantia = ang. ZCB = x. Porro ducta ex A recta AF Superficiem Lunæ contingente in aliquo puncto F, erit ang. BAF ſemidiameter apparens Lunæ, quæ dicatur δ. Semidiameter autem ejus vera eſt recta BF, quam (poſita ſemidiametro terræ ſub æquatore = 1) ex ingenti obſervationum multitudine b. m. TOB. MAYER collegit eſſe = $\frac{109}{400}$; nos vero ut generalem ſiſtamus Problematis noſtri ſolutionem, ponimus BF = m. Sumto igitur Sinu toto = 1, erit CB = $\frac{1}{Sin P}$: Sed (Elem. Trigon) CB: AB :: $Sin\, z : Sin\, x$; Ergo AB = $\frac{Sin\, x}{Sin\, P.\ Sin\, z}$. Quumque porro ſit $Sin\, FAB = Sin\, \delta = \frac{FB}{AB} = \frac{m}{AB}$, ſequitur fore $Sin\, \delta = \frac{m.\ Sin\, P.\ Sin\, z}{Sin\, x}$.

Dato itaque x (vel z), ut ſecundum rigorem Mathematicum inveniatur δ, ob figuram terræ ſphæroidicam primo ex Parallaxi illa æquatorea P quærenda eſt pro dato loco A parallaxis horizontalis, quæ dicatur π, & dein ex x (vel z) & π ſecundum præcepta Aſtronom. inveſtigetur parallaxis altitudinis ſeu ang. ABC,

 qui

qui sit $= p$, quo facto obtinetur $z = x + p$ (vel $x = z - p$), & hoc valore in formula allata substituto, eruitur valor ipsius δ.

Cor. 1. Quum sit (Elem. Astr.) $Sin.\ p = Sin\ \pi\ Sin\ z$, & hinc $Sin\ z : Sin\ x\ (::Sin\ z : Sin\ z - p :: Sin\ z : Sin\ z\ Cos\ p - Cos\ z\ Sin\ p) :: 1 : Cos\ p - Sin\ \pi\ Cos\ z$, sequitur facto $z = 0$ adeoque etjam $p = 0$, fore $Sin\ \delta : m\ Sin\ P :: 1 : 1 - Sin\ \pi :: 1 : 2\ Sin\ (45^{o} - \frac{1}{2}\pi)^{2}$, unde invenitur apparens magnitudo Lunæ, quando in Zenith loci A conspicitur. *Cor.* 2. Si apparens Lunæ semidiameter horizontalis in loco A dicatur D, (facto $z = 90^{o}$ & $x = 90^{o} - \pi$) erit $Sin\ D = \frac{m\ Sin\ P.}{Cos\ \pi}$

Cor. 3. Si Spectatori in centro C posito appareat semidiameter Lunæ sub angulo $= L$, evidens est (dem) fore $Sin\ L = m\ Sin\ P$.

§. III.

Quamvis simplex admodum videatur formula generalis, quam § præc. invenimus, eam tamen applicatu longe faciliorem adhuc reddere licet per approximationem, cujus ope diameter Lunæ apparens in quovis casu tam exacte definiri potest, ut ne quidem $\frac{1}{3}$ Scrupuli secundi error committatur. Et quidem mox patet in formula illa pro $Sin\ \delta$ & $Sin\ P$ ipsos angulos δ & P substitui posse, quum sit (§. 2.) $m = \frac{109}{400}$ & Parallaxis horizontalis Lunæ sub æquatore nunquam $> 1^{o}2'$. Hinc videlicet sequitur differentiam inter δ & $\frac{P\ Sin\ \delta}{Sin\ P}$ semper fore $< 0'', 1$; immo adhibitis vulgaribus Si-

 nuum

nuum Canonibus, δ hoc modo exactius inveniri posse quam ex ratione *Sin* δ: *Sin P*. Erit igitur $\delta = \frac{m\, P\, Sin\, z.}{Sin\, x}$ Ut vero hic ipsius δ valor adhuc simplicior fiat, ponamus $\frac{m\, P\, Sin\, z}{Sin\, x} = m\, P + v$. Retentis igitur iisdem ac antea denoninationibus, erit $v = \frac{m\, P\, (Sin\, z - Sin\, x)}{Sin\, x} =$ $= \frac{2\, m\, P\, Sin\, \frac{1}{2} p\, Cos\, \frac{1}{2}\, (x + z)}{Sin\, x}$. Sed $2\, Sin\, \frac{1}{2} p = \frac{p}{R} = \frac{\pi\, Sin\, z}{R}$, denotante R arcum circuli radio æqualem, qui arcus si in scrupulis secundis exprimatur, est R = 206 264,806. Quumque sit semper $P - \pi < 20''$, adeoque $\frac{P - \pi}{R} <$ 0''. 0001, evidens est pro $2\, Sin\, \frac{1}{2}\, p$ substitui posse $\frac{P\, Sin\, z;}{R}$ unde fit $v = \frac{m\, P\, P\, Sin\, z\, Cos\, (x + z)}{R.\, Sin\, x}$. Hic vero valor ipsius v maximus est, quando $z = 0$, quo in casu posita P = 62', foret $v = 18''$, 6; quamobrem sine errore trientis scrupuli secundi in hac formula substitui potest z loco ipsius x, quo facto obtinetur $v = \frac{m\, P\, P\, Cos\, z,}{R}$ adoque $\delta = m\, P + \frac{m\, P\, P\, Cos\, z}{R}$.

