

24.

D. D.
DISSERTATIO
DE

**N E X U
SCIENTIAS
MATHEMATICAS
INTERCEDENTE,**

QUAM,
CONSENT. AMPLISS. FACULT. PHILOS. IN
REG. ACAD. ABÔËNSI,
Publice examinandam sistunt

AUCTOR

**MARTINUS JOHANNES
WALLENIUS**

PHIL. MAG.

ET

RESPONDENS

STIP. REG.

JOHANNES WESTZYNTHIUS, Magn. Fil.

OSTROBOTHNIENSIS,

Die XIV. Junii Anni MDCCLV.

L. H. Q. S.

ABOË, impressit DIRECT. & Typogr. Reg. Magn. Duc.
Finland. JACOB MERCKELL.

80.

Z

Le Register Pavanier

à MADAME
De **BROWALLIUS,**
Née D' EHRENHOLM.

MADAME.

NOn obstant que la Vertu soit en elle même un bien inestimable, il faut convenir que, lorsqu'elle est accompagnée de la fortune, elle en reçoit un nouveau lustre. Car le mérite de ceux, qui sont régalez des biens de cette même fortune, se trouvant à l'épreuve de ses flateries, est d'autant plus à estimer, qu'il ne s'en laisse pas corrompre, ni ne succombe à de telles tentations. Il y a encore d'autres circonstances, qui relevent & rendent plus brillantes les bonnes qualitez des hommes fortunés. Le public ayant

ayant les yeux fixés sur eux, leurs perfections se font bien plutôt appercevoir; ce qui est aussi la cause pour-quoi elles s'attirent l'admiration & les louanges, qui leur sont dûes, & animent bien d'autres personnes à imiter de si bons exemples. Enfin ceux, qui se voyent comblés de ses biens, se trouvent par là en état de répandre sur plusieurs les fruits de leurs vertus & de les obliger par des bienfaits.

Voilà les simples réflexions, qui se sont présentées à mon esprit, lorsque j'ai pris la hardiesse d'orner ce petit ouvrage de Votre Illustre Nom, MADAME, Vous à qui la providence a accordé tous les avantages de la fortune, lesquels ne peuvent certainement qu'augmenter l'éclat de Vos rares Vertus & des dons de la nature, que Vous possédez.

Le souvenir des bontez, dont il Vous a toujours plu, MADAME, honorer la maison de feu mon Père, m'est un motif assez suffisant de Vous dédier ce peu de lignes & de m'adresser à la grace & à l'humanité, qui Vous est si naturelle & principalement convenable aux grands. Daignez donc, je Vous en supplie, accepter ces pages comme un gage du profond respect, avec lequel j'aurai l'honneur d'être, tant que je vivrai,

de MADAME

Le très humble & très obeïssant
serviteur

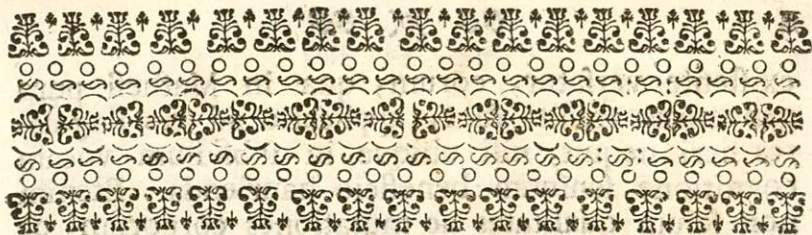
MARTIN JEAN WALLENIUS.

Til Herr RESPONDENTEN.

MADRIGAL.

Gack lycklig til det rum,
Min Wåne Bror, der guld från glitter skiljes:
Der fanning rå'r, men falskhet blifwer stum!
Gack prydd med wishets smycke!
Wis wårda halten af et wårdigt stycke,
Och stå med tapper mun en wårdig Auctor bi!
Dit snille tog doch dygd och bokwett re'n
I födf'len fasta på;
De ledde Dig altse'n;
De sku' ock see Dig i den raden stå
Som Lagerkrönte bli.
Men jag år Dig så starkt med kårligt blod
förbunden,
At jag af all Din lott ta'r del i hjertegrunden.

OLOF WESTZYNTHIUS.



§. I.



Disciplinas, quæ Mathematicarum nomine veniunt, sublimes inter scientias loco eminere facile deprehendet, qui vel summum quo gaudent certitudinis gradum, vel rerum sublimitatem, vel denique veritatum ac inventorum, quorum sunt feracissimæ, multitudinem & maximum in aliis scientiis æque ac in vita communi usum paulo attentius consideraverit. Habet autem Mathesis pro objecto quantitatem quancunque, quatenus ad alias cognitatas eadem relata æstimari & cognosci potest. Dum hanc ipsam in genere, abstrahendo a rebus, quibus inest, contemplatur, ex notionibus distinctis & primo quidem simplicissimis, ope axiomatum evidentissimorum, sola ratiocinatione, non accedente experientiæ adminiculo, quantum affectiones ac mutuas relationes eruit. Quando autem in considerata quantitate affectionibus rerum naturalium mensurabilibus in-

existente versatur, eorum, quæ in Mathesi pura generaliter tradita sunt, applicatio ad res singulares fieri nequit, nisi ubique in subsidium vocata cognitione sensuum beneficio haurienda. Etenim non solum qualitates ac mutationes corporum, de quorum quantitate determinanda quæritur, sed & eorum, quæ ad illa cognoscenda mediorum instar aliquo modo concurrunt, per experientiam sedulo observare oportet. Quamobrem etiam, cum instrumentorum usu hic carere nequeamus, ad hæc construenda & tractanda affectiones materiæ, ex qua conficiuntur, ignorare haud licet. Cum itaque in Mathesi mixta ad finem propositum obtinendum plurima data & cognita per experientiam supponantur, quorum tamen investigatio multum sæpe difficultatis habet; mirum non est quod hic non semper æquè feliciter ac in pura Mathesi quæstiones resolvantur, nec omnimoda adcuratio in potestate nostra sit, aut in puncto omnia definiri possint. Ut autem taceamus sufficere talem cognitionem, quæ scopo satisfaciat, quamvis non omnibus numeris absoluta sit, & errores insensibiles pro nullis haberi posse; simul patet, quæ hic incerta aut erronea occurrunt, scientiæ nostræ vitio non esse tribuenda. Quinimo dubio caret multis cognitionis humanæ partibus ex Mathesi plurimum luminis adfulgere, & quemadmodum inter communissimas rerum finitarum affectiones hæc etiam inprimis referenda est, quod determinata quantitate sive molis, sive virium, qualitatum ac operationum

