

S. F. N.

**ANALYSIS  
GEOMETRICA  
VARIORUM  
PROBLEMATUM,**

QUORUM

PENTADEM PRIMAM,  
*CONS. AMPL. FAC. PHILOS. ABOËNS.*

PRÆSIDE

**MARTINO JOHANNE  
WALLENIÖ,**  
 MATH. PROFESSORE REG. & ORD.

PRO GRADU

*Publice Examinandam Sistit*

**JOHANNES BUURMAN,**  
 OSTROBOTNIENSIS.

DIE XIX. DECEMBRIS ANNI MDCCCLXVIII.

L. H. Q. A. M. S.

ABOÆ

Impressit JOH. C. FRENCKELL.

ГЕОДИЕГІА  
АНДІЛІС

ПРОБЛЕМАТИКУ

ВАЖЛИВОСТЯІ

ПРОБЛЕМАТИКУ

ВАЖЛИВОСТЯІ

ПРОБЛЕМАТИКУ

ВАЖЛИВОСТЯІ

ПРОБЛЕМАТИКУ

Nämndemannen i Nerpes Sofn,  
Årlig och Wälförståndig

# JACOB RIIP.

Min Huldaste Fader!

 dra välgärningar emot mig åro så många och stora, at jag til deras upräknande finner mig aldeles oför-  
mogen. Eder ömhet hafver fölgt mig jämmt efter, alt ifrån spådaste åren intil de mognare. Eder frikostighet och  
välvilja hafver visat sig wid alla tilsfällen, och Eder möda at  
befordra min välfärd har ständigt varit uttröttelig. Jag wo-  
re fördensfull känslöös, ja, en jordenes tyngsta börda, om jag  
satts alt detta i förgätenhet, och ej sökte, hässt på något sätt,  
å daga lägga min skyldiga årkänsla och wördnad för Eder.  
Ändteligen synes och den dagen klarna, på hvilken mig gifves tils-  
falle, at i någon mätto offenteligen yttra mitt hjertas tack-  
samhet och böjelse. Men at rått ställa detta mitt uppsät i wer-  
ket, äger jag hwarken nog förmåga eller snille; mig tryta ord  
och fela uttryck, at tillbörligen fullgjödra min föresats. Ju  
mera jag är dåtil hogad, ju mer röjer och sig min swoghet  
deputinna; och jag fruktar snarare, det jag sätter ett förhänge  
för

för Eder lofsvärda egenkaper, än jag hoppas, at de skulle funna af mig liffigen affildras. Utom desf sätter åtven Eder medfödda ärbarhet, för ett sådant mitt företagande, wiha gränser, hvileka jag ej kan eller bör öfverstrida.

Genom Eder försorg kommer ock nu detta mitt lilla Academiska arbete i dagsljuset, hvilket jag dock, i förtrostan på Eder wanliga godhet, vägar Eder tilgna; fönt jag ej, för tidens forthet full, funnat uträla mig det åmne, I önskat, hvar till I östa mig styrkt, samt för Eder del icke underlätit att skaffa mig många nödiga hjälpredor uti. Uptagen fördensfull dessa rader, så som en pant af den upriktiga högaktning och mordnad, som jag för Eder i mit intre hyser. Läten ej detta arbetets ringa värde misshaga Eder eller förminsa Eder goda tanka om mitt välmenta upfat.

Min beständiga och trogna önskan blifver deremot, at För-  
synen värdes i det längsta uppehålla Edert nog bräckliga lif,  
vid all begärlig och möjlig ro och fällhet, mig jämte flera til  
formon och hugnad, samt bekröna Eder redeliga wandel, efter  
Eder sälla afgang, med en rik lott af de trognas arfvedel i de salis-  
gas boningar! Uti hvilken önskan framhärdar til grafven, och  
lefver med barnslig tilgivvenhet och högaktning

### Min Huldaste Faders

Ehdigste Son  
JOHAN BUURMAN.



בָּרוּךְ יְהוָה

B. L.

**D**uplici via veritates, saltem scientifice tractandas, proponi posse, altera Synthetica altera Analytica, & hanc quidem inveniendis, illam demonstrandis, potissimum inservire, notissimum est. Potissimum, inquam. Si enim non raro, ut synthetice, puta cognitas veritates inter se conferendo, detegantur novæ; sed indirecte; quasi & inopinato, quatenus de iis non cogitavimus, seu eas ipsas nobis haud proposuimus inveniendas. Analysis autem, præterquam quod veritatem destinato inquirat eamque, specificè denominatam, sibi habeat præfixam, ejus a veritaribus cognitis dependentiam simul indicat, adeoque semper vel virtualiter vel omnino explicite ipsam continet demonstrationem; quæ dein

A

aut

aut inverto aliterve mutato, aut servato nonnumquam ratiociniorum ordine & habitu, in ipsa Synthesi adhiberi potest. Non dubitamus igitur, dum cætera paria ponuntur, methodum Analyticam præferre Syntheticæ. Poterit scilicet tum hæc tum illa aut calculo uti Algebraico aut morem imitari Veterum Geometrarum. Sed ut in Analysis nunc maneamus: certe nullius propositæ quæstionis solutio absque Analysis omni indagari potest; quæ vero, ut jam monui, in circu mathematico vel Algebraica est vel Geometrica. Hærum quidem multum dispar est ratio, & sunt utriusque propria sua commoda. Mihi, fateor, magis placet posterior illa, cuius proinde aliquod dare Specimen his pagellis audeo, invitatus etiam exemplo binarum Dissertationum, A. 1759 & 1760 ad hanc Academiam editarum, quibus Problemata nonnulla, desumpta ex Arithmetica Universalí Ill: NEWTONI, per Analysis Geometricam resolvuntur.

Liceat hac occasione indicare, quæ a Dn. PRÆ-SIDE accepi: ipsum, libros mathematicos evolventem, sequentibus demum annis paulatim compériisse, quod non pauca eorum, de quibus agunt Dissertationes illæ, passim geometrice etiam, suppressa tamen Analysis, tractata extant; nominatim quidem Probl. 10:um (*a*), 11:um (*b*), 15:um (*c*), 22:um (*d*), 26:um (*e*), 39:um (*f*), 43:um, 44:um, 45:um, & 46:um (*g*) NEWT. Arithm. Univ. de Resol.  
Quæst. Geom.

Sed e diverticulo in viam. Ne, quæso, mihi succenseas, Lector Benevole, si nimis elementaria videantur quæ Tuis nunc subjicio oculis. Mihi enim, in Mathesi parum versato, faciliora erant feligenda. Neque in veritates arduas sed methodum ipsam intendi animum. Et cum æque elementaria a magnis etjam Viris, in gratiam quidem tironum vel synthetice vel calculo analyticō tradantur: quidni liceat tironi paria, ad exercendam Analyticā Geometriam, proponere?

(a) EUCLID. *Dat. Prop.* 45.

(b) DECHAL. *Mund. Math. Trigon. Libr. III. Prop. 10. & Nov. Comm. Petrop.* T. I. p. 55.

(c) Solutum jam a VIETA; vid. KRAFFT *Geom. Sublim.* §. 123.

(d) Ingeniose sed, ut mihi videtur, non æque directe & commode solutum in THOM. SIMPSON *ELEM. GEOM.* Capite, quod inscribitur *Construcción Geometrica variorum Problematum*, *Prob. 25. Edit Gall.* p. m. 280.

(e) SIMPS. *L. c. Probl. 12.* p. 261. Cfr. NEWTON *Princ. L. I. Prop. 5.*

(f) APOLLON. *de Locis planis L. 2. SIMPS. EL. GEOM. L. IV. Theor. 15. MONTUCLA Hist. des Mathem.* T. I, p. 174.

(g) SIMPS. *I. c. Probl. 39. 40. 42. 43. p. m. 300. seqq.*

### PROBLEMA I. Fig. I.

Dato Parallelogrammo ABCD, non æquilatero, aliud Äquilaterum inscribere, communem cum illo habens linéam Diagonalem AC.