Si autem maior adhuc desideretur exactitudo, satius erit & in praxi etjam commodius Tabulam construere, secundum formulam $v = \frac{m\, P\, P\, Sin\, z\, Cos\, \frac{1}{2}\, (z + x)}{R\, Sin\, x}$, ex qua pro singulis valoribus ipsorum *P* & *Z* inveniri potest v. Hujusmodi Tabulæ sequens supputavimus specimen, pro singulis quinis gradibus ipsius z & pro P = 54';

54'; 56'; 58'; 60' & 62' valorem ipsius v exhibens, unde facili interpolatione pro valoribus intermediis eruitur v.

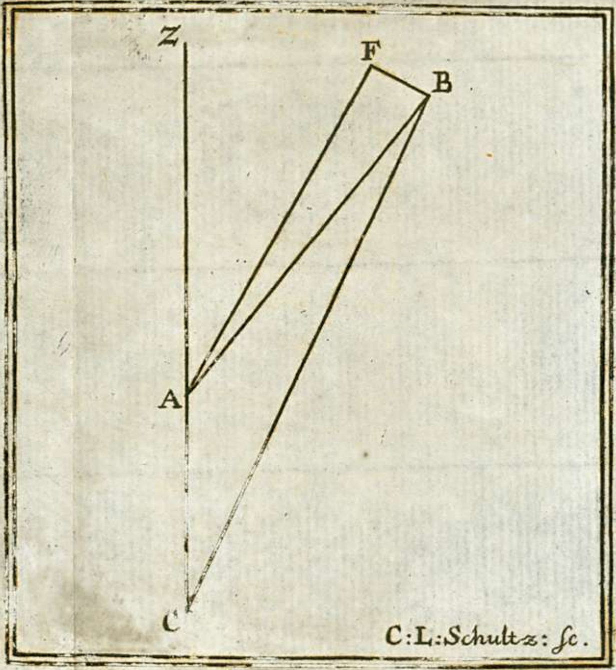
	P = 54'	P = 56'	P = 58'	P = 60'	P = 62'
z	v	v	v	v	v
0°	14".09	15".16	16".27	17".43	18".62
5	14.03	15.10	16.21	17.36	18.55
10	13.88	14.93	16.03	17.16	18 33
15	13.61	14.64	15.72	16.83	17.98
20	13.24	14.25	15.29	16.38	17.50
25	12.77	13.74	14.75	15.79	16.87
30	12.20	13.13	14.10	15.09	16.11
35	1155.	12.43	13.34	14.28	15.25
40	10.80	11.63	12.48	13.36	14.27
45	9.97	10.75	11.52	12.34	13.18
50	9.07	9.76	10.48	11.22	11.99
55	8.10	8.72	9.36	10.02	10.71
60	7.07	7.61	8.17	8.75	9.35
65	5.99	6.46	6.92	7.40	7.92
70	4 87	5.24	5.63	6.03	6.44
75	3.71	4.00	4.29	4.59	4.91
80	2.52	2.72	2.92	3.13	3.35
85	1.32	1.4[illegible]	1.53	1.64	1.76
90	0.11	0.12	0.13	0.15	0.16

Posset quidem eadem ratione terminus $m\,P$, (qui semidiametrum apparentem Lunæ ex centro terræ spectatæ indicat) in tabulam referri. Hic vero seorsim facilius computari potest hoc modo: quum sit $m = \frac{109}{400} = \frac{1}{4} + \frac{1}{40} - \frac{1}{400}$, sumatur $\frac{1}{4} P = \alpha$; $\frac{\alpha}{10} = \beta$ & $\frac{\beta}{10} = \gamma$, quo facto

facto erit $m P = \alpha + \beta - \gamma$. Huic igitur valori ipsius $m P$ si ex praec. Tabula addatur v, obtinetur quaesita semidiameter Lunae apparens δ. Haec etiam facilitas in quovis casu computandi terminum $m P$ in caussa fuit, cur summam utriusque $m P$ & v, adeoque totum valorem ipsius δ in una tabula repraesentare noluerimus. Ob majores videlicet numeros, quos ejusmodi tabula contineret; nisi eadem admodum ampla construeretur, difficilius foret differentias sumere, & multo prolixior requireretur calculus pro interpolatione instituenda. Tandem circa usum Tabulae nostrae observandum est, quod licet valores v usque ad partes centesimas scrupuli secundi definiverimus, has tamen non nisi partibus decimis exactius determinandis inservire, nec in praxi ultra has partes progrediendum esse, quum rigidiorem calculum non admittat hypothesis ista, qua loco aequationis: $\text{Sin}\,\delta = \frac{m\,\text{Sin}\,P\ \text{Sin}\,z}{\text{Sin}\,x}$ assumsimus: $\delta = \frac{m\,P\ \text{Sin}\,z}{\text{Sin}\,x}$. Quid quod eam nondum perfectionem attigit Theoria Lunae, ut error $= 0''.1$ hic in censum venire queat.

§. VI.

Coronidis loco aliquod exemplum addere lubet ad regulam nostram illustrandam. Si sit v. gr. invenienda


Z
F
B
A
C
C:L:Schultz: ſc.

enda Diameter Lunæ apparens, existente P = 59' 20" & altitudine Lunæ = 26° adeoque z = 64°, calculus ita instituitur:

$\frac{1}{4}$ P = 14' 50" = α
$\frac{1}{10}$ α = 1. 29 = β
$\alpha + \beta$ = 16. 19
$\frac{1}{10}$ β = 8, 9 = γ
mP = 16. 10, 1
v = 7, 5
δ = 16. 17, 6

adeoque Diameter Lunæ quæsita = 32' 35". 2.