PHÆNOMENI AB HERSCHELIO IN TELESCOPIO CATOPTRICO OBSERVATI EXPLICATIO;

QUAM,

CONSENSU AMPLISS. AD UNIVERS. ABOËNS. FAC. PHILOS.,

PRÆSIDE

MAG. GUST. GABR. HÄLLSTRÖM,

Ordinis Imper. de St. Wolodimiro in IV Cl. Equite, Physices Professore P. O., Reg. Acad. Scientiarum Stockholmensis Socio, atque Imperial. Societatis Pharmaceuticæ Petropolitanæ Membro honorario,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

P. P.

JOHANNES HENRICUS MOLLIN,

Ostrobotthniensis,

In Audit. Philos. die XIX Martii MDCCCXXIII,

horis a. m. solitis.

Pars II.

ABOÆ, typis *Frenckellianis.*

57.

Arcus vero circulares BR & AO concentrici sunt, & eundem in centro C subtendunt angulum BCR, quare habetur $BR : AO :: BC : AC$, unde, facto radio $BC = r$, erit $AC = a + r$, $AO = \frac{a+r}{r} . BR = A'Q$, atque, substitutis valoribus inventis, $A'Q : BN :: \frac{a+r}{r} : 1 + bn$.

In determinanda figura Speculi, cujus anterior facies est calefacta, hoc est, in indaganda natura lineæ curvæ BNK, sequentes igitur secundum principia allata observandæ sunt conditiones, quibus simul satisfactum erit:

I. BNK atque $A'QL$ erunt duæ lineæ curvæ sibi invicem parallelæ, quarum mutua a se distantia ubique erit $= (1 + \frac{1}{2} bn) a$. Inde sequitur, lineam rectam NQ inter puncta sibi correspondentia N & Q ductam, esse debere normalem in utramque lineam curvam.

II. Longitudines curvarum correspondentes BN & $A'Q$ erunt inter se in ratione data & constante $a + r : (1 + bn) r$, atque adeo $A'Q = \frac{a+r}{(1+bn) r} . BN$.

Sumatur jam abscissa $A'T = p_{\prime}$, & coordinata orthogonalis $TQ = q$, nec non abscissa $BP = x$, & ei respondens orthogonalis coordinata $PN = y$. Ducta igitur a puncto N linea NS perpendiculari in TQ, erit ex conditione I, $\sqrt{dx^2 + dy^2} : dy :: NQ : NS$, atque $\sqrt{dx^2 + dy^2} : dx :: NQ : SQ$, unde

$$NS = \frac{NQ \,.\, dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, ady}{\sqrt{dx^2 + dy^2}},$$

$$SQ = \frac{NQ \,.\, dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}.$$

Est vero $A'T = A'B + BP - SN$, & $TQ = PN + SQ$, unde

$$\text{I.)} \quad p' = (1 + \tfrac{1}{2} bn)\, a + x - \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, ady}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}},$$

$$\text{II.)} \quad q = y + \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adx}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}.$$

Altera conditio hac complectitur æquatione:

$$\text{III.)} \quad \sqrt{(dp^2 + dq^2)} = \frac{a + r}{(1 + bn)\, r} \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

quæ quidem tres æquationes naturam curvæ determinant.

Æqua-

Æquationibus I & II differentiatis, ubi dx constans sumatur, habebuntur

$$dp_{\prime} = dx - \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adx^2\, ddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}},$$

$$dq = dy - \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adxdyddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}};$$ adeoque

$$dp_{\prime}^2 = dx^2 - \frac{2(1 + \frac{1}{2} bn)\, adx^3\, ddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}} + \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)^2 a^2 dx^4\, ddy^2}{(dx^2 + dy^2)^3},$$

$$dq^2 = dy^2 - \frac{2(1 + \frac{1}{2} bn)\, adxdy^2\, ddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}}$$

$$+ \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)^2 a^2 dx^2 dy^2\, ddy^2}{(dx^2 + dy^2)^3},$$

$$dp_{\prime}^2 + dq^2 = (dx^2 + dy^2)\left(1 - \frac{2(1 + \frac{1}{2} bn)\, adxddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}}\right.$$

$$\left. + \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)^2 a^2 dx^2\, ddy^2}{(dx^2 + dy^2)^3}\right),$$

atque $\sqrt{(dp_{\prime}^2 + dq^2)} =$

$$\left(1 - \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adxddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}}\right)\sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

cujus ultimi valoris comparatio cum æqu. III.) hanc præbet pro curva *BNK* æquationem:

$$1 - \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)\, adxddy}{(dx^2 + dy^2)^{3:2}} = \frac{a + r}{(1 + bn)\, r}, \text{ seu etiam}$$

$$\frac{(dx^2 + dy^2)^{3:2}}{-dxddy} = \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)(1 + bn)\, ar}{a - bnr}.$$

Hujus vero æquationis membrum prius cognitam pro radio curvaturæ præbet expressionem, quæ ostendit, radium illum hic esse constantem, adeoque curvam quæsitam *BNK* esse circulum, radio $R = \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)(1 + bn)\, ar}{a - bnr}$ descriptum. Quod vero valet de una sectione diametrali *HBK*, valebit de omnibus similibus; atque ideo de tota Speculi facie anteriore est concludendum, illam a Sole quoque calefactam suam retinere sphæricam superficiem, mutato tantum radio concavitatis r in supra determinatum R.