tionum gaudeant; ita usum Matheseos in aliis scientiis & vita humana tam late patere, ut hoc quoque respectu vix ulli scientiarum sit secunda. Hinc neque partium Matheseos applicatæ, quarum aliæ aliis generaliores vel specialiores sunt, adeo definitus constitui potest numerus, quamvis certa quædam Scientiæ Naturalis capita atque artes nonnullæ, in quibus præcipue insignis Matheseos influxus hætenus conspicuus fuit, sub isto titulo comprehendi fere soleant. Quemadmodum itaque usus Matheseos ad res naturales varii generis extenditur, quas autem nexu admirando conjunctas voluit Sapientissimum Numen; ita vel hinc jam haud vana conjectura colligere licet: mathematicam unius objecti cognitionem determinationibus aliarum rerum mathematicè cognoscendis multum sæpe inservire posse, ut adeo mirum non sit quod partes Matheseos, si rite pertractari poterunt, non solum aliæ ab aliis haud raro veritates aliquas mutuari debeant, sed etiam totæ quantæ sunt dependeant. Nexum ejusmodi has disciplinas intercedentem non quidem iusta tractatione exponere, sed leviter tantum adumbrare & quidem partim ad rationes generales revocare, partim nonnullis sparsim adducendis exemplis comprobare in hisce pagellis constituimus.

§. II.

Quamvis non temere Arithmetica in Geometriam introducenda sit; in praxi tamen hujus ipsi conjunctissima erit. Arithmetica, disciplinarum Mathematicarum

maticarum simplicissima, quanta omnia ex partibus æqualibus composita concipit, & abstrahendo a reliquis omnibus, quæ istis quantis præterea competere possunt, harum multitudinem vel relationem unicè quærit, huncque in finem affectiones numerorum scrutatur & ex certis datis alios, qui ab his modo nobis cognito pendent, invenire docet. Geometria, quæ extensorum doctrina absolvitur, considerat eorum genesin, diversas figuras, quæ ex his consequuntur varias proprietates, & qua ratione extensa quævis ad alia, ejusdem æque ac diversæ speciei, referantur; quæ omnia ad numeros non revocata sæpe felicius inveniri, accuratius determinari, plenius intelligi & nexu magis convenienti tradi possunt. Non itaque numeri hic adsciscendi sunt, quoties iis commode carere possumus. Cum autem Geometria Practica magnam partem comparata sit ad extensorum magnitudines metiendas, quæ vero aliter æstimari nequeunt quam determinando quoties data mensura iisdem contineatur; vel ex eo patet has ipsas numeris esse exprimendas & resolutiones problematum per calculum expediendas, ideoque dictas scientias nexu indissolubili conjungi debere. Et ipsa quidem *Trigonometria* cum *plana* tum *sphærica* non nisi partes Geometriæ sunt, quæ ab *Arithmetica* supputandi artem mutuuntur.

§. III.

Ils Scientiis junctim sumtis partes Matheseos mixtae omnes superstrui, usum & applicationem illarum

larum ad varia objecta monstrantes, ex ipsa notione Matheseos mixtæ & supra dictis sponte sequitur. Et ista quidem applicatio eo latius patet, quo commodius Geometria non iis tantum corporum affectionibus æstimandis inservit, quæ extensionis limites habent, sed etiam illis, quæ gradus intensitatis admittunt ac proinde modo quocunque mensurabiles sunt. Hæ scilicet lineis, superficiebus ac solidis representari, ut & numeris ex Arithmetica petitis exprimi possunt, quo diversi earum gradus inter se contendendi queant, sicque ratio horum mutua pateat.

Et hæc quidem generatim de utriusque hujus disciplinæ influxu in illas, quæ nomine Matheseos applicatæ insigniuntur, nominasse sufficiat, ne de singulis eundem in sequentibus sigillatim inculcare aut exemplis probare opus sit, cum plena earum pertractatio ab instituto nostro plane sit aliena, exempla vero in veritatem adeo universalem & omnibus facile obviam adducere ineptum.

§. IV.

Per universam Mathesin etiam Algebra cum calculo infinitesimali usum maxime insignem exserit. Quantitates nempe quascunque ars analytica aptis characteribus exprimere docet, & singulari artificio non minus plurima problemata arithmetica egregia sed intricata resolvere, quam in Geometria elementari æquè ac sublimiori multa maximo compendio invenire ac demonstrare, ad quæ alioquin non nisi prolixiori ac difficiliori via pervenire licet.

Sic methodum suppeditat faciliorem æquè ac certiore[m] logarithmos numerorum ut & angulorum sinus & tangentes tam naturales quam artificiales inveniendi; quorum investigatio ut usum habet amplissimum, ita illa, quæ solis Arithmeticæ & Geometriæ elementaris principiis nititur, laborem incredibilem & maximè tædiosum requirit. Commodiorem illam logarithmos numerorum vulgarium per series computandi rationem imprimis succinctè expositam videre licet in libello non ita pridem lingua vernacula edito. Ad dictum vero usum trigonometricum scientiæ nostræ quod attinet, præterquam quod illa methodum tradat ex radio atque sinu & cosinu, tangente aut secante arcus simpli inveniendi sinus, cosinus tangentes aut secantes arcuum quorumcunque multiplorum; Illustris Newtonus series excogitavit, quarum ope ex datis arcubus sinus & cosinus eorum supputari possunt. Cumque hæ series crescente arcu lente admodum convergant, Joh. Keillius ex iisdem alias similes deduxit, in quibus tamen plura data supponuntur. Eulerus denique methodum invenit facilem computandi angulorum sinus & tangentes tam naturales quam artificiales, quæ nititur methodo ipsius valores plurimorum productorum ex infinitis factoribus determinandi. Inde nimirum elicuit series valde convergentes pro inveniendis sinibus, tangentibus & secantibus eorumque logarithmis, qui logarithmi per hanc methodum absque cognitis ipsis sinibus & tangentibus inveniri possunt, vid. *Act. Erud.*

Lips.