**ANALYSIS.** Puta factum, scilicet dicta lege inscriptum esse Parallelogrammum AECF, cuius quidem bina latera AE & CF cadant in latera AB & CD propositi Parallelogrammi ABCD. Jam quia (hyp.)  $AE = EC$ , erit ( $\alpha$ ) angulus ACE = dato BAC vel ( $\beta$ ) ACD. Datur itaque angulus ACE. At dantur etiam punctum C & ( $\alpha$ ) recta CA. Dantur ergo ( $c. \gamma$ ) positione recta CE, punctum E ubi ipsi AB occurrit, ideoque ( $\alpha$ ) portio AE, & huic æqualis CF, proinde ( $\beta$ ) punctum F, consequenter desideratum Parallelogrammum AECF.

**Aliter.** Quia (hyp.)  $AE = EC = CF = AF$ , seu puncta E & F æque distant a punctis A & C datis: cadent ( $d$ ) in rectam, quæ normaliter bisecat ipsam AC datam, & quæ proinde ( $\gamma$ ) datur positione. Sit hæc GH. Sed (hyp.) cadunt quoque eadem puncta E, F, in alias positione datas rectas; nimirum E in AB, F in CD. Ergo dantur puncta E, F.

**Constru<sup>tio</sup> I.** Juncta AC, ad ejus punctum C (si hyp.  $BA > BC$ ) constituatur angulus ACE = ACD. Ducta sic recta CE occurrat ipsi AB in E. Capitur  $CF = AE$ , jungatur denique AF. Erit AECF Parallelogrammum desideratum.

**Demonstratio.** Cum sit (hyp.)  $BA > BC$  ideoque ( $e$ ) angulus  $ACB > CAB$  vel ( $\beta$ )  $ACD$  vel (constr.)  $ACE$ : occurrat, necesse est,  $CE$  ipsi  $AB$ , & quidem in aliquo puncto E inter A & B sito; ideoque, ob ( $f$ )  $CD = AB$  & (constr.)  $CF = AE$ , cadet etiam punctum F inter C & D, consequenter Figura AECF.

5

AECF intra Parallelogrammum BD. Porro (constr.)  
angu'us ACE = (ACD  $\angle b$ ) CAE, unde (g)  $CE \equiv AE$  = (constr.) CF. Ergo (h) AEC Fest Parallelogram-  
mum Äquilaterum.

*Constr.* 2. Diagonalis dicta AC (quam tamen  
eo fine ducere non est opus, cum, uti constat, suffi-  
ciat dari extrema ejus puneta A & C) bisecetur  
recta, ut fieri solet, perpendiculari GH, quæ lateri-  
bus AB & CD Parallelogrammi dati occurrat in E  
& F. Jungantur CE, AF. Dico factū.

*Demonstr.* Biseante GH ipsam AC normaliter  
in O: in triangulis COE, AOE, erit (i) angulus  
 $ECA \equiv EAC \equiv (b) ACF$ ; & in triangulis AOE,  
COF (k) erit  $AE \equiv CF$ . Valet ergo & nunc *de-  
monstr.* 1.

*Corollar.* 1. Habent hæc Parallelogramma com-  
mune centrum O, & quælibet alterutrum bisecans  
recta alterum quoque bisecat.

*Cor.* 2. Parallelogrammo obliquangulo non æqui-  
latero, h. e. Rhomboidi, possunt duo Parallelogram-  
ma æquilatera, non solo situ diversa, inscribi; vide-  
licet singula circa singulas diagonales.

*Cor.* 3. Si angulus BAC fuerit semirectus, erit  
AECF Quadratum.

*Cor.* 4. Si ABCD fuerit Rectangulum oblongum;  
erit AECF Rhombus.

*Cor.* 5. In easu Corollarii quarti si dentur in  
numeris latera Rectanguli, facili calculo invenietur  
Latus Rhombi. Nam in æquiangulis triangulis

$$\text{ABC, AOE, est } AB : AC :: AO : AE \text{ vel } \frac{AC}{2AB} = \frac{AO}{AE}$$

$$= (l) \frac{ABq + BCq}{2AB} = \frac{AB}{2} + \frac{BCq}{2AB}.$$

*Cor. 6.* Si in Rhomboide fuerit angulus  $ACB$  tectus: ob parallelas  $EF$ ,  $BC$ , &  $AO = \frac{1}{2} AC$ , erit  $AE = \frac{1}{2} AB = BE$ .