Speculi igitur, cujus anterior superficies augmentum caloris $= n$ grad. æquabiliter accepit, distantia focalis erit $\frac{1}{2} R = \frac{(1 + \frac{1}{2} bn)(1 + bn)\, ar}{2\,(a - bnr)}$, quæ in originariam $= \frac{1}{2} r$ abit, quam primum caloris differentia n utriusque superficiei evanescens sumitur.

tur. Cumque sit $\frac{(1+\frac{1}{2}bn)(1+bn)ar}{a-bnr}$

$= (1+\frac{1}{2}bn)(1+bn)(r+\frac{bn}{a}.r^2+\frac{b^2n^2}{a^2}.r^3+\&c.)$,

atque factorum $(1+\frac{1}{2}bn)$ & $(1+bn)$ uterque unitate major sit quoties n fuerit quantitas positiva, seu quoties Speculi anterior facies posteriore fuerit calidior; aperte patet, Speculi radium concavitatis, adeoque etiam illius distantiam focalem, in hoc casu majorem esse quam in Speculo ejusdem ubique caloris.

Præterea, quia termini sequentes seriei allatæ minores sunt quo major habetur Speculi crassities a, sequitur etiam diminutionem concavitatis a calore pro majore crassitie minorem esse.

Expressio inventa valoris R simplicior evadit, altioribus quantitatis perparvæ bn dignitatibus neglectis. Est scilicet tum $R = \left(\frac{1+\frac{1}{2}bn}{a-bnr}\right)ar$

$= \left(1+bn.\overline{\frac{3}{2}+\frac{r}{a}}\right)r$, unde quoque perspicue videtur, esse $R>r$ quamprimum n habetur positivus, seu anterior Speculi facies calidior, atque esse au-

augmentum radii R majus pro minore Speculi crassitie a.

In hac disquisitione nulla ingressa est expressio caloris Speculi, qualis ille fuerit antequam hujus facies anterior calidior reddebatur, unde recte concluditur, nullam inde formulis induci mutationem, si differentia caloris n utriusque superficiei Speculi aut ab aucto calore anterioris aut minuto posterioris faciei orta censetur. Utraque vero mutatione simul accidente major & sensibilior apparet effectus, qui igitur tempore hiemali & sub divo maximus observabitur.

Sumta caloris differentia n negativa, quod indicat, aut anteriorem superficiem fuisse refrigeratam, aut etiam, unde idem provenit effectus, posteriorem calefactam, manet tamen, secundum theoriam allatam, in hoc quoque casu Speculum in utraque sua superficie sphæricum, existente radio $R' = \frac{(1 - \frac{1}{2} bn)(1 - bn) ar}{a + bnr}$. Cumque hæc quantitas sit $= (1 - \frac{1}{2} bn)(1 - bn)(r - \frac{bn}{a} . r^2 + \&c.)$, adeoque, quoniam utraque quantitatum $(1 - \frac{1}{2} bn)$ atque $(1 - bn)$ unitate minor est, habeatur $\frac{(1 - \frac{1}{2} bn)(1 - bn) ar}{a + bnr} < r$; facile videbitur, Speculi an-

anteriorem superficiem, calefaciendo posteriorem faciem, magis fore concavam, existente ejus distantia focali $= \frac{(1 - \frac{1}{2} bn)(1 - bn)ar}{2(a + bnr)}$, illudque concavitatis augmentum diminui crescente Speculi crassitie a, quod etiam judicabitur si mutetur valor allatus radii in hunc: $R' = \left(1 - bn \cdot \overline{\frac{3}{2} + \frac{r}{a}}\right) r$. Quo igitur evitetur, ne nimia & visui distincto noxia in distantia focali Speculi ab inæquali & variabili calore proveniat turbatio, satis crassa fiant necesse est Telescopiorum Specula.

Ex allatis quoque valoribus, si illum calorem n, qui dato, aucto vel diminuto, radio Speculi R vel R' respondeat, indagare volumus, facile elicietur $n = \frac{(R - r)a}{(R + \frac{3}{2}a)br} = \frac{(r - R')a}{(R' + \frac{3}{2}a)br}$.

Quod in præcedentibus de Speculis metallicis statuitur, valet etiam de Speculis vitreis, quibus interdum in suis Telescopiis usus est Herschel. Eadem horum ac illorum tum erit ratio, quando nostra opera ad instituenda experimenta in una vel altera facie aut calefiunt aut refrigerantur, uti illud etiam expertus est idem Herschel. Plane vero aliud accidet in Speculis vitreis, quando ante-

teriore facie Soli advertuntur, atque a vi illius in hac positione calefiunt. Notum enim Böckmanni præcipue multiplicibus experimentis est, diversa corpora a Sole ad gradum diversum calefieri, unde sequitur, ut corpus quoddam, a partibus variis heterogeneis, quæ diversa quoque sua calorem conducendi vi varie agunt, mechanice compositum inæqualiter calefiat & hoc respectu etiam inæqualiter dilatetur. In serie corporum, a Böckmanno *) quoad calorem a luce Solis acceptum examinatorum, tale quidem a Stanno & Hydrargyro compositum Amalgama, quod ad Specula vitrea conficienda adhibetur, non occurrit; cum vero maxima pars additi Hydrargyri pressione depellatur & abeat, atque Speculum ideo possit fere considerari quasi Stanno tantum obductum, in hac quæstione forte sufficiet Stanni ex una parte Speculi, vitri ex altera, vim calescendi considerasse. Reductis iis ad simpliciorem expressionem, quæ a Böckmanno omnes ad calorem Bismuthi referuntur, sequentes habebuntur ab illo vario modo determinatæ in calescendo relationes:

Vi-

*) *Versuche über die Erwärmung verschiedener Körper durch die Sonnenstrahlen*, von C. W. Böckmann, *Karlsruhe 1811*, *s. 372, 373, 376, 384, 401* & *403*.