Lips. A. 1753. p. 308. Tantum vero abest ut intra hos terminos subsistat utilitas calculi analytici, ut ad longe sublimiora progrediatur, problemata difficillima resolvere ac theoremata abstrusissima invenire doceat aditumque patefaciat ad ea penetrandi, quæ alioquin omni perspicaciæ ingenii humani inaccessa manerent. Quatenus itaque tantum perfectionis addit Mathesi puræ ejusque complementum quasi est; non potest non eo ipso in Mathesi applicata usum habere amplissimum. Testatur sane recentius immutata scientiarum mathematicarum facies, ad quantum perfectionis fastigium evectæ quantisque incrementis auctæ sint ope Analyseos, quæ clavis optimæ vicem hic ubique gerit, ideoque Matheseos universalis nomen haud immerito tuetur. Et mirari omnino convenit quantum ejus beneficio præstiterint in *Mechanica, Astronomia Physica, Scientia Navalium* &c. recentiores.

Quæ sub finem §. præced. monita sunt, hic de Analysei repetita volumus, cum quo minus ad specialiora hic descendamus nimia rei prolixitas prohibeat. In sequentibus itaque solum de nexu, quo Matheseos mixtæ partes inter se junguntur, dicendum nobis erit.

§. V.

IN Geometria præctica aliæ Matheseos mixtæ partes usum habent. Quod *Mechanica* in praxin Geometriæ influere queat, uno vel altero exemplo indigitasse sufficiat. Sic chordæ multum longæ, tenuis

tenuis & libere pendentis metiri licet longitudinem, si pondere appenso in motum oscillatorium redigatur, qui cum vibrationibus penduli datæ longitudinis comparetur. Sunt namque longitudines pendulorum in ratione duplicata temporum oscillationum per arcus similes aut admodum exiguos peractarum. Quod artificium tum imprimis usui esse potest, quando superior chordæ extremitas quacunque de causa conspectui nostro subducta est. Similiter altitudo aliqua æstimari quodammodo poterit ex tempore quod grave per illam cadendo infumit; modo observatum fuerit quantum spatium grave ex quiete libere descendens certo tempore emetiatur; spatia etenim ab initio motus percursa sunt inter se ut quadrata temporum. In *Actis Reg. Svec. Scient. Acad.* A. 1745. p. 152. etiam exemplum quoddam occurrit ostendens: principia mechanica quæstionibus quoque pure geometricis illustrandis inservire posse. Porro dum in campo lineæ rectæ designandæ sunt & radii visorii pro talibus habentur, ex *Optica* notum supponitur, lumen per lineas rectas, in eodem medio, propagari. Principia *Catoptrica* modum quendam subministrant ope speculi plani altitudines inveniendi. Geodæsia interdum a *Dioptrica* usum Tuborum opticorum mutuatur. Præterea etiam eorum imprimis, qui in metiendis altitudinibus occupantur, ex eadem scire interest: radios luminis, dum media diversæ densitatis transeunt, a recta via detorqueri idemque in atmosphæra nostra obtine-

tinere, cum aër inferior densior sit superiori, (id quod ex *Aërometria* constabit); hanc denique refractionem eo esse majorem, quo magis aër prope terram vaporibus abundat. Inprimis, si praxi geodætica sua constabit veritas, extra dubitationis aleam ponendum est, radios lucis, utcunque in atmosphæra refractos, a plano suo verticali non deflectere. Juvabit etiam ex *Aërometria* cognovisse qua celeritate sonus progrediatur. Hac enim explorata, de distantiiis locorum judicari potest, modo observatum simul fuerit tempus, quod illis percurrendis sonus impendit. Quem in finem talia adhibentur corpora, quæ lumen ac sonum simul emittunt, atque tempus quæsitum æquale censetur moræ illa momenta intercedenti, quibus lumen visu & sonus auditu percipitur. Cui regulæ tuto fidere non possemus, nisi per observationes & calculos *Astronomicos* prius constaret motum luminis tanta gaudere pernecitate, ut in hujusmodi casibus pro instantaneo haberi queat. Si denique libellationes locorum ad majorem distantiam summa adcuratione instituendæ sunt, ex *Geographia* semidiameter uti & ipsa species figuræ Telluris data erit, quo nimirum curvatura horizontalis incensum quoque veniat.

§. VI.

M*Echanica quemadmodum fundamenta substernit Aërometria & Hydraulicæ, qua de re in seq. §. §. 7. 8.; ita ab iis vicissim nonnulla repetit & in usus suos convertit.* Inter alia etiam docet Mecha-

B

nica

nica potentias quascunque inanimatas æque ac animatas machinis ritè applicare. Illarum in numero quoque sunt aër & aqua, quæ elementa, machinis convenientibus aptè applicata, easdem movendo maxima mortalibus commoda adferunt. Quis autem non videt quantum huic fini conducit indolem ac vires agendi istorum fluidorum ex modo dictis scientiis perspexisse? Et *Aërometria* quidem usum hic habet inprimis quatenus vim æstimare docet, quam in machinas exserere possunt venti. *Hydraulica* de legibus agit, secundum quas fluida, præcipuè aqua, moventur; celeritatem ac impetum metiri docet, quem fluens acquirit pro diversa vel profunditate vel declivitate alvei, vel amplitudine canalis, vel altitudine lapsus; tradit quoque artificia aquam ad motum perducendi & ad data loca derivandi. Vel ex his itaque asserti nostri veritas satis videtur manifesta. Præterea utile illud in mechanica principium, quod pondera corporum sint massis proportionalia, deducitur ab experimento ope antiæ pneumaticæ instituto, ex quo constat, corpora quæcunque in vacuo Boyleano libere cadentia eadem ferri celeritate. Quis autem ignorat antiam pneumaticam esse instrumentum quoddam aërometricum, ejusque usum, in aëre ex vasis educendo, a cognita vi hujus elastica pendere? Denique ad rectè æstimanda corporum pondera absoluta requiritur, ut ratio habeatur ponderis in aëre amissi, quod ex principiis hydrostaticis, & cognita aëris gravitate sub dato volumine, determi-

terminandum est. Ex quibus Aërometriæ, & quidem cum *Hydrostatica* conjunctæ, in mechanicam influxus denuo patet.

§. VII.

H*ydrostatica principis Mechanicis superstruitur, utraque autem harum scientiarum Aërometria fundamenta ponit.* Considerat *Hydrostatica* actionem, quam fluida in se mutuo æquè ac in solida ipsis immersa aut innatantia exserunt horumque in illis gravitationem. Facile autem patet hæc intelligi satis non posse, nisi præstructa generali theoria gravitatis & virium prementium, quam tradit *Mechanica*. Aërometria occupatur in exponendis qualitatibus ac viribus aëris, earumque gradibus determinandis. Harum præcipuæ sunt fluiditas, gravitas & elasticitas. Quatenus fluidus & gravis est aër, iisdem subjicitur legibus, quas circa pressionem fluidorum & æquilibrium cum aliis, vel homogeneis vel specificè gravioribus, obtinere generatim demonstrat *Hydrostatica*. Ex his, simul tamen habita ratione elateris aëris, phænomenorum tam aliorum quam barometricorum ratio redditur &, ex diversa mercurii altitudine, de majori vel minori pressione atmosphæræ judicium fertur. Quænam ex elasticitate aëris consequantur ex iis cognoscenda sunt, quæ de corporum elasticorum natura & legibus motuum tradit *Mechanica*. Vires aërem comprimentes adeoque & vim hujus elasticam, cæteris paribus, densitati ipsius esse proportionales, per instituta quidem experimenta, sed

non nisi in subsidium rursus vocatis legibus *hydrostaticis* innotuit; quam tamen regulam in compressionibus majoribus non valere, sed elaterem aëris tunc quidem in majori ratione augeri, recentissimis experimentis evictum referunt *Acta E. rud. Lips. A. 1753. p. 65.* Inventio & usus ejusmodi manometrorum, quæ globo metallico, aëre evacuato & ad bilancem appenso, constant, etiam debetur legi huic *Hydrostaticæ*: quod nempe decrementum ponderis corporis solidi in fluido sit æquale ponderi fluidi, sub eodem volumine contenti. Hinc enim ratio pendet, cur globus ille in aëre rariori, tanquam specificè leviori, gravior; contra in densiori levior fiat. Rursus Anemometri, quo vim ventorum metiri liceat, constructio & usus ex principiis pendet mechanicis. Ex his namque petenda est ratio mensuram virium seu potentiarum ineundi, ab elevatione ac sustentatione datorum ponderum, aliisque similibus effectibus determinati gradus, eas æstimando. Et hæ quidem disciplinæ maximum præstant in Aërometria usum; neque tamen aliæ eandem profus destituunt. Sic, ex initio crepusculi matutini aut fine vespertini, altitudinem atmosphære crassioris determinandi methodus, (quæ an scopo satisfaciatur nec ne, nostrum non est h. l. disquirere,) non solum ex *Catoptrica* & *Dioptrica* cognitas supponit leges reflexionis & refractionis luminis, sed & ex *Astronomia* quantitatem hujus refractionis in atmosphæra, ut & modum inveniendi profunditatem solis sub horizonte, ad datum tem-

tempus; quin & magnitudinem semidiametri Telluris ex *Geographia*. Si de figura aut pondere atmosphæræ quæstio sit, itidem ex *Geographia* figuram & superficiem Telluris scire oportet. Quod celeritas soni tuto determinari nequeat nisi consulantur observationes & calculi Astronomorum, verbo jam supra §. 5. monuimus.

§. VIII.

HYDRAULICA a principiis *Mechanicis*, *Hydrostaticis* & *Aërometricis* tota pendet. Agit Hydraulica de motu fluidorum speciatim aquarum; unde *Mechanicam*, quæ scientia motus absolvitur, magno hic usui futuram, haud difficulter colligitur. Et quatenus fluida illa gravitate gaudent; quæ in *Mechanica* speciatim de motu gravium, vel libere vel super planis inclinatis descendantium, aut quacunquæ vi & in quacunquæ directione projectorum, traduntur, hic locum quoque & usum habent, dum explicandum est: qualis sit motus aquarum, quæ vis ac celeritas, per declivia fluentium, aut libere delabentium, aut quomodocunquæ propulsarum ac profilientium. Et generatim quidem virium, quæ vel motum fluidorum producere valent, vel etiam quas ad motum concitata exserunt, ratio & mensura non nisi ex ejusdem scientiæ principiis explicari ac determinari potest, quippe cujus est hæc ipsa omnia in genere evolvere. Machinarum quopue hydraulicarum constructio ac debita applicatio *Mechanices* eget subsidio.

Quamdiu fluida æquilibrium servant, quiescunt;

scunt; illo autem sublato motus sequitur. Ad hunc ergo explicandum apprimè necessaria est doctrina de æquilibrio ac pressione fluidorum: quando scil. illud obtineat, quibusve de causis tollatur; quomodo vis fluidi prementis inveniendâ quantumque pressio una alteri prævaleat, ut sic definiri queat, qualem determinata ejusmodi pressio motum producere possit. *Hydraulica* ergo *Hydrostaticam*, quæ æquilibrium ac pressionem fluidorum explicat, supponit.

Inter principia s. causas motus aquarum, haud postremum locum sibi vindicat aër. Etenim non solum gravitate ac pressione atmosphæræ elevari & ad motum impelli possunt aquæ, sed etiam elater aëris, compressione inprimis vel calore auctus, similibus effectibus producendis inservit. Hæ itaque aëris proprietates ac vires earumque agendi leges ex *Aërometria* perspectæ esse debent. Inde enim magnam partem pendent artificia illa, quibus, in variis casibus obviis, prout opus fuerit, aquæ attolli, projici & ex loco uno in alium deduci possunt.

§. IX.