*Schol. 1.* Problema: *proposito Rectangulo Rhombum inscribere*, solvit Cel. WEIDLERUS (Instit. Mathem. Analys. §. 84.) calculo Algebraico, quærendo portionem  $BE$ , cuius autem constructionem tradit haud commodissimam. Cum enim sit (Cor. 5.)

$$AB - AE \text{ seu } BE = \frac{AB}{2} - \frac{BCq}{2AB} = \frac{ABq - BCq}{2AB}, \text{ erit}$$

hinc  $2AB : AB + BC :: AB - BC : BE$ , quæ analogia constructionem suppeditat commodiorem.

*Schol. 2.* Lubet autem adhuc proponere sequens utpote generalius

## PROBLEMA II. Fig. I.

*Dato Parallelogrammo ABCD inscribere aliud Parallelogrammum, quod communem cum illo habeat diagonalem AC, & cuius latera sint in ratione data M : N.*

**ANALYSIS.** Concipiatur AECF esse Parallelogrammum illud inscribendum; erit (hyp.)  $AE : EC :: M : N$ . Ergo in triangulo AEC, præter datum angulum CAE, datur ratio laterum  $AE$ ,  $EC$ ; consequenter ( $\delta$ ) angulus ACE, dummodo pro iubitu definiatur, utrum ( $m$ ) acutus sumendus sit an obtusus;

3) 7 (3)

tusus, si & duplex esse possit & in utroque casu  
fiat angulo ACB minor. Cætera patent ex Analysis  
Probl. præcedentis.

*Construclio.* In AB, producta si opus fuerit, ca-  
pe AK = M. Centro K, radio = N, describe circu-  
lum, qui in L occurrat diagonali AC, productæ illæ  
opus sit ultra C (non ultra A). Iungendæ LK duc per  
C parallelam CE, quæ si occurrat ipsi AB inter pun-  
cta A, B, res perficiatur ut in constr. I. Probl præced.

*Demonstr.* Ob parallelas (constr.) CE, LK, est  
(b.n) AE : EC :: (AK : KL seu *constr.*) M : N; & (Constr.)  
CF = AE. Ergo, (h) AECF est Parallelogrammum  
desideratum.

De cætero indicasse tantum sufficiat: Si M : N ::  
AB : BC: non fore Parallelogrammum AECF diver-  
sum ab ipso BD, si sit angulus ACB rectus vel acu-  
tus; contra obt neri utique Parallelogrammum AECF,  
idque unicum, a BD diversum, si obtusus. At si  
M : N > AB : BC: vel nullum obtineri Parallelogram-  
mum hoc pacto inscribendum, si fuerit angulus ACB  
sive rectus sive acutus; vel aut duo aut unicum aut  
nullum, si obtusus. Denique si M : N < AB : BC: o-  
mnino succedere constructionem, sed unicum dare  
Parallelogr. AECF. Proinde semper (nisi forte ex-  
cipere placet casum quo AB = BC & M = N) pro-  
blema possibile fore, quatenus, dum construendum  
est, in latere Parallelogrammi dati majore (saltem  
non minore) quod sit AB, sumere licet AK = mi-  
nor (saltem non majori) quæ sit M, datarum re-  
& garum M, N.

SCHOL. Si detur non ratio laterum sed vel angulus vel area Parallelogrammi inscribendi: facillima etiam (*n. o. &c.*) erit tum in illo tum in hoc casu Analysis. His igitur non immorabitur amplius. At, secus quam hæc Problemata allata, sensu maxime proprio (*Ei. IV. Deff 1. 2.*) de inscriptione Parallelogrammi agunt sequentia.

### PROBLEMA III. Fig. 2.

*Quadrilatero ABCD dato inscribere Parallelogrammum, cuius latus aliquod EH sit positione & magnitudine datum, non autem parallelum ulli laterum propositæ illius Figuræ quadrangulæ ABCD.*

**ANALYSIS.** Datis (*hyp.*) punctis E, H, in binis lateribus sibi contiguis AB, AD dati Quadrilateri: huic inscriptum esse intelligatur Parallelogrammum EFGH. Per punctum B (vel D) ducta recta BL, parallela ipsi EH, occurrat lateri DC ducæ figuræ (producto, si opus fuerit) in puncto L. Erit igitur (*p*) BL ipsi etiam FG parallela, ideoque (*b. n.*) in triangulis CBL, CFG æquiangulari,  $BL : BC :: FG$  vel huic (*f*) æqualis  $EH : CF$ . Sed dantur (*hyp.* & *n. 3*)  $BC$ ,  $EH$  &  $BL$ ; ergo (*q*) datur etiam  $CF$  ideoque punctum F &c.

**Construacio.** Per alterutrum punctorum B & D, ut B, duc rectæ EH ducæ parallelam BL, quæ occurrat ipsi CD (vel AD,) productæ si opus sit, in L. Ab hoc puncto L cape in LB ipsi EH ducæ æqualem LO, & per punctum O sic inventum age ipsi DC

DC parallelam OF. Hæc occursu suo definit in BC punctum F inter B & C. Tum ex F duc FE, & ipsi BL vel (p) EH parallelam FG, quæ ipsi CD occurret in G; junge denique GH. Dico factum.

*Demonstr.* Quia (hyp.) EH ac proinde, quæ huic (Constr.) parallela est, BL convergit singulis Figuræ datæ lateribus: occurret, necesse est, BL ipsi CD. Porro (constr.) FGLO est parallelogrammum, ideoque (f)  $FG = OL =$  (constr.) EH. Ergo, cum sit  $FG$  ipsi EH & æqualis & (constr.) parallela: erit (b) EFGH Parallelogrammum.

*Cor. 1.* Si punctum L coinciderit ipsi D, i. e. Parallelogrammi latera EH, FG fuerint parallela diagonali AD Quadrilateri ABCD: erunt reliqua Parallelogrammi latera EF, HG parallela alteri diagonali AC. Nam ob (hyp.) parallelas EH, BD, est (b. n.)  $BA : AE :: BD : EH$ , pariterque ob FG, BD parallelas,  $BC : CF :: BD : FG =$  (constr. dem.) EH. Unde (r)  $BA : AE :: BC : CF$ , ideoque (s. s) EF & (p) GH parallelae ipsi AC.

*Cor. 2. Fig. 3.* Viciissim: si per punctum quodcunque E, in aliquo Quadrilateri latere AB assumptum, agatur EH parallela alterutri diagonali BD; dein ex punctis E & H ducantur EF & HG, parallelae alteri diagonali AC; junctâ FG, inscriptum Quadrilaterum EFGH erit Parallelogrammum. Scilicet  $AC : HG :: (AD : DH :: AB : BE :: ) AC : EF$ . Ergo (t)  $HG = EF$ ; & sunt parallelae. Ergo (b).

*Cor. 3.* In Parallelogrammo sic (Cor. 2.) inscripto

ptiō anguli sunt æquales iis, quos diagonalēs Qua-  
drilateri ABCD secum efficiunt, singuli singulis.

### PROBLEMA IV. Fig. 3.

*Quadrilatero ABCD dato inscribere Parallelogram-  
mum EFGH, cuius latera EH, EF sint in ratione  
data M : N.*

**ANALYSIS.** Ut solutu facilius reddatur hoc  
Problema hactenus indeterminatum, addamus hanc  
determinationem specificam: quod debeant latera Par-  
allelogrammi esse (Cor. 2. Probl. præced.) diagonali-  
bus Quadrilateri dati parallela. Igitur (b. n)  $AE : AB :: EH : BD$  &  $AB : BE :: AC : EF$ , unde (u. o)  
 $AE : BE :: AC : EH$ .  $BD : EF$ . Datur itaque ratio  $AE : BE$ , quippe (v) composita ex his binis rationibus  
dati  $AC : BD$ , & ( $EH : EF$  seu)  $M : N$ .

**Constr.** In  $AC$ , producta ultra  $C$ , sume ( $q$ ) da-  
tis  $M$ ,  $N$  & diagonali  $BD$  quartam proportionalem  
 $CU$ . Junge  $BU$ , cui per  $C$  age parallelam, occursu-  
ram lateri  $AB$  in  $E$ ; quo puncto  $E$  sic dato, con-  
struatur Parallelogrammum EFGH ut in Cor. 2. Probl.  
præced.