N*Equæ in Opticam alia Matheseos mixtæ partes nullum habent influxum.* Sic quatenus Optica inter alia etiam apparentias motus considerat, ex *Mechanica* notiones quasdam & simplicissima principia, quæ ad doctrinam de motu spectant, mutuatur. Quod autem hujus in illa usus his tam arctis limitibus non contineatur, exemplo sint ea, quæ

quæ habet Newtonus *Optic. Lib. I. P. I. prop. 6. ut & Princ. Tom. I. pr. 94. 96. hujusque Schol.* ubi, admittis certis hypothefibus, demonftrat quomodo, principiis mechanicis convenienter, fieri poffit & debeat, ut refraçtio ac reflexio luminis iis fubjiciatur legibus, quas in natura actu obtinere experimentis comprobatum eft. Imo cum ipfum lumen motu propagetur, quis non videat fcientiam luminis absque mechanicis principiis mancam omnino fore; ipfa enim quantitas motus cæteraque eò fpectantia non nifi ex Mechanicis haurienda funt. Ex obfervationibus vero & calculis *Aftroνομorum*, circa eclipses fatellitum Jovis inftitutis, lumen fucceffive, quamvis pernicitate fumma, propagari compertum eft fimulque celeritas, qua idem movetur, determinata.

§. X.

IN *Aftroνομia* maximum ufum exerit *Optica*. Etenim ingentem hanc machinam mundanam, de qua quicquid habemus cognitionis a fenfibus incipit, nullo alio quam vifus fenfu ufurpare nobis licet. Unde mox patet apprimè utilem hic effe illam fcientiam, qua leges vifionis & rerum vifibilium apparentiæ explicantur. Omnia autem huc fpectantia *Optica* tradit oftendens, qualia fub certis circumftantiis objecta confpectui noftro exhibeantur & quo pacto ex phænomenis vera rerum indoles & natura investiganda fit. Quia nimirum fæpiffimè res adfpectabiles longe aliter, quam fecundum ipfam rei veritatem, vifui fe offerunt, judicia de rebus fecundum meram apparentiam
lata

lata a veritate haud raro quam longissimè discedere possunt. Hinc neque mirum ideam hujus universi, quæ nudis oculis id contemplantibus nascitur, stupendo adeo operi Divino parum admodum respondere, nec nisi ex principiis opticis atque pluribus observationibus inter se collatis variorum phænomenorum rationem reddi, corporumque cœlestium naturam & motus totiusque systematis mundani structuram intelligi & explicari demum posse. Sic admissio motu Telluris annuo, ex legibus opticis ad oculum patet ratio: cur Planetæ motu adeo irregulari, nunc videlicet tardiori nunc multo celeriori, ferri videantur? interdum vero retrogradi aut stationarii appareant? cur aliis atque aliis Planetis diverso, singulis tamen certo ac definito tempore contingant hæc phænomena? cur his rariora illis frequentiora, aliis denique longioris aliis vero brevioris moræ sint? &c. Similiter ex motu eodem Telluris in orbita sua atque propagatione luminis successiva optimè deducuntur leges peculiaris cujusdam aberrationis fixarum; ex revolutione autem Telluris circa axem siderum omnium motus communis facillime explicatur. Sic maximum etiam præstat usum scientia hæc nostra in eclipsibus siderum quoad singulas determinaciones adcuratius exponendis. Ad ductum porro legum opticarum ex motu regulari aliisque phænomenis macularum solis, quatenus nempe æquali tempore eundem absolvunt, lineas parallelas & quidem plerumque curvas describunt,

scribunt, prope margines disci tardius; prope medium vero celerius moveri videntur, & præterea ibi contractiores, hic ampliores conspiciuntur; motus hujus sideris circa axem, æquè ac figura ejus globosa, colligitur. Lunæ vero similem quoque figuram competere ex phasibus ipsius haud difficulter perspicit Opticæ gnarus. Exempla alia ut silentio prætereamus proposita nobis brevitatis postulat.

§. XI.

Astronomia etiam ex Dioptrica mirum quantum lucratur. Quoniam spatia immensa cœlestia vel ab omni materia vacua sunt, vel saltem non nisi subtilissimam & aëre nostro infinites rariorem continent, radii atmosphæram, Telluri nostræ circumfusam, trajectantes non possunt non in eadem, utpote medio densiori, refringi, idque eo magis quo certius est densitatem ejus propius ad terram continuè crescere. Corpora ergo cœlestia nunquam aliter quam per radios refractos sub conspectum nostrum cadunt. Et quia visio omnis, quæ per radios refractos fit, *Dioptricæ* est considerationis, vel ex eo jam pronum est concludere, hanc inter & Astronomiam commercii aliquid intercedere. Et illa quidem, cujus modo mentionem fecimus, radorum lucis in atmosphæra nostra refractionis quoniam id efficit, ut sidera loco altiori appareant quam revera sunt; Astronomiæ vero plurimum interest altitudines & loca eorum accurate determinari; ex Dioptrica cognitæ esse debent leges refractionis, ut ad ductum earum, ope observationum, quantitas re-

fractionis ad datam quamcunque altitudinem inveniatur. Tabulæ quidem refractionum astronomicarum ex immediatis observationibus, circa altitudines stellæ alicujus ad singulos gradus institutis, adhibito tamen simul calculo trigonometrico, constructi solitæ sunt. Præterquam vero quod neque hæ methodi a legibus Dioptrices prorsus sint independentes, cum in illis supponendum sit, radium perpendiculariter incidentem irrefractum transire; etiam ex datis duabus solum refractionibus, ad datas altitudines apparentes, possunt reliquis quibuscunque elevationibus apparentibus convenientes refractiones per calculum, legibus Dioptrici superstructum, definiri, assumpta inprimis hypothesi, ut vocari solet, refractionis rectilineæ, *conf. Act. Erud. Lips. A. 1750. p. 36. seqq. 87. seqq.* ubi egregia quadam & satis facili methodo hoc ipsum problema solutum deprehenditur. Potest vero præterea ex theoria refractionis etiam ratio reddi phænomenorum quorundam, quæ circa sidera observantur, utpote quod, aliquantum licet sub horizonte constituta, in oculos nostros incurrant, quodque figura Solis & Lunæ in ortu & occasu non circularis sed ovalis adpareat. Inprimis vero maximè insigne momentum Dioptrica ad feliciora Astronomiæ incrementa confert mediantibus vitris opticis. Qui enim perpetuus hic est, Telescopiorum usus novum & amplum adeo cœli spectatoribus aperuit campum, tot hujus universi miranda & fidem fere antea superantia detexit, totque præclaris inventis

tis auctam Astronomiam ad eum, in quo jam fulget, perfectionis apicem deduxit, ut ista omnia paucis dici plane nequeant. Videri equidem posset utilissimum hocce inventum casui fortuito unice deberi; sed præterquam quod ars vitra poliendi eorumque usus & proprietates, ex Dioptrica notæ, ansam invento isti dederint; neque alius, quam qui scientiæ hujus probe gnarus fuerit, rationem perspicere, cur Telescopia tantam nobis opem ad objecta remota contemplanda ferre queant, aut de vitiis ac imperfectionibus, quibus forte laborant, judicare, aut denique perfectiora reddere hæc instrumenta valet.

§. XII.

N*Equæ Catoptrica suo in Astronomia usu destituitur.* Constat Astronomos, in naturam & causam crepusculorum inquisituros, hanc partim ex refractione, partim vero & quidem primario ex reflexione radiorum luminis in atmosphæra nostra deducere. Hujus itaque reflexionis theoria, quam Catoptrica tradit, cognita hic supponitur. Quod vero in re præsentis præcipuum est, haud parum commodi ex hac scientia capit Astronomia Tubi Catadioptrici inventionem, quæ Viro summo I. Newtono primum debetur. Ex duobus nempe speculis, uno concavo altero plano, vel utroque concavo, & lente oculari convexa debito modo aptatis construitur Telescopium, quod, mediocris licet longitudinis, objecta æquè auget ac alia multo longiora, & præterea liberum est ab iis imperfectionibus,

nibus, quibus Telescopia alia inprimis longiora laborant, ex diversa radiorum refrangibilitate oriundis.

§. XIII.

Astronomiæ ex Mechanicâ quoque haud parum accedit commodi. In observationibus astronomicis rite instituendis perneccessaria est exacta temporis mensura. Hanc vero non alia ratione inire licet, quam attendendo ad successivas rerum mutationes, æqualibus intervallis semet mutuo excipientes, speciatim motum corporum æquabilem, qui inprimis aptè mensuræ instar hic adhiberi potest, cum, æquè ac tempus, continuum quid sit. Oportet vero eundem non solum æquabilem esse, sed simul quoque talem, ut ejus ope exiguæ admodum temporis particulæ discerni queant. In hoc itaque efficiendo omne præsentis rei positum est momentum. Cui fini non alia instrumenta satisfacere deprehensa sunt, quam horologia oscillatoria, quorum accurata constructio penitiorum Mechanicæ cognitionem requirit. Præterea, quæ in causis motuum cælestium explicandis occupatur, Astronomia physica, eo inprimis modo tractata, quo ab immortalis nominis Viro H. Newtono mira certitudine ac evidentia excoli cœpit, sublimioribus principiis Mechanicis, præcipuè theoria virium centralium, tota pendet.

§. XIV.

Geographia Mathematica aliarum Scientiarum auxilio neque carere potest, in primis vero Astronomiæ

mie tantum non omnia accepta refert. Non solum ex phænomenis eclipsium Lunæ, vi principiorum opticorum, colligi facile potest figuram Telluris ad sensum sphericam esse, cum in omni situ umbra ejus circularis appareat; sed etiam ex pluribus summa adcuratione institutis observationibus astronomicis ac mensurationibus geographicis magnitudo diversorum arcuum meridiani terrestris, cœlestibus respondentium, explorata est, indeque figuram Telluri spheroidicam versus polos depressiorem competere non minus evictum, quam magnitudo ejus determinata. Porro etiam observationes & calculi Astronomici utramque faciunt paginam in latitudinibus ac longitudinibus locorum inveniendis. Illæ nimirum innotescunt quærendo elevationem poli; hæ vero potissimum easdem eclipses Solis, Lunæ aut Satellitum Jovis in diversis locis observando & ex differentia temporis horarii gradus æquatoris, inter meridianos eorundem locorum interceptos, computando. Similiter quæ circa statas anni tempestates & longitudes dierum ac noctium, diversas Telluris partes inhabitantibus eveniunt phænomena nonnisi Astronomiæ ope explicari possunt, ex qua illa imprimis cognita supponenda sunt, quæ ad motum solis apparentem in ecliptica hujusque ad æquatorem obliquitatem pertinent. Ad lucis ac tenebrarum vicissitudines intelligendas nosse etiam oportet, quod hemisphærium circiter Telluris simul a Sole illuminetur; quod ex radiorum solis, ad certam profunditatem infra ho-

rizontem constituti, refractione ac reflexione oriuntur crepuscula, & quomodo spatium temporis, quo eadem durant, inveniatur; quæ, ut & alia ejusmodi plura, ex *Optica* & *Astronomia* petenda sunt. Quod etiam *Mechanica* in generali hac Telluris scientia utilis sit, exemplo primum esse poterit immunita prope æquatorum corporum terrestrium gravitas, quippe non solum ad rei ipsius veritatem cognoscendam, sed & ad rationem phænomeni reddendam principia *Mechanica Mathematicos* deduxerunt, adeoque plus quam simplici nomine usum hic exserunt. Observatum nempe est horologia oscillatoria tardius in locis æquatori propioribus, quam ab eodem remotioribus, moveri, utque justo tempore vibrationes suas absolvant, pendula abbrevianda esse. Unde vi principiorum mechanicorum colligitur, gravitatem accedendo ad æquatorum continuo decrescere. Rationem vero phænomeni hujus non alius reddere poterit, quam qui ejusdem scientiæ cognitione imbutus novit vim centrifugam, ex motu vertiginis Telluris ortam & gravitati contrariam, non posse non ejusmodi effectum causari, cum non solum illa ipsa vis sub æquatore, utpote circulo maximo, maxima esse debeat, in circulis parallelis, quippe minoribus, continuo minor, eodem existente tempore revolutionis; sed & sub æquatore vi gravitatis directe opponatur, in reliquis circulis magis magisque oblique, prout ab illo longius recedunt; sicque, ex duplici hac causa, ibi omnium maxime, hic vero continuo minus, vi gravitatis