**Demonstr.** Quia (coustr. & b. n. s)

$$\begin{aligned} EH : BD &:: AE : AB \\ BD : CU &:: M : N \end{aligned}$$

compositis his ratio-  
nibus fiet

$$\begin{aligned} CU : AC &:: BE : AE \\ AC : EF &:: AB : BE \end{aligned}$$

$$EH : EF :: M : N.$$

*Cor.*

3 ) ii ( 3

*Cor. 1.* Secando latus aliquod AB Quadrilateri ABCD in ratione diagonalium AC: BD, inscribetur Parallelogrammum æquilaterum.

*Cor. 2.* Si diagonales AC, BD fuerint æquales, ut sunt e. g. Rectanguli: sufficit seare latus aliquod AB secundum rationem  $M: N$ , ut inveniatur punctum E.

*Cor. 3.* In eodem hoc (*Cor. 2.*) casu, perimeter Parallelogrammi inscripti fit = summae diagonalium Quadrilateri ABCD.

*Cor. 4.* Bisectis singulis lateribus Quadrilateri ejusmodi (*Cor. 2.*) & rite junctis divisionum punctis; vel bisecto aliquo latere & adhibita constructione *Cor. 2.* Probl. præced: erit Parallelogrammum EFGH æquilaterum.

### PROBLEMA V. Fig. 3.

*Quadrilatero AECD dato inscribere Parallelogrammum EFGH magnitudinis datæ seu = dato. Rectilieno R.*

**ANALYSIS.** Sub eadem, quæ in Analysisi Probl. præced. addita fuit, conditione, datur (*Cor. 3. Probl. III.*) Parallelogrammi inscribendi angulus e. g. FGH. Si igitur concipiatur demissum in FG perpendicularum HI, datur ( $\epsilon$ ) ratio HG: HI. Et magnitudo datum est EH  $\times$  HI, quippe ( $x$ ) = EFGH = R dato (hyp.) Ergo ( $\alpha \beta$ ) datur EH  $\times$  HG seu EH  $\times$  EF magnitudine. Sed (ut Anal. Probl. præced.) BD: EH:: AB: AE & AC: EF:: AB: BE adeoque

$AC \times BD : EH \times EF :: ABq : AE \times EB$ . Propter datas igitur  $AC$ ,  $BD$ ,  $AB$ , datumque (dem.) magnitudine  $EH \times EF$ , dabitur (e. g. per El. II. 14. VI. 13. 22.) magnitudine Rgl.  $AE \times EB$ , cuius præterea datur semiperimeter =  $AB$ . Ergo (vid. sis El. II. 14. 5.) datur ipsius  $AB$  punctum  $E$ .

*Aliter.* Si per puncta  $A$  &  $C$ ,  $B$  &  $D$ , ductæ intelligantur rectæ diagonalibus  $BD$ ,  $AC$  parallelæ: hæ formabunt (p. y) quoddam Parallelogrammum = 2  $ABCD$ , inscribendo (Cor. 3. Probl. III.) æquian- gulum, & latera habens dictis diagonalibus respecti- ve æqualia. Quare (v) 2  $ABCD$ :  $EG$  seu  $R:: AC \times BD : EH \times EF$ , adeoque iterum datur magnitudine Rgl.  $EH \times EF$ , &c.

*Aliter.* Intelligatur  $EO$ , quæ occurrat diagonali  $BD$  in  $O$ , esse parallela ipsi  $AD$ : erit Parallelogram- mum  $EP = ED =$  Triangulo  $ABD$  — Triang.  $AEH$  — Triang.  $EBO$ . Sed hæc Triangula, utpote æqui- angula, sunt (z) inter se ut laterum homologorum quadrata  $ABq$ ,  $AEq$ ,  $EBq$ . Unde (aa) Triangulum  $ABD$ : Parallelogrammum  $EP :: ABq : ABq - AEq - EBq$  seu (bb) 2  $AE \times EB$ . Pari modo reperitur esse Triangulum  $CBD$ : Parallelogrammum  $FP :: BCq : 2 BF \times FC ::$  (quia rectæ  $AB$ ,  $BC$  sunt [s] similiter se- ctæ in E, F)  $ABq : 2 AE \times EB$ . Cum igitur sit Tri- ang.  $ABD$ : Parallelogr.  $EP ::$  Triang.  $CBD$ : Paralle- logr.  $FP :: ABq : 2 AE \times EB$ : erit etiam (cc) Trian- gulum  $ABD \rightarrow$  Triang.  $CBD$ : Parallelogrammum  $EP +$  Prgr.  $FP$  i. e. Quadrilaterum  $ABCD$ : Paralle- logram-

logrammum  $EFGH$  seu  $R::ABq::AE \times EB$ . Ergo datur denuo magnitudine Rgl.  $AE \times EB$ .

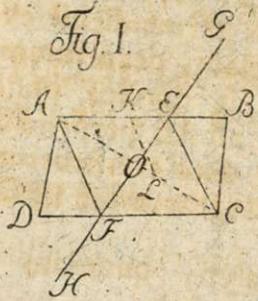
*Construacio.* Describe Semicirculum super diametro  $AB$ , ad quam, e puncto ejus aliquo arbitrario, erige perpendiculum  $L$  ejus longitudinis, ut sit duplum Quadrilateri  $ABCD$ :  $R::ABq:Lq$ . (Poterit hoc aliis atque aliis modis fieri, quorum nullum, brevitatis studio, h. l. exponam.) Per alterum hujus perpendiculi extremum age diametro  $A B$  parallelam, occursuram (si fuerit  $L < \frac{1}{2} AB$ ) semicirculo in duobus punctis, e quorum utrolibet demittenda ad  $AB$  perpendicularis definiet punctum  $E$ , quo sic dato construetur facile (Cor. 2. Probl. III.) Parallelogrammum  $EFGH$ .

*Demonstratio* pater ex Analyse, quoniam (dd)  $Lq = AE \times EB$ .

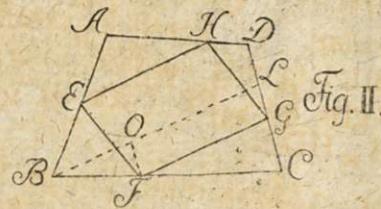
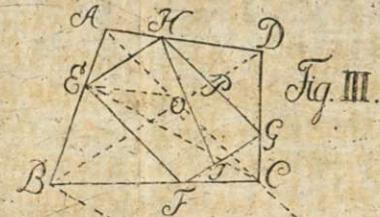
*Corollar.* 1. Parallelogramma modo (Cor. 2. Probl. III.) saepius laudato inscripta, sunt proportionalia Rglis  $AE \times EB$  (seu  $BF \times FC$ , vel  $CG \times GD$ , vel  $AH \times HD$ ).

*Cor. 2.* Maximum eorum itaque est, quod constructur bisecto aliquo ipsius  $ABCD$  latere  $AB$  in  $E$ . Cætera eo sunt minora, quo magis ab æqualitate recessunt  $AE$  &  $EB$ , seu quo minor fuerit harum differentia (ee).

*Cor. 3.* Maximum illud Parallelogrammum (Cor. 2.) est Quadrilateri  $ABCD$  dimidium. Oportet igitur  $R$  esse non majus  $\frac{1}{2} ABCD$ .



M—  
N—



## Loca citata.

EUCLID. Elem. *a.* Lib. I. Prop. 5. *b.* I. 29. *c.* I. 23.  
*d.* I. 8. *e.* I. 18. *f.* I. 34. *g.* I. 6. *h.* I. 33. *i.* I. 4. *k.* I. 26.  
*l.* I. 47. *m.* VI. 7. *n.* VI. 4. *o.* VI. 1. *p.* I. 30. *q.* VI. 12.  
*r.* V. 11. *s.* V. 17. *t.* VI. 2. *u.* VI. 9. *v.* VI. 22. *w.* VI. 23.  
*m.* VI. 10. *x.* I. 35. *y.* I. 41. *z.* VI. 19. *aa.* V. 19. Cor.  
*bb.* II. 4. *cc.* V. 12. *dd.* II. 14. *ee.* II. 5.

EUCLID. Lib. Datorum. *a.* Prop. 25. *b.* 27. *c.* 29  
*d.* 44. *e.* 40. *f.* 2. *g.* 28. *h.* 25.

Pag. 8. lin. antepenult. *deleatur* (vel AD).