vitatis detrahat, ita quidem ut hujus decremēta quam proxime sint in ratione duplicata cosinum latitudinum. Apparet autem simul, quomodo mechanica ejusmodi consideratio diversæ longitudinis pendulorum isochronorum in diversis locis evidens suppeditet argumentum, quo motus Telluris circa axin confirmatur. Porro etiam Illustr. Newtonus figuram Terræ sphæroidicam jam a priori, ex principiis nimirum *Hydrostaticis & Mechanicis*, demonstravit. Terram nempe totam fluidam concipit, unde, in statu quietis & æquilibrīi, per leges gravitatis figuram sphæricam assumere debet. Cum vero particulæ hujus sphæaræ, ex accedente motu circa axin acquirant conatum ab axe recedendi, gravitati oppositum, eundemque, ob rationes supra indicatas, continuo decrefcentem versus polos, ubi tandem evanescit; non poterit non columna fluidi sub polis columnæ sub æquatore, utpote minus gravijam factæ, prævalere, eamque altius attollendo ipsa deprimi, donec æquilibrium inter eas obtineat. Terra itaque figuram sphæroidis ad polos compressæ habeat necesse est, & quidem speciatim Ellipsoidis, quod ex legibus virium centralium porro demonstratur. Pergit idem ulterius &, inquirendo in rationem vis centrifugæ ad gravitatem absolutam, ipsam axeos Terræ, posita hujus densitate uniformi, ad diametrum æquatoris rationem determinare aggreditur; quamvis hæc ab ipso inventa aliquantum differat ab illa, quæ ex recentius initis mensuris diversorum graduum meridiani colligitur. Quemadmodum

modum vero idem Newtonus ex data illa ratione invenire docuit rationem ponderum in diversis terræ locis, ita si hæc a posteriori cognita fuerit, inde vicissim regressus patet ad investigandam rationem axium meridiani terrestris. Si autem accurata factis experimenta pendulorum ope capta fuerint, ex iis rationem gravitatis in diversis latitudinibus colligere licet, cum ex mechanicis constet gravitates esse ut longitudes pendulorum isochronorum, vel, si ejusdem fuerint longitudinis, in ratione duplicata numeri oscillationum, eodem tempore peractarum.

§. XV.

Hydrographia s. *Ars Navigandi aliarum scientiarum subsidio pariter eget.* Quam sit necessaria ad accuratiorem mapparum hydrographicarum delineationem exactior cognitio figuræ ac magnitudinis Telluris, & diversæ amplitudinis graduum terrestrium ad diversas locorum latitudines, haud difficulter patet. Porro declinationum solis, ac fixarum similesque aliæ Tabulæ Astronomicæ, ut & peritia observationes atque calculos astronomicos instituendi, utramque hic faciunt paginam, sicubi acus magneticæ declinatio, quam nosse tanti interest navigantium, vel loci latitudo aliaque ejusmodi in casu quocunque promte reperiri poterunt. Quod ad longitudinem loci cujuscunque maris determinandam attinet, tantopere desiderata utilissimi hujus problematis solutio vel ab *Astronomia* expectanda, postquam exacta condita fuerit Lunæ theoria,

vel

vel a *Mechanica*, si quando inventa ejus beneficio fuerit ratio horologia parandi, æquabilem motum servando accurate satis tempus indicantia & in mari adhiberi apta, quo facto longitudo loci in quolibet itineris marini puncto omnium facillime innotesceret.

§. XVI.

Cronologiam in *Astronomia* fundari prolixa non eget probatione. Cum enim illius sit in usus vitæ civilis tempora metiendi ac distinguendi rationem tradere, quorum nulla aptior datur mensura constantissimo corporum cœlestium, speciatim Solis ac Lunæ, motu; necesse omnino erit ut ex *Astronomia* horum siderum motus accuratius cognoscatur. Scilicet non sufficit tempus utcumque in majora & minora intervalla propemodum æqualia distingui, cui fini vel ad solas dierum ac noctium vicissitudines attendendo satisfieri potest; sed ut ratio tempora computandi cum motu, quem diximus, siderum, adeoque cum ipsa rerum natura conspiret, ad ordinem ac decorem in vita civili servandum & multiplicem vitandam confusionem, tanto magis necessarium est, quanto evidentius constat, cum diversa solis præcipuè ad Tellurem nostram relatione certas in illa ipsa vicissitudines & statas tempestates connecti.

§. XVII.

Astronomia cum *Geographia* principia etiam præbet *Gnomonica*. Et enim descriptio cujuscunque generis horologiorum tam solarium quam lunarium aut sidereorum tota pendet a cognitione motus siderum præcipuè solis, & præter alia principia astronomica & Geographica, supponit quoque resolutiones nonnullorum problematum ad has scientias spectantium, utpote methodum ducendi lineam meridianam, inveniendi elevationem poli & æquatoris in loco dato &c.

§. XVIII.

In *Architecturam Militarem* & *Pyrotechniam*, quas artus intercedit nexus, alia *Matheseos* capita influxum quoque habent. In-

ventioni pulveris pyrii &, quæ inde enata est, Pyrotechnia maximam partem acceptæ referuntur, quæ ad munimenta defendenda & oppugnanda adhiberi hodie solent machinationes; quibus proinde etiam formæ muniendi accommodandæ sunt. Hinc non mirum quod Pyrotechnia singulis Architecturæ Militaris partibus novam plane induxerit faciem. Patet itaque assertum nostrum prius.

Quod ad posterius: præterquam quod ex Arithmetica, Geometria & Trigonometria nominatæ scientiæ haud exiguam capiant utilitatem, qua dere, ut instituti rationem habeamus, nil attinet dicere, verbo tantum indicasse sufficiat, *Opticam* ad miniculo esse ad loca è longinquo in primis delineanda; motum globorum ex tormentis emissorum non nisi ex *Mechanica* recte intelligi posse; hujus præterea notitiam non parum conducere ad machinas varias construendas, quorum in Pyrotechnia, æque ac munimentorum obsidione ac defensione usus est; *Hydraulicam* denique operi præstare ad aquas, prout occasio ac necessitas tulerit, in fossas deducendas &c.

§. XIX.

Scientia Navalis a Mechanica in primis complementum perfectionis suæ accipit. Quatenus *Hydrostatica* gravitationem solidorum in fluidis considerat, primum est intelligere, ad applicationem principiorum hydrostaticorum usum in Scientia Navali habere. Ad naves autem bene ædificandas plurimum prodest penitior *Mechanicæ* cognitio. Ejus namque ope æstimanda est resistentia, quam in solida exferunt fluida, per quæ moventur. Ab illa itaque etiam pendet ratio construendi naves, quæ minimam in aqua patiantur resistentiam. Docet porro hæc scientia, quantum in eo situm sit momenti ut centri gravitatis ratio habeatur, & denique quomodo efficiendum ut vis ventorum, sub datis conditionibus, cursum navis maxime promoveat.

§. XX.

Hæc sunt B. L. quæ in præsentî argumento, festinanter licet congesta, conspectui Tuo sistimus. Veremur sane haud imme-

immerito ut materia hæc pro dignitate sua a nobis pertractata sit, quin potiora forsitan multa l. omiffa penitus, l. parcius tacta sint; alia ex adverso leviora fufius, quam pro brevitate tractationis, expofita. Te interim, Candide Lector, quo par est officio nec fpe prorfus desperata rogare fufinemus, velis hoc quicquid fit opellæ favore Tuo dignari.

Liceat autem nobis, ad ufum Algebra in Hydroftaticis leviffimo quodam exemplo oftendendum, fequens fubnectere

PROBLEMA.

Ut Sphæra cava fluido Specificæ leviori innatare queat, invenire diametrum cavitatis, data diametro Sphæra & ratione gravitatis materia, ex qua Sphæra conftat, ad gravitatem Specificam fluidi. Dicatur diameter Sphæra a, cavitatis, (quam etiam sphericam & Sphæra concentricam fupponimus), diameter x, unde crassities Sphæra cavæ = $\frac{a - x}{2}$. Porro b: c exprimat rationem

gravitatis Specificæ materia illius, ex qua Sphæra conftat, ad gravitatem Specificam fluidi; d: p vero rationem diametri circuli ad peripheriam. His pofitis erit volumen integræ Sphæra = $\frac{a^3 p}{6 d}$; cavitatis = $\frac{p x^3}{6 d}$; differentia $\frac{a^3 p - p x^3}{6 d}$ =

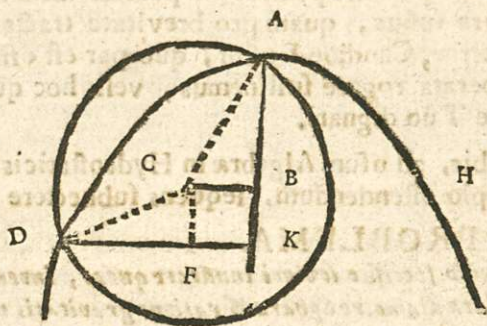
massa solidæ ipsius Sphæra cavæ. Si jam hæc in fluido fustentabitur nec fufidet, requiritur ut fluido æqualis voluminis æquiponderet. Pofito autem quod cavitatis Sphæra vel nullam vel non nifi talem contineat materiam, quæ ponderi materia, ex qua conftat Sphæra, fenfibile augmentum addere nequit, poterit illud pondus æquale cenferi ponderi totius Sphæra. Cum itaque corporum ejusdem ponderis gravitates Specificæ fint in ratione inverfa voluminum, erit b: c = $\frac{a^3 p}{6 d} : \frac{a^3 p - p x^3}{6 d}$

= $a^3 : a^3 - x^3$, unde porro b: b - c = $a^3 : x^3$, ideoq; $x^3 = \frac{b - c \times a^3}{b}$ & $x = \sqrt[3]{\frac{b - c \times a^3}{b}} = a \times \sqrt[3]{\frac{b - c}{b}}$, crassities

vero inveniendæ = $\frac{1}{2} a - \sqrt[3]{\frac{b - c \times a^3}{8 b}}$, quæ si aliquan-

tulum minuatur, Sphæra fluido fupernatabit, Con-

Constructio Geometrica si desideretur, illa talis erit.



Latus recto a describatur Parabola Apolloniana AD AH. In axem AK ex vertice A transferatur $AB = \frac{1}{2}a$, ex B erigatur perpendicularis BC ita ut sit $b : b - c = \frac{1}{2}a$; $BC = a \times \frac{b-c}{2b}$;

tum centro C radio CA descri-

ptus circulus secabit parabolam in D, unde ducta femiordinata DK dabit quæsitum x ; si autem DK bifariam dividatur, & pars hæc dimidia auferatur ab AB, residuum dabit crassitiem quæsitam $\frac{a-x}{2}$.

Est enim $DF = DK - CB = x - a \times \frac{b-c}{2b}$; ex natura parabolæ

$AK = \frac{x^2}{a}$, unde $CF = BK = \frac{x^2}{a} - \frac{1}{2}a$. Jam vero $AB^2 + BC^2$

$= (AC^2 = CD^2 =) CF^2 + DF^2$, h. e. $\frac{1}{4}a^2 + (a \times \frac{b-c}{2b})^2 = \frac{x^4}{a^2} + \frac{1}{4}a^2 - \frac{b-c}{b} \times ax + (a \times \frac{b-c}{2b})^2$

feu $\frac{x^4}{a^2} - \frac{b-c}{b} \times ax = 0$, unde porro $x^3 - a^3 \times \frac{b-c}{b}$

$= 0$, quæ est æquatio supra inventa & construenda.

Illam autem æquationem pro inveniendâ x etiam de corpore cavo cujusunque figuræ valet, si modo huic exactè similis fiat figura cavitatis. Tum nempe a designet lineam rectam quomodocunque in corpore isto ductam, x vero lineam simili prorsus modo determinatam in cavitare. Si enim P designet volumen totius corporis, Q autem cavitatem, ideoque $P - Q =$ massæ solidæ; erit, vi eorum quæ supra diximus, $b : c = P : P - Q$, & $b : b - c = P : Q$. Quia vero corpora similia sunt inter se ut cubi linearum eodem modo in his determinatarum, erit $P : Q = a^3 : x^3$, consequenter $b : b - c = a^3 : x^3$, prorsus ut antea. Idem hoc vel exinde patet, quod in invento valore ipsius x , assumpta ratio $d : p$ evanuerit.

S. D. G